Рецензия на книгу G.Shafer, V.Vovk «Probability and Finance. It's Only a Game». Wiley, 2001. XII+414 pp.

Это монография, излагающая ряд замечательных и совершенно неожиданных результатов авторов, которые являются частью чисто математическими, частью относятся к той области математического естествознания, которая занимается исследованием финансового рынка. Речь идет о новом понимании вероятности, которое авторы называют «теоретико-игровым» (game-theoretical probability), но я бы предпочел называть «рыночным» (market probability). (Как всегда при образовании нового научного подхода, речь идет о вещах, в глубине своей несколько мистических, и потому название — важно, а почему название « рыночная вероятность» мне кажется более правильным — будет ясно из дальнейшего.) В основе этого нового подхода к вероятности лежит не предположение о существовании некоторого датчика случайности вроде бросания монеты, а всего лишь предположение о возможности делать денежные ставки на будущий ход событий (чем испокон века и занимаются рыночные спекулянты).

Существуют два стиля научных публикаций. Один стиль — современный — на первый план выдвигает научную новизну открытий авторов. Но этот стиль плохой, так как новизна является делом неуловимым, и вообще нет ничего хуже, чем затеять приоритетный спор (классический пример — Лейбниц и Ньютон). Другой стиль — древний, при котором подчеркивается преемственность. В Средние века хорошим тоном считалось бы сказать сначала, что, вот, Гермес Трисмегист (он же египетский бог Тот) и Альбертус Магнус, как оказывается, думали об обсуждаемых вещах примерно то же самое, что и ныне пишущий автор. Такой стиль для монографии очень хорош, и именно ему следуют авторы рецензируемой книги. Правда, они начинают не с самого Гермеса Трисмегиста, а лишь с Паскаля и Ферма и следуют от них к Мизесу и Колмогорову, особенно отмечая как идейно близкие работы Ж. Вилля (Jean Ville, 1910 — 1988), который является автором вероятностного понятия мартингала. (Оказывается, Дж.Л. Дуб написал в 1939 году рецензию на книгу Вилля.) Но в рецензии такому стилю следовать невозможно из-за необходимой краткости. Я пользуюсь правом рецензента, чтобы заявить о том, что, по моему мнению, подход авторов является абсолютно оригинальным, а их замечательные и заслуженно знаменитые предшественники все-таки, как мне кажется, ни о чем подобном не думали.

Чтобы доказать такое утверждение следует привести демонстрационный пример подхода авторов. Я позволю себе слегка отредактировать их рассуждения из гл. 3 книги. Рассмотрим финансовый рынок, работающий в дискретные моменты времени (скажем, раз в день) и пусть S_n обозначает цену некоторого актива в день n, а эволюция цены описывается простой и естественной формулой $S_{n+1} = S_n(1 + x_n)$. Когда мы подходим с обычных вероятностных позиций к исследованию динамики цены актива, мы объявляем x_n, т.е. относительные приращения цены, случайными величинами, причем часто предполагаем их независимость и уж во всяком случае стационарность их распределения при сдвиге времени. Но нас при этом всегда гложет сомнение: ведь никакого датчика случайных событий мы при этом предъявить не можем. Возможно, что в конце концов величинами x_n правит дьявол, который вовсе не обязан соблюдать статистическую однородность, т.е. стационарность распределения приращений. И вот, авторы книги открыли, что не тут-то было! Дьявол, оказывается, обязан соблюдать многие вероятностные законы, в частности, усиленный закон больших чисел. Оказывается, самый скромный (по величине капитала) и осторожный (в том смысле, что он никогда не может разориться) рыночный спекулянт может усмирить дьявола таким образом, что если дьявол попытается нарушить закон больших чисел, то ему придется уплатить этому спекулянту неограниченно большую сумму (что даже и дьяволу не понравится). И стратегия спекулянта не какая-нибудь сложная (о которой, допустим, известно лишь то, что она вычислима), а самая простая, почти тривиальная. (Т. е. алгоритмическая вероятность здесь ни при чем.)

В самом деле, рассмотрим спекулянта, начальный капитал которого равен одному доллару, а стратегия состоит в том, что в каждый момент $n = 1, 2, \ldots$ спекулянт отделяет долю $\epsilon, 0 < \epsilon < 1/2$, своего капитала K_n, покупает на эти деньги актив и делает ставку на повышение курса в момент $n + 1$, причем обязательно продает актив в момент $n + 1$, даже если курс понизился. Эволюция капитала спекулянта описывается равенством

$$K_{n+1} = K_n(1 - \epsilon) + \epsilon K_n(1 + x_n) = K_n(1 + \epsilon x_n),$$

где x_n — ход дьявола в момент n. С учетом начального условия $K_0 = 1$ получаем, что

$$K_{n+1} = \prod_{i=1}^{n}(1 + \epsilon x_i).$$

Теперь совершенно понятно, что в силу просто свойств логарифмов, поведение капитала спекулянта тесно связано с поведением суммы $\sum_{i=1}^{n} x_i$. Чтобы получить простое математическое доказательство, предположим, что ходы дьявола удовлетворяют дополнительному условию $|x_n| \leq 1$. (По здравому смыслу должно быть $x_n \geq -1$, а ограничение $x_n \leq 1$ весьма естественно для ежедневных приращений цен.) Пусть дьявол нарушает усиленный закон больших чисел таким образом, что

$$\limsup n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i > \epsilon > 0. \tag{1}$$

Тогда обязательно $\sup K_n = \infty$, т.е. дьяволу придется в какие-то моменты выкладывать стремящиеся к бесконечности суммы. В самом деле, если допустить, что $K_n < C$, то $\sum_{i=1}^{n} \ln(1 + \epsilon x_i) < D$. Но так как при $t \geq -1/2$ верно неравенство $\ln(1 + t) \geq t - t^2$, мы получаем следующие неравенства:

$$\epsilon \sum_{i=1}^{n} x_i - \epsilon^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \leq D, \epsilon \sum_{i=1}^{n} x_i - \epsilon^2 n \leq D,$$

откуда

$$n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i \leq D/(\epsilon n) + \epsilon$$

при любом n, что противоречит неравенству (1). Поскольку капитал спекулянта, который каждый раз рискует лишь долей ϵ имеющегося капитала, никогда не становится отрицательным, то смесью стратегий с убывающими ϵ и убывающими начальными капиталами спекулянт может запретить дьяволу неравенство (1) с любым положительным ϵ.. Стратегия с противоположными по знаку ставками спекулянта (игра на понижение) позволяет запретить дьяволу и нарушение закона больших чисел в отрицательную сторону.

Заметим, что наш спекулянт настолько скромен (малый начальный капитал) и осторожен (никогда не разоряется), что его не хочется даже называть спекулянтом. Авторы книги называют его Скептиком. Но я опять-таки позволю себе спор о названии (потому что это важно для общей философии рынка, которая вытекает из рецензируемой книги): предлагаю Скептика называть Ординатором. Ординатор — это служащий (вроде бухгалтера любой фирмы или актуария страховой компании), который получает свою зарплату от рыночных структур, но ответственен прежде всего перед обществом (в лице государства), за то, чтобы эти структуры не нарушали определенные законы. В случае бухгалтера фирмы он обязан обеспечить уплату налогов. В случае актуария он обязан следить за разумным исчислением страховых ставок, чтобы страховая компания не разорилась. Должности рыночного ординатора пока не существует, но хорошо бы ее в законодательном порядке учредить. (Кто же даст лицензию фирме без бухгалтера или страховой компании без актуария?! Пусть и без ординатора биржа не сможет получить лицензии.) В данной модели Ординатор следит за тем, чтобы рынок не нарушал закона больших чисел: следит чисто рыночными средствами.

Разумеется, мы давно знаем, что рынок — это аппарат очень мощный. Но рецензируемая книга открывает новые возможности рынка. Казалось бы, возможность делать ставки на будущие события мало отличается от мизесовского требования устойчивости частот при выделении подпоследовательностей. Но предположение о том, что будущие события можно по произвольному алгоритму принимать или не принимать в расчет, оказывается намного сложнее и гораздо слабее предположения о том, что на них можно делать произвольные денежные ставки, причем нельзя заработать очень большой капитал, не рискуя разорением. Авторы показывают, что из такого предположения вытекают многие вероятностные законы, которые мы привыкли выводить в теории вероятностей, основанной на понятии меры, т.е. в конечном счете, на предположении о существовании датчика случайности. Как же в книге развивается дальше такая теория вероятностей?

Написанное выше в рецензии (я должен признаться) существенно обедняет содержание книги. В книге рассматривается не только спекулянт на финансовом рынке, но гораздо более общие игры, в которых игроков трое: Скептик, Предсказатель и Реальность. В обычной теории вероятностей нельзя обойтись без понятия дисперсии. В теоретико-игровой вероятности это понятие заменяется тем, что предполагается, что Скептик может делать ставки не только на будущий ход Реальности x_n (т.е. в спекулятивном варианте на ход дьявола), но и на x_n^2. (Это предположение неким весьма важным образом преломляется во второй части книги, в теории хеджирования опционов: см. ниже.) Порядок игры определяется ее протоколом (т.е. сценарием). Удивительным образом оказывается, что эти простенькие протоколы необычайно богаты по своим следствиям. Иными словами, авторы нашли весьма простую и удачную форму выражения условий математических теорем в виде игрового протокола. Для примера приведу протокол из гл. 4 (стр. 79 книги).

Начальный капитал Скептика $K_0 = 1$.

Для $n = 1, 2, \dots$ участники игры действуют в следующем порядке: сначала

Предсказатель объявляет $m_n \in R$ и $v_n \geq 0$, а затем

Скептик объявляет $M_n \in R$ и $V_n \geq 0$, и наконец

Реальность объявляет $x_n \in R$.

В результате капитал Скептика принимает значение

$$K_n = K_{n-1} + M_n(x_n - m_n) + V_n((x_n - m_n)^2 - v_n).$$

Дополнительные ограничения: Скептик обязан соблюдать условие $K_n \geq 0$ для всех n, а Реальность обязана не допускать неограниченного роста капитала Скептика.

Из этого протокола вытекает математическая теорема, состоящая в следующем. Если выполнено условие $\sum_{n=1}^{\infty} v_n/n^2 < \infty$, то $\lim n^{-1} \sum_{i=1}^{n}(x_i - m_i) = 0$. Это и есть теоретико-игровой вариант колмогоровского закона больших чисел. (По-моему, красивей было бы сказать «рыночный вариант колмогоровского закона».) Ну а в главе 5 доказывается и соответствующий вариант закона повторного логарифма.

А как обстоит дело с центральной предельной теоремой: обязан ли дьявол ее соблюдать? Свой вариант теории предельных теорем авторы развивают в главах 6 и 7. Общая философия здесь изменяется: теперь речь идет не о том, чтобы Скептик (или, допустим, Ординатор) заставил рынок соблюдать эти законы теории вероятностей под угрозой уплаты бесконечно большой суммы, да и число ходов в игре N теперь предполагается ограниченным, и хотя формально стремящимся к бесконечности, но авторы всюду следят за оценками, каким именно должно быть N, чтобы предельные теоремы соблюдались с данной точностью. Речь идет о том, чтобы Скептик путем хеджирования будущего финансового обязательства приспособился к любому возможному поведению Реальности. И вот, оказывается, что расчет начального капитала, при котором такое хеджирование возможно, сводится к интегрированию по классическому нормальному закону. Перейдем к более точным формулировкам.

Рассмотрим некую *величину* x, или функцию, определенную на множестве элементарных событий, т.е. цепочек возможных ходов Реальности длины N. (Поскольку никакой вероятностной меры на множестве элементарных событий не предполагается, авторы избегают термина «случайная величина».) Величина x и обозначает будущее обязательство. Назовем *верхней ценой* обязательства x такое значение α начального капитала Скептика K_0, что существует некоторая стратегия Скептика (это и есть хедж), при которой его капитал K_N в конце игры удовлетворяет соотношению $K_N \geq x$ для всех элементарных событий. (*Нижняя цена* обязательства x равна, по определению, минус верхней цене обязательства $(-x)$.) Если угодно, верхняя цена — это та наименьшая цена, за которую Скептик может купить x, а нижняя цена — это та наибольшая цена, за которую x можно продать. По здравому смыслу, верхняя цена не меньше нижней (иначе Скептик неограниченно наживался бы, без конца продавая и покупая обратно x), и потому допускаются только *когерентные* протоколы игры, для которых это условие выполнено. И вот, оказывается, что если $x = U(S_N)$, где U — достаточно гладкая функция, а S_N — это сумма ходов реальности за всю игру, то верхняя цена близка к нижней и обе приблизительно даются интегралом от функции $U(z)$ с весом $\phi(z)$, где ϕ — стандартная нормальная плотность. В основе доказательства лежит метод Линдеберга, использующий то уравнение теплопроводности, которому удовлетворяет нормальное распределение. Правило для нахождения хеджирующей стратегии сходно с правилом « дельта-нейтрального» хеджирования по Блэку и Шоулсу (т.е. количество акций в хеджирующем портфеле равно производной от цены опциона по текущему курсу акций.) В качестве примера точной формулировки теоремы приведем один из примеров протокола (стр. 161 книги).

Сначала объявляются параметры $A \geq 1, B \geq 1, \sigma^2 > 0, K_0 > 0$. Затем при $n = 1, 2, \ldots, N$ происходит следующее.

Предсказатель объявляет $v_n \in [0, B\sigma^2/N]$, соблюдая условие $\sum_{i=1}^{n} v_i = \sigma^2$.

Скептик объявляет $M_n \in R$ и $V_n \in R$.

Реальность объявляет $x_n \in [-A\sqrt{v_n}, A\sqrt{v_n}]$.

Капитал скептика принимает значение $K_n = K_{n-1} + M_n x_n + V_n(x_n^2 - v_n)$.

Заключение теоремы (условие которой записано в виде протокола игры) состоит в том, что для величины $x = U(S_N)$ верхняя и нижняя цены приблизительно равны интегралу от функции $U(z)$ с нормальной плотностью, отвечающей нулевому среднему и стандартному отклонению σ. Константы A и B влияют на скорость сходимости верхней и нижней цены к указанному интегралу: число N должно быть велико в сравнении с произведением $A^2 B\sigma^2$. Заметим, что в этом протоколе важно, что число σ^2 объявляется заранее и что ходы реальности x_n предполагаются малыми величинами порядка $O(1/\sqrt{N})$. Теорема отнюдь не утверждает того, что сумма ходов дьявола S_N будет в каком-то смысле подчиняться нормальному распределению, а говорит лишь то, что если начальный капитал хеджера и стратегию хеджирования мы будем рассчитывать, исходя из нормального распределения, то мало ошибемся, выполнив в конце игры свое обязательство.

Глава 8 книги называется «Общность вероятностных игр». Во-первых, в этой главе показывается, что ряд результатов, основанных на теории меры, могут считаться частными случаями теорем из теоретико-игровой вероятности. Это хороший результат. Во-вторых, наиболее общая формальная схема теоретико- игровой вероятности впервые появляется в этой главе, и это тоже очень хорошо, потому что наиболее общие абстракции были бы с трудом понятны читателю, если бы прямо с них начиналась книга. Авторы проявляют большую заботу об интересах читателя, которому сначала хочется понять суть дела на более простых примерах (вспомните начало рецензии, в котором, следуя идее авторов, закон больших чисел выводился лишь из свойств логарифмов и ни из чего более сложного). В-третьих, в этой главе даются два приложения излагаемой концепции к вещам, не связанным ни с какими играми или рынками, а именно к проверке квантовой теории и проверке модели Кокса для зависимости смертности члена популяции от значений каких-то медицинских параметров. Третье подобное приложение, связанное с проверкой правильности вероятностного прогноза погоды, дается чуть раньше, в главе 7 (стр.162 — 164).

Эти приложения представляются мне менее обещающими, чем приложения к исследованию рынка. Начну некоторую полемику с того утверждения, что, скорее всего, вряд ли возможна такая концепция вероятности, которая удовлетворит все возможные приложения. Например, возьмем теорию ошибок. Пусть теперь ходы дьявола

x_n обозначают не изменение курса актива, а ошибки измерения какой-то физической величины в различных экспериментах. Очень хорошо было бы уметь исследовать условия, при которых выполняется закон больших чисел, т.е. ошибка исчезает в результате усреднения большого числа наблюдений. Но где в данном случае та сила, которая может сделать денежные ставки на ошибки экспериментов? Понятно, что к данной ситуации теоретико-игровая концепция отношения не имеет.

Что касается прогноза погоды, то для проверки правильности вычисления вероятности дождя на каждый день предлагается та самая статистика, которая вытекает и из частотной концепции вероятности и с такой нормировкой, которая отвечает статистической независимости разностей $x_i - p_i$, где x_i — индикатор события «наличие дождя в день i», а p_i — вероятность дождя по прогнозу. Исходя из того, что независимость таких разностей ничем не гарантирована, я бы рекомендовал также прореживание наблюдений, чтобы посмотреть отдельно, чему равна статистика по понедельникам, вторникам и т.д. и сравнить эти значения с общим значением статистики. Кто меня убедит в том, что такая попытка ослабления предполагаемой статистической зависимости лишена смысла? Но она почему-то не рекомендуется при теоретико-игровом подходе.

В отношении квантовой механики замечу, что проверка физической теории — это дело сложное и как бы интимное для физики. Проверка никогда не осуществляется прямо по наблюдениям каких-то событий в эксперименте: ведь прежде всего нужно выдвинуть какие-то альтернативы для проверяемой теории. Эту проблему нельзя решить, сделав игровые ставки.

Ну а в отношении модели смертности, по-моему, изложение слишком кратко, и я его не понял. В любом случае попытки такого рода должны сопровождаться анализом каких-то фактических данных, чего в данном случае нет.

По всем этим причинам я и делал терминологические замечания. Как мне кажется, выдвигаемая в книге концепция эффективна именно там, где вопрос о денежных ставках обусловлен самой природой явления, т.е.при исследовании явлений типа рыночных спекуляций. Отсюда и предложение о замене «теоретико-игровой» вероятности на «рыночную». А в области рынка подход авторов мне представляется чрезвычайно интересным, и сейчас мы переходим ко второй части книги (главы 9 — 15), которая называется «Финансы без вероятности».

Хеджированию опционов в случае дискретного времени посвящены главы 9 и 10. Остановимся сначала на общей философии рынка, которая имплицируется математическими результатами. По-видимому, после некоторого количества опытов авторы пришли к заключению, что хорошие математические теоремы о хеджировании опционов в теоретико-игровой ситуации получаются, если сделать некое новое предположение. Именно, предполагается, что в рыночный оборот можно ввести актив, который уплачивает его владельцу дивиденды в размере $(dS(t)/S(t))^2$. (Здесь $S(t)$ — цена актива, а $dS(t)$ — конечное приращение цены за небольшое время, скажем, за один день.) Никакого такого актива в настоящее время на рынке нет. Интересно, что рецензент, размышляя независимо над философией рынка, тоже пришел к чему-то похожему.

Ход мысли следующий. Чего бы мы вообще хотели от рынка и для чего могла бы быть полезной вероятностная финансовая математика? Понятно, что рынку в его теперешнем виде не хватает стабильности. Спекулянты, обеспечивая экономике необходимую динамичность, вполне могут в погоне за собственной выгодой создавать всякого рода рыночные кризисы. Нехорошо, например, что колебания рыночных цен на нефть приходится сглаживать путем изменения объемов добычи: ведь нефтяные фьючерсы в виде бумажек или (тем более) электронных кодов легко передавать на рынке из рук в руки, а дестабилизация объемов добычи — гораздо более неприятное дело. Чем тут может помочь вероятностная финансовая математика? Дело в том, что в этой науке выработано понятие волатильности рыночных цен, которая достаточно хорошо оценивается по сумме квадратов приращений логарифма цены (что практически совпадает с $(dS(t)/S(t))^2$). Вот и предлагается, чтобы каждый отдельный спекулянт расплачивался некоторой суммой денег за излишнюю нервозность, проявленную рынком в целом, а для этого следует в законодательном порядке ввести налог на (квадрат) волатильности. Если соединить это с ходом мыслей авторов рецензируемой книг,то получается (вполне в духе рыночной экономики), что одновременно с введением такого налога нужно выпустить на рынок ценные бумаги (назовем их *индульгенциями*), которые дают освобождение от налога на волатильность на известное время вперед. Это и есть тот актив, который нужен для математических теорем авторов книги. Таким образом, хеджирующий портфель состоит не из акций и безрисковых бумаг, а из акций и индульгенций. (Конечно, все это относится к упрощенной ситуации, когда весь рынок состоит из одного актива.)

Для объяснения смысла протокола хеджирования, который принят в книге, нужно еще добавить, что хеджирование может окончиться с нулевым изменением капитала хеджера лишь в том случае, когда будущая волатильность точно известна. Авторы книги вводят в стратегию рынка величины D_n, которые апостериори оцениваются как $D_n = \sum_{k\geq n}^{N}(\Delta S_k/S_{k-1})^2$, но в момент $n = 0$ начала хеджирования еще не известны. Требуется, однако, чтобы D_0 было известно. После этих замечаний можно привести пример протокола хеджирования. Это так называемый протокол Блэка-Шоулса (стр. 249).

В начале игры объявляются параметры $N, I_0 > 0$ (начальный капитал инвестора), $\delta > 0, C > 0$. (Смысл двух последних параметров см. ниже.) Рынок объявляет параметры S_0 и D_0.

Для $n = 1, \dots, N$ происходит следующее:

Инвестор объявляет $M_n \in R$ и $V_n \in R$.

Рынок объявляет $S_n > 0$ и $D_n \geq 0$.

Капитал инвестора эволюционирует по уравнению

$$I_n = I_{n-1} + M_n\Delta S_n + V_n((\Delta S_n/S_{n-1})^2 + \Delta D_n).$$

Удовлетворяются дополнительные ограничения $0 < S_n < C$ для $n = 1, \dots, N, 0 < D_n < C$ для $n = 0, 1, \dots, N-1, D_N = 0$ и

$$\inf_{\epsilon\in(0,1)} \max(var_S(2+\epsilon), var_D(2-\epsilon)) < \delta.$$

(Здесь $var_F(\alpha)$ для функции $F = F(n)$ означает сумму по n приращений $[\Delta F(n)]^\alpha$.)

Заключение теоремы (предложение 10.3) состоит в том, что для функции выплат $U(S_N)$ цена хеджирования обязательства примерно равна интегралу от функции $U(S_0 \exp z)$ с весом $n(z; -D_0/2, D_0)$, где последняя функция обозначает плотность нормального закона со средним $(-D_0/2)$ и дисперсией D_0. (В теореме оценивается и ошибка приближения.)

Можно прокомментировать, что в этом протоколе инвестор фактически делает ставку V_n на разность между истинной величиной $(\Delta S_n/S_{n-1})^2$ и ее оценкой $(-\Delta D_n)$, которую делает рынок.

Главы 11 — 14 книги посвящены развитию теории хеджирования для случая непрерывного времени с применением нестандартного анализа. Не владея этим аппаратом, скажу, пожалуй, как Сократ о Пармениде: «то, что я понимаю у Парменида — прекрасно; из этого я делаю вывод, что то, чего я не понимаю, тоже прекрасно.» Сам я излагаю студентам хеджирование в непрерывном времени как предельный случай дискретного хеджирования, опираясь при этом на теорему Колмогорова о предельном переходе от последовательностей цепей Маркова к диффузионному процессу (сходимость в смысле распределений вероятностей). При этом я подчеркиваю, что ни траектории динамических систем в математической физике, ни траектории цен активов в микромасштабе по времени не имеют ничего общего с траекториями диффузионных процессов (т.е. речь идет лишь о сходимости вероятностей). Но как быть, если распределений вероятностей вообще нет? Видимо, авторы книги совершенно правы в своем обращении к нестандартному анализу. Скажу вкратце, что в главе 11 излагается аналог главы 10 для случая непрерывного времени, а главы 12 и 13 охватывают различные обобщения: процессы цен со скачками, учет процентов на капитал и американские опционы (т.е. с моментом исполнения по выбору покупателя опциона). В главе 14 диффузионные процессы погружаются в общую теоретико-игровую схему.

Завершает книгу глава 15 (не использующая нестандартного анализа), которая рассматривает теоретико-игровой вариант гипотезы эффективности рынка. Представляется весьма удачным предложение авторов рассматривать в качестве денежной единицы общую стоимость активов рынка (точнее ее долю, равную 10^{-14}). И конечно, оказывается, что при достаточно разумных условиях Скептик может запретить всем остальным спекулянтам так выбирать свои портфели, чтобы общая стоимость рынка перераспределялась в их пользу (это вариант закона больших чисел). Таким образом, нельзя перехитрить рынок в целом. Отмечу еще, что в п. 15.4 приводится удивительная оценка возврата, который может получить инвестор на свой капитал, вложенный в акции только одной компании. Именно, если r_n — возврат в день n и $\sigma_0^2 = N^{-1}\sum_{n=1}^{N} r_n^2$ (это оценка квадрата волатильности актива), то средний возврат $\mu = N^{-1}\sum r_n$ обязан удовлетворять неравенству $\mu \leq \sigma_0^2/2 - \ln\alpha/N +$ некоторое небольшое число. И это с нижней вероятностью $\geq 1-\alpha$. (Нижней вероятностью события называется нижняя цена его индикатора.) Неравенство означает, что большой возврат возможен лишь для акций с большой волатильностью. Оно подтверждается для цен акций Microsoft'а при $\alpha = 0.01$ и не подтверждается при $\alpha = 0.1$. Последнее обстоятельство авторы объясняют тем, что по скорости роста цен акций Microsoft явно входит в лучшие 10% среди всех фирм. Однако не вполне понятно, как теоретико-игровую вероятность сопоставить с той, к которой относятся эти последние проценты (видимо, это частотная вероятность).

Теперь несколько слов о книге в целом. Я бы оценил книгу как классическое сочинение самого высокого ранга, которое излагает совершенно новые идеи и притом таким образом, что его легко и приятно читать подряд. В этом смысле книгу можно сравнить с «Философским очерком» Лапласа (но только не с «Аналитической теорией вероятностей», которая весьма темна) или с «Вероятностью, статистикой и правдой» фон Мизеса. Конечно, трудно сказать, станет ли книга на самом деле столь же популярным сочинением, поскольку слава зависит не только от внутренних достоинств книги, но и от ее рекламной раскрутки, а последнее не в нашей власти. Сама по себе книга заслуживает широкой популярности и хотелось бы видеть ее перевод на русский язык.

Естественной областью применений для математики и философии книги является рынок, и на мой взгляд авторы чуть-чуть впадают в обычную ошибку первооткрывателей (в том числе Лапласа и Мизеса), несколько переоценивая область применимости своих открытий. Но в данном случае степень этого прегрешения необычно мала. Каковы же те перспективы, о которых можно (весьма, конечно, предположительно) говорить в области изучения рынка?

Для современной экономики (и жизни вообще) рынок чрезвычайно важен, но и очень плохо научно понят. Конечно, ради науки хорошо было бы изучать рынок методами современной экспериментальной психологии, т.е. например, подсоединить к каждому спекулянту психомоторный измеритель психического возбуждения вроде детектора лжи. Но это означало бы обидеть всех спекулянтов, без которых, в сущности, обойтись нельзя. Оборудовать подобными детекторами тех мышей и клавиатуры, с помощью которых ведутся электронные торги? Но и это, пожалуй, слишком. Остаются данные о ценах. К сожалению, исследователь рынка вынужден довольствоваться сущими крохами подобной информации в сравнении с тем, что в компьютерную эпоху технически возможно. Можно получать итоговые данные о ценах и объемах сделок, но остается неизвестным, кто именно эти сделки совершил и какова была динамика заявок данного спекулянта на электронных торгах. А ведь все эти данные есть у биржи (или иной системы торгов), но биржа их не выдает и не анализирует сама. Потому что ей это не нужно.

Вот если бы создать ситуацию, при которой биржи захотели бы анализировать такую информацию... Это можно сделать, если обложить биржу налогом на волатильность, который ей необходимо придется перераспределять между участниками торгов. Тогда профессия ординатора станет реально необходимой. Кроме того, автоматически возникнет тот актив («индульгенции»), который требуется авторам книги для их теоретических построений. Настоящего понимания рыночной динамики цен все равно не возникнет, потому что (бесспорно!) у рынка существуют свои периоды подъемов и спадов, которые не поняты никакой наукой, а в частности, и вероятностной финансовой математикой в любом варианте: классическом (с вероятностью) или теоретико- игровом (без вероятности). Ведь в любом варианте все начинается с отрицания возможности выгодных спекуляций, которые были бы вполне возможны для того, кто понял природу подъемов и спадов рынка. Но вполне возможно, что обсуждаемых мероприятий окажется достаточно для того, чтобы сделать эти подъемы и спады более плавными, а к этому очень даже стоит стремиться.

В.Н.Тутубалин.