О. Б. Шейнин
Статьи по истории теории вероятностей и статистики
Переводы с английского
Берлин, 2007

Текст сборника размещен в Интернете, www.sheynin.de

Оглавление

Предисловие
I. Статистика, ее определения, 1999
II. Безвозвратные выборки: история и примеры, 2002
III. Статистическое мышление в Библии и Талмуде, 1998
IV. К истории медицинской статистики, 1982
V. Бируни и математическая обработка наблюдений, 1992
VI. Иоганн Кеплер как статистик, 1977
VII. Ахенваль, Готфрид, 1997
VIII. Зюссмильх, Иоганн Петер (соавтор: J. Pfanzagl), 1997
IX. Работы Даниила Бернулли по теории вероятностей и статистике, 1972
X. Открытие принципа наименьших квадратов, 1999
XI. Карл Фридрих Гаусс, 2001
XII. Ф. В. Бессель: критические замечания о его трудах, 2000
XIII. А. Кетле как статистик, 1986
XIV. Н. И. Пирогов как статистик, 2001
XV. Д. И. Менделеев и математическая обработка наблюдений в естествознании, 1996
XVI. Иоганн Грегор Мендель, 2001
XVII. А. А. Марков: достойные черты характера столь же важны, как научные достижения, 2007
XVIII. Раннее обнаружение солнечных пятен, 2005

Предисловие

Мы приводим переводы некоторых наших статей, которые были опубликованы на английском языке с 1972 г. и по сей день в весьма различных изданиях и вряд ли хотя бы более или менее известны российским читателям (да и западным они также часто неизвестны). Последнюю заметку мы включили в виде приложения, поскольку она не имеет отношения к нашей основной теме.

В нескольких оговоренных случаях мы изменили первоначальные тексты настолько, что теперь их нельзя назвать переводами, но и вообще мы постарались всюду учесть новые сведения и выправлять недостатки. Рекомендуем читателям обратиться и к нашей страничке в Интернете (www.sheynin.de), на которой размещены многие наши последние работы и приведен список наших публикаций.

Перекрестные ссылки указываются римскими цифрами, которые соответствуют цифрам в Оглавлении.

I. Статистика, ее определения

Statistics, definitions of (1999)
Enc. of Statistical Sciences

(2-е изд.) Hobokan, New Jersey, 2006 vol. 12, pp. 8128 – 8135

Мы обсуждаем различные определения *статистики*, частично используя работу Wilson (1935); первые три параграфа написаны в основном по нашим прежним статьям и мы также ссылаемся на наши статьи в этом сборнике.

1. Ранняя история

В 1660-е годы Герман Конринг ввел в научный оборот новую дисциплину, *государствоведение* (Staatswissenschaft) или *университетскую статистику* и к началу XVIII в. она стала изучаться по всей Германии (Lazarsfeld 1961, с. 291). “Статистики” собирали материал (включая некоторые числовые данные) о политической системе, географическому положению, климату, экономике и населению различных стран. Ахенваль, выдающийся представитель университетской статистики, соответственно определил “так называемую статистику” как государствоведение отдельных стран [VII] и в 1804 г. его последователь Шлёцер (1804, с. 86) привел в качестве иллюстрации крылатую фразу: “история это текущая статистика, а статистика – стоящая на месте история”. Многие последующие авторы восприняли это высказывание как определение статистики.

Сегодня мы полагаем, что статистика возникла с политической арифметикой, чья основная цель состояла в изучении населения, но соответствующего определения ее основатели, Граунт и Петти, не предложили. Одним из объектов исследований в статистике населения стало соотношение мужских и женских рождений, и по цепочке Арбутнот – Николай Бернулли – Муавр – Лаплас оно существенно продвинуло теорию вероятностей (указало на связь статистической вероятности события с его теоретической вероятностью).

Установление законов смертности было целью других исследований, которые привели к важным результатам основополагающего значения для страхования жизни и привлекли внимание ученых ко многим медицинским и социальным проблемам. Так, Зюссмильх [VIII], наиболее влиятельный статистик в эпоху перед Кетле, указал на связь распространений эпидемий с бедностью и невежеством.

И тем не менее Лондонское (позднее Королевское) статистическое общество, основанное в 1834 г., пыталось исключить исследования и ограничить свои усилия сбором данных. Подобное же положение было в то время во Франции. Впрочем, сбор данных был важен и социологии, и естественным наукам. В 1821 – 1829 гг. Фурье выпустил четыре тома статистических таблиц, описывающих Париж и департамент Сена, а французский врач Луи основал *количественный метод* (фактически применявшийся много раньше), который вошел во всеобщее употребление в 1825 – 1850 гг. и состоял в сборе и систематизации количественных данных в медицине [IV, п. 4]. Такие данные собирались и в биологии, метеорологии и астрономии (например, при составлении астрономических каталогов).

И всё же количественный метод не мог удовлетворить науку. Курно (1843, § 106) утверждал, что статистику следует “проникать […] в знание самого существа вещей”, а Коши [XIII, Прим. 2.2] заявил, что статистика способна судить об истинности учений и пользе (или вреде) различных институтов. Далее, в 1855 г. английский врач Сноу [IV, п. 7.3.2] статистически выяснил, что неочищенная питьевая вода способствует распространению холеры.

2. Массовые наблюдения и теория вероятностей

Начиная с Граунта статистики поняли, что их выводы должны опираться на большое число наблюдений. Так заявили, например, Курно (1843, § 103) и Рюмелин (1863 – 1864/1875, с. 222), но первыми, четко высказавшимися по этому поводу, были Пуассон с соавторами (1835, с. 174):

В своем практическом приложении статистика всегда является действующим механизмом исчисления вероятностей, по необходимости применяемым к бесконечным [?] *массам*.

Годом раньше другая комиссия той же Парижской академии наук (Libri-Carrucci 1834, с. 535) благоприятно отозвалась о преимуществах “высокой статистики” и заявила, не упоминая, правда, массовых наблюдений, что “наиболее возвышенные проблемы <u>социальной арифметики</u> могут быть решены только с помощью теории вероятностей”. Термин *социальная арифметика* (статистика населения, медицинская статистика и страховая наука) был, видимо, введен Пуассоном (Шейнин 1978, с. 296 – 297), но вскоре вышел из употребления.

За несколько лет до 1826 г. (точнее сказать нельзя) Фурье [XIII, п. 5.1] в письме Кетле заявил, что

Статистические науки не достигнут истинного прогресса, пока не начнут ограничиваться тем, что изучено математическими теориями.

Необходимость обосновывать статистику вероятностными методами (а не вообще *математическими теориями*) стала очевидной по меньшей мере после Якоба Бернулли. С другой стороны, Кетле лишь весьма ограничено применял теорию вероятностей, а определения статистики, видимо, так и не предложил. Он (1848, с. XI – XII), правда, указал цели [статистического] изучения *социальной системы*, – изучение человека “в его различных объединениях” в обществе.

После его смерти в 1874 г. немецкие статистики начали проклинать его скромное применение теории вероятностей. Борткевич (1904) противостоял этой тенденции с самого начала своей деятельности, однако кроме Пуассона с соавторами (см. выше) непосредственные определения статистики, можно сказать, не упоминали теорию вероятностей. Даже Эджворт (1885, с. 181 – 182) лишь частично признал связь этих двух дисциплин, заявив, что статистика это “наука о средних вообще (включая физические наблюдения”. Через несколько десятилетий Карл Пирсон (1978, с. 3) и Фишер (1954, с. 1) решили, что статистика принадлежит прикладной математике: статистика это “приложение математической теории к истолкованию массовых наблюдений”; это “по существу ветвь прикладной математики и ее можно считать приложением математики к данным наблюдения”.

3. Новые цели

Граунт (1662, Заключение/2005, с. 87) не был уверен “необходимо ли знание [статистики] для многих, или подходяще ли оно для кого-нибудь помимо монарха и его главных министров”. С тех пор положение коренным образом изменилось. В XIX в. судебная статистика постепенно стала незаменимой, а Кетле [XIII, п. 2.1] убеждал, например, что статистика должна изучать социальные изменения, вызванные прокладкой телеграфных линий и железных дорог.

Новые важные потребности возникли в XX в. с введением мер государственной социальной помощи и необходимостью принятия сложных государственных решений (Bartholomew 1995), ср. утверждение Махаланобиса 1950 г. (Rao 1993, с. 339): “Целью статистики является достижение решений по имеющимся данным на вероятностной основе”. Наконец, новой областью исследований явилось изучение общественного мнения.

Громадные изменения претерпела статистика и в связи с естествознанием. Так, в основном в XIX в. возникли новые дисциплины, существенно использующие ее, а именно эпидемиология, социальная гигиена (предшественница экологии), география растений, зоогеография, биометрика, климатология, звездная статистика и кинетическая теория газов. Статистически изучались многие основополагающие проблемы, как например влияние солнечной активности на земные явления.

Не говоря даже о возникновении статистического истолкования физических и биологических законов, в астрономии астероиды начали восприниматься как элементы статистической совокупности; не только статистически изучались параметры их орбит (Ньюком), но само существование еще не обнаруженных малых планет оказалось предметом статистического исследования (Пуанкаре). С середины XIX в. статистические рассуждения начали применяться для изучения расположения и (позднее) движения звезд, а в 1906 г. Каптейн предложил (принятый) план выборочного исследования звездного неба.

В метеорологии Гумбольдт в 1817 г. использовал данные о температуре воздуха для введения изотерм по всему миру и таким образом выделил климатические пояса (известные древним географам, которые, однако, в соответствии с общим характером древней науки, обосновали свое нововведение только качественно). Это послужило началом климатологии, а введение контурных линий явилось превосходным примером предварительного исследования данных. Первенство в этом принадлежало Галлею, который в 1701 г. опубликовал карту Северной Атлантики с нанесенными на нее линиями равных магнитных склонений.

4. Статистика и статистический метод. Социология

Внедрение статистики в естествознание привело к появлению термина *статистический метод*, статистика же продолжала восприниматься как дисциплина, изучающая социально-экономические проблемы. Действительно, трудно было бы представить социологию без статистики и в применении к ней новый термин казался бы неестественным.

Особого мнения по поводу статистики в социологии придерживались советские специалисты, полагая, что их исследования должны лишь подтверждать марксистские положения. Об этом заявили многие участники московской статистической конференции 1954 г., одновременно выказывая себя неучами (Аноним 1954; Kotz 1965). Так, “только революционная марксистская теория явилась прочной базой для развития статистики как общественной [!] науки” (Аноним, с. 41); статистика не изучает массовых случайных явлений (с. 61), которые (с. 74) вообще не обладают никакими закономерностями; закон больших чисел основан на принципе причинности и не является математическим предложением (с. 64); теория вероятностей не служит необходимой основой статистики, теория устойчивости статистических рядов является буржуазной и даже честные “буржуазные” статистики вынуждены нарушать свой профессиональный долг и фальсифицировать действительность (с. 46).

И вот неграмотное руководящее указание вице-президента Академии наук К. В. Островитянова (с. 82): “Ленин целиком и полностью подчинил [статистические приемы; точнее, приспособлял их к] задаче классового анализа деревни” и нельзя полагать, что при изучении группировок звезд и экономических группировок “применяются одни и те же приемы исследования”.

Много позднее Рябушкин (1976, столбец 1299) молчаливо попытался подчинить статистику марксистской идеологии, заявив, как, впрочем, и многие советские авторы до него, что количественное описание жизни общества находится “в неразрывной связи с ее качественным содержанием”. По поводу естествознания ничего подобного он не сказал. Заметим, что на той же конференции Колмогоров (п. 6) очень осторожно определил математическую статистику, и вспомним Зюссмильха, который полагал, что статистика (этого термина он не употреблял) выявляет божественный порядок в движении населения!

5. Основное определение

Немецкий статистик Бутте (1808, с. xi) первым определил статистику в современном духе: “Теория статистики есть наука о познании и оценивании статистических данных, об их сборе и систематизации”. Но вот почему сбор и систематизация оказались на втором месте?

Далее, ботаник и статистик Альф. Декандоль (1833, с. 334) полагал, что статистика объединяет “цифры”, чтобы придти к “уверенным результатам” и является ветвью математики. Подобное же утверждение высказал Chaddock (1925, с. 26). По Журавскому (1846/1963, с. 203), статистика это “особая, весьма обширная наука”, относящаяся к прикладной математике и основанная на “категорической нумерации” своих объектов, – на подсчетах количества предметов, распределенных по категориям. Примерно так же полагал Максвелл (Maxwell 1871, с. 253; 1877, с. 242).

И вот основное определение (Колмогоров и Прохоров (1982, с. 576): *математическая* статистика это

Раздел математики, посвященный математическим методам систематизации, обработке и использованию статистических данных для научных и практических выводов. […] *Статистическими данными называются сведения о числе объектов в какой-либо более или менее обширной совокупности, обладающих теми или иными признаками*.

Заметим, что уже Журавский примерно так же определял статистические данные. По существу же следует указать, что Колмогоров и Прохоров, видимо, исключили из своего определения теорию ошибок (см. п. 7), равно как и сбор исходных данных, и к тому же неясно, должны ли были быть "сведения" исходными или подправленными, притом либо в самом начале, либо при "систематизации".

Многие определения, появившиеся с 1950 г. несколько отличались от предложенного Колмогоровым и Прохоровым (Эгон Пирсон, см. Bartholomew 1995, с. 7; Kendall 1950, с. 130; Kendall & Buckland 1971; Marriot 1991; Bancroft 1966, с. 530; Kruskal 1978, с. 1072; Wilks 1968, с. 162; Anonymous 1968, с. 166; Anonymous 1985, с. 230).

Первые два довольно абстрактны, равно как и в меньшей степени четвертое; остальные во многом схожи с предложенным К. и П. Впрочем, Kendall (1950, с. 134) и Kruskal, а также и Махаланобис в 1950 г. (Rao 1993, с. 339) и Tukey (1953, с. 66) отрицали принадлежность (теоретической) статистики к математике (см. п. 6). Bancroft и второй анонимный автор заявили, что статистика это и наука, и искусство. И действительно, по крайней мере предварительное исследование данных требует воображения и такта.

Некоторые авторы предложили более узкое, а потому вряд ли удовлетворительное определение. Чупров, в своей неопубликованной диссертации 1896 г. (Шейнин 1990, с. 88 – 89), Lindley (1984, с. 360) и Стиглер (1986, с. 1) утверждали, что статистика измеряет наше незнание или неопределенность. Впрочем, Банкрофт верно заметил, что статистические выводы делаются "перед лицом неопределенности".

6. Статистика и математика: математическая или теоретическая статистика?

Итак, несколько авторов отрицали принадлежность статистики к математике, т. е. к системам или иерархиям структур (Бурбаки), или иначе (Bochner 1987, с. 522) "к области познания, полностью погруженной в самое себя".

Колмогоров (1982, с. 560) определил математику по Энгельсу как "науку о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира", но тут же добавил, что это определение "наполняется всё более богатым содержанием", а в дальнейшем изложении упомянул абстрактные отношения, операции и пространства. В соответствии со своей общей точкой зрения он (Аноним 1954, с. 47) заявил, что

Всё общее в статистической методологии естественных и общественных наук, всё то, что здесь безразлично по отношению к специфической природе естественных или общественных наук, относится к отделу математики, – математической статистике.

И вряд ли он (или Прохоров) согласились бы с Карлом Пирсоном или Нейманом (п. 2), которые отнесли статистику к прикладной математике.

Там же Колмогоров отрицал существование

Ещё какой-то не математической и тем не менее универсальной общей теории статистики, по существу сводившейся к математической статистике и к некоторым техническим приемам собирания и обработки статистических данных,

частью которой должна будто бы считаться математическая статистика. Иначе говоря, он отрицал теоретическую статистику и таким образом изменил свою прежнюю точку зрения, в соответствии с которой (1948, с. 216) теоретическая статистика являлась частью математической, но находящейся, впрочем (с. 218), "еще в стадии формирования".

Утверждения Колмогорова 1954 г. не являются общепринятыми. Kendall (1978, с. 1093) предпочел математической статистике термин *теория статистики*, а Anscombe (1967, с. 3 прим.) назвал математическую статистику "нелепым" явлением. И тем не менее Колмогоров (Аноним 1954, с. 47) сформулировал очевидное обратное утверждение о математике: количественные отношения действительного мира "в их чистом виде" изучаются математикой. Поэтому его утверждения о математической статистике вряд ли можно оспаривать.

Но и второй термин, *теоретическая статистика*, незаменим. Она дополнительно включает общенаучные методы, а не *технические приемы* (Колмогоров), которые главным образом относятся к предварительному исследованию данных. И вот Tukey (1962, с. 397): "исследование данных и примыкающие части статистики должны […] воспринять скорее качества [общей] науки, а не математики".

Термин *математическая статистика* ведет начало от Книса (Knies 1850, с. 163) и Вернадского (1852/1963, с. 237), которые понимали ее как бывшую политическую арифметику, затем его же применил Zeuner (1869). Именно этот термин вполне подходящ для описания трудов, скажем, Госсета (Стьюдента), Фишера или Смирнова, а Wilks (1962), – как и Zeuner, – применил его в заглавии своего весьма серьезного трактата. Второй термин (или во всяком случае *теория статистики*) появился у Шлёцера (1804), опять же в заглавии книги.

Граница между чистой и прикладной математикой неопределенна и сдвигается со временем; то же, очевидно, происходит со статистикой, но здесь разделение ещё более смутно, поскольку вовсе не простое выделение прикладной статистики недостаточно: быть может следует признать существование двух прикладных статистик, соответствующих математической и теоретической статистике.

7. Планирование эксперимента и теория ошибок

Анонимный автор (1984) определил планирование эксперимента как "раздел математики, изучающий рациональную организацию измерений, подверженных случайным ошибкам". Finney (1960/1970, Предисловие к русскому изданию), однако, считал, что эту новую дисциплину "нельзя целиком считать [ни] частью математической теории статистики", ни частью "статистического аппарата", но не уточнил своего высказывания.

По меньшей мере в соответствии со смыслом этого термина планирование эксперимента должно включать выбор оптимальных методов и обстоятельств наблюдения, разработку соответствующих приборов и т. д. (Box 1964). Многие из этих проблем не имеют ничего общего со случайностью и составляют предмет детерминированной ветви теории ошибок, чье значение заслуживает внимания специалистов новой дисциплины.

Некоторые авторы (Романовский 1955; Смирнов и Дунин-Барковский 1959; Большев 1984) относят (вероятностную) теорию ошибок к математической статистике, но, видимо, естественнее определять ее как приложение статистического метода к обработке наблюдений в экспериментальной науке.

Романовский заявил, что исследование систематических ошибок не входит в задачи математической статистики и таким образом он исключил и предварительное исследование данных и планирование эксперимента. Смирнов и Дунин-Барковский признавали только "теорию случайных ошибок", т. е. согласились с Романовским. И всё-таки экспериментальная наука должна изучать и систематические ошибки наблюдений; Большев (1982) отнес эту тему к обработке наблюдений (хоть и упомянул ее только мельком), но отделять ее от теории ошибок (детерминированной) практически невозможно.

8. Статистика не только метод

Fox (1860, с. 331) и Миклашевский (1901, с. 476) полагали, что статистика является лишь методом. Отказавшись от своего прежнего мнения (п. 5), Декандоль (1873/1921, с. 12) согласился с этим и даже противопоставил статистику и математику, ошибочно убеждая, что последняя указывает (лишь) детерминированные выводы. Наконец, Kendall (1950, с. 128) заявил, что "как математика, он [статистический метод] является научным методом".

Теория познания признает индукцию и дедукцию; в статистике индуктивным является только оценка таких величин, как статистическая вероятность, последующий же анализ дедуктивен и относится либо к теории вероятностей, либо к (математической или теоретической) статистике. Трудно поэтому согласиться, что статистика это (единый) метод и Kruskal (1978, с. 1082), видимо, прав, ограничивая свое соответствующее мнение: "Статистика находится по соседству с философией науки".

Иное положение с математикой, поскольку она использует метод детерминированной дедукции. Невольно вспоминается знаменитое изречение Карла Пирсона (1892, с. 15): "Единство всей науки состоит только в ее методе, а не в содержании". В 1953 г. И. М. Гельфанд (Ширяев 1991, с. 191) заявил, что "математика всё еще воспринимается как единая наука" и добавил, что это единство "в большой степени обязано Колмогорову”. Он не уточнил: единство в смысле метода или содержания?

Сам Колмогоров (1948, с. 216) в свое время утверждал, что математическая статистика это наука “о математических методах изучения массовых явлений”, она (с. 218) “должна считаться ее органической частью”. Впоследствии он, кажется, не повторил этого высказывания, первая часть которого почти повторяет Карла Пирсона, и мы не упомянули его в п. 5.

Существует и противоположная точка зрения (Нейман 1950, с. 4): математическая статистика является “разделом теории вероятностей”. Так же, как можно понять, полагал Мизес (1964, с. 1). И всё же, кажется по общему мнению, эти две дисциплины лучше полагать каким-то образом отделенными друг от друга, притом вряд ли естественно объединять то, что отличается друг от друга по отношению к индукции/дедукции. Но уж в любом случае никто больше не утверждает, что статистика может существовать сама по себе.

Библиография

Аноним (1954), Обзор научного совещания по вопросам статистики. *Вестник статистики*, № 5, с. 39 – 95. Совещание проводили Академия наук СССР, Министерство высшего образования и Центральное статистическое управление.

Аноним (1984), Планирование эксперимента. В книге Виноградов (1977 – 1985, т. 4, с. 293).

Большев Л. Н. (1982), Наблюдений обработка. В книге Виноградов (1977 – 1985, т. 3, с. 847 – 848).

--- (1984), Ошибок теория. Там же, т. 4, с. 183 – 185).

Вернадский В. И. (1852), Задачи статистики. Отрывок в книге Дружинин (1963, с. 221 – 238).

Виноградов И. М., редактор (1977 – 1985), *Математическая энциклопедия*, тт. 1 . 5. М.

Дружинин Н. К. (1963), *Хрестоматия по истории русской статистики.* М.

Журавский Д. П. (1846, 1946), Об источниках и употреблении статистических сведений. Отрывок в книге Дружинин (1963, с. 199 – 219).

Колмогоров А. Н. (1948), Основные задачи теоретической статистики (резюме). В книге *Второе всесоюзное совещание по математической статистике*. Ташкент, с. 216 – 220.

--- (1982), Математика. В книге Виноградов (1977 – 1985, т. 3, с. 560 – 563). По материалам одноименной статьи автора 1954 г.

Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В. (1982), Математическая статистика. Там же, т. 3, с. 576 – 581

Миклашевский И. Н. (1901), Статистика. *Энц. словарь Брокгауза и Ефрона*, полутом 62, с. 476 – 505.

Романовский В. И. (1955), Ошибок теория. БСЭ, изд. 2-е, т. 31, с. 500 – 501.

Рябушкин Т. В. (1976), Статистика. БСЭ, 3-е изд., т. 24/1, с. 437 – 439.

Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. (1959), *Краткий курс математической статистики для технических приложений.* М.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 17, pp. 201 – 259.
--- (1978), Poisson's work in probability. Там же, т. 18, с. 245 – 300.
--- (1980), On the history of the statistical method in biology. Там же, т. 22, с. 323 – 371.
--- (1984a), On the history of the statistical method in astronomy. Там же, т. 29, с. 151 – 199.
--- (1984b), On the history of the statistical method in meteorology. Там же, т. 31, с. 53 – 95.
--- (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. М.
--- (2002), Теория статистики: исторический очерк. *Вопросы статистики*, № 9, с. 64 – 69.
Ширяев А. Н., Shiryaev A. N. (1991), Everything about Kolmogorov was unusual. *CWI Quart.*, vol. 4, pp. 189 – 193.
Anonymous (1968), Statistics, mathematical. *Enc. Brit*., vol. 21, pp. 166 – 170.
Anonymous (1985), Statistics. *New Enc. Brit.*, vol. 28, pp. 230 – 239.
Anscombe F. J. (1967), Topics in the investigation of linear relations etc. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. B29, pp. 1 – 52.
Bancroft T. A. (1966), Statistics. *Enc. Americana*, vol. 25, pp. 530 – 536a.
Bartholomew D. J. (1995), What is statistics? *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A158, pp. 1 – 20.
Bochner S. (1987), Mathematics. *McGraw-Hill Enc. of Science and Technology*, 6-е изд., vol. 10, pp. 522 – 527. 10-е изд. (2007): с. 556 – 562, см. с. 556.
Bortkiewicz L. von (1904), Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik. *Enc. Math. Wiss*., Bd. 1, pp. 821 – 851.
Box G. E. P. (1964), Errors, theory of. *Enc. Brit.*, vol. 8, pp. 688 – 689.
Butte W. (1808), *Die Statistik als Wissenschaft*. Landshut.
Chaddock R. E. (1925), *Principles and Methods of Statistics*. Boston.
Cournot A. A., Курно О. (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей.* М.
De Candolle A. L. P. (1833), Revue des progrès de la statistique. *Bibl. Universelle*, Cl. Litt., année 18, t. 52, pp. 333 – 354.
--- (1873, 1885, франц.), *Histoire des sciences. Zur Geschichte der Wissenschaften und der Gelehrter seit zwei Jahrhunderten*. Leipzig, 1921.
Edgeworth F. Y. (1885), Methods of statistics. *Jubilee Volume of the Statistical Society.* London, pp. 181 – 217. Перепечатка в собрании сочинений автора *Writings in Probability, Statistics and Economics*, vols 1 – 3. Cheltenham, 1996 (vol 2, pp. 24 – 60).
Finney D. J., Финни Д. (1960, англ.), *Введение в теорию планирования экспериментов*. М., 1970.
Fisher R. A. (1925), *Statistical Methods for Research Workers.* Edinburgh, 1954.
Fox J. J. (1860), On the province of the statistician. *J. Stat. Soc. London*, vol. 23, pp. 330 – 336.

Graunt J., Граунт Дж. (1662), *Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality*. Baltimore, 1939. Естественные и политические наблюдения над бюллетенями смертности. В книге Граунт Дж., Галлей Э. (2005), *Начала статистики населения, медицинской статистики и математики страхового дела*. Берлин, с. 5 – 105. Также www.sheynin.de.

Kendall M. G. (1950), The statistical approach. *Economica*, new ser., vol. 17, pp. 127 – 145.

--- (1978), The history of the statistical method. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 1093 – 1102).

Kendall M. G., Buckland W. R. (1971), Statistics. *Dict. of Stat. Terms.* Edinburgh, p. 145.

Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London.

Knies C. G. A. (1850), *Die Statistik als selbstständige Wissenschaft*. Kassel.

Kotz S. (1965), Statistics in the USSR. *Survey*, vol. 57, pp. 132 – 141.

Kruskal W. H. (1978), Statistics, the field. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 1071 – 1093).

Kruskal W. H., Tanur J. M., редакторы (1978), *International Encyclopedia of Statistics*, vols 1 – 2. New York.

Lazarsfeld P. F. (1961), Notes on the history of quantification in sociology. *Isis*, vol. 52, pp. 277 – 333. Перепечатка в книге Kendall & Plackett (1977, pp. 213 – 269).

Libri-Carrucci G. B. I. T., докладчик (1834), Au nom d'une Commission. Procès verbaux des séances. *Acad. Sci. Paris*, t. 10, pp. 533 – 535. Члены комиссии S. F. Lacroix, S.-D. Poisson.

Lindley D. V. (1984), Prospects for the future. The next 50 years. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A147, pp. 359 – 367.

Marriot F. H. C. (1991), Statistics. *Dict. Stat. Terms*. Harlow, p. 196.

Maxwell J. C. (1871), Introductory lecture on experimental physics. В собрании сочинений автора *Scient. Papers*, vol. 2. Cambridge, 1890, pp. 241 – 255.

--- (1877), Рецензия на книгу Watson H. W. (1876), *Treatise on the Kinetic Theory of Gases*. Oxford. *Nature*, vol. 16, pp. 242 – 246.

Mises R. von (1964), *Mathematical Theory of Probability and Statistics.* New York.

Neyman J. (1950), *First Course in Probability and Statistics*. London.

Pearson K. (1892), *Grammar of Science*. London.

--- (1978), *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*. Лекции 1921 – 1933 гг. Редактор E. S. Pearson. London.

Poisson S.-D., Dulong P. L., Larrey F. H., Double F. J. (1835), Рецензия на рукопись J. Civiale, Recherches de statistique sur l'affection calculeuse. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.

Quetelet A. (1848), *Du système social et de lois qui se régissent.* Paris.

Rao C. R. (1993), Statistics must have a purpose: the Mahalanobis dictum. *Sankhya*, vol A55, pp. 331 – 349.

Rümelin G. von (1863 – 1864), Zur Theorie der Statistik. В собрании сочинений автора *Reden und Aufsätze*. Freiburg i/B – Tübingen, 1875, pp. 208 – 284.

Schlözer A. L. (1804), *Theorie der Statistik nebst Ideen über das Statium der Politik überhaupt*. Göttingen.
Stigler S. M. (1986), *The History of Statistics. The Measurement of Uncertainty*. Cambridge, Mass.
Tukey J. W. (1953), The growth of experimental design in a research laboratory. *Coll. Works*, vol. 3. Monterey, Calif., 1986, pp. 65 – 75.
--- (1962), The future of data analysis. Там же, с. 391 – 484.
Wilks S. S., Уилкс С. (1962 англ.), *Математическая статистика.* М., 1967.

II. Безвозвратные выборки: история и примеры

Sampling without replacement: history and applications
Intern. Z. f. Geschichte und Ethik der Naturwissenschaften, Technik und Medizin (NTM)
Bd. 10, 2002, pp. 181 – 187

Мы рассматриваем появление в середине XIX в. безвозвратных выборок при неполных сведениях о них, обсуждаем примеры их применения и показываем, что справедливость жеребьевок ставилась под сомнение.

1. Исходная задача

Безвозвратные выборки широко применяются при опросах общественного мнения и статистическом контроле массовой продукции. В подобных случаях они равнозначны сериям безвозвратных извлечений (одновременных или поочередных) из урны, содержащей белые и черные шарики в неизвестном соотношении. Вообще же выборочные исследования по существу начались с Лапласа, который таким образом определял население Франции, а М. В. Остроградский (1848) применил их к статистическому контролю поставок продовольственных товаров в армию.

Будем всегда считать, что в урне находятся a белых и b черных шариков ($a + b = c$), из которых извлечено m и n шариков ($m < a$, $m + n = s$)[1]. Легко проверить, что вероятность выборки (m; n) равна

$$P_1 = \frac{C_a^m C_b^n}{C_c^s}, \qquad (1)$$

а вероятность последующего извлечения белого шарика будет очевидно равна

$$P_2 = \frac{a-m}{c-s}. \qquad (2)$$

Если m и n неизвестны, P_2 будет, однако, оставаться неизменной (п. 2) и равной своему первоначальному значению

$$P_3 = \frac{a}{c}. \qquad (3)$$

Ожидаемое значение n равно

$$\mathrm{E}n = \frac{bs}{c}. \tag{4}$$

Ниже мы напоминаем о появлении родственной задачи; в п. 2 рассматриваем случай неизвестных m и n, а в п. 3 исследуем отсутствие сведений другого порядка. Наконец, в п. 4 мы приводим некоторые примеры.

Задачу о безвозвратной выборке впервые сформулировал Гюйгенс (1888 – 1950, т. 14, Дополнительная задача № 4 в трактате 1657 г.); он же решил ее в рукописи 1665 г. (там же, с. 96 – 101; Шейнин 1977, с. 245). Требовалось определить шансы, соответствовавшие случаю m = 3 и s = 7 при a = 4 и b = 8. В своей Дополнительной задаче № 2 он имел в виду выборку с возвращением, однако, также в 1665 г., его корреспондент, математик Гюдде (Гюйгенс 1888 – 1950, т. 5, с. 306) решил ее в ошибочном предположении безвозвратной выборки.

Вот эта последняя задача. Пусть снова a = 4 и b = 8; требовалось найти шансы трех игроков, которые извлекают шарики по очереди до тех пор, пока в тираж не выйдет белый шарик. Якоб Бернулли (1713/1999, ч. 1, с. 63 – 66; 2005, с. 72 – 73) и Муавр (1718/1756, с. 56 – 58) также решили ее, притом в обоих вариантах (с возвратом шариков и без возврата), получив одни и те же результаты. Во втором варианте шансы игроков оказались в соотношении 77:53:35[2].

2. Основное уточнение задачи

Мы теперь рассматриваем случай, при котором m и n остаются неизвестными. Из упомянутых ниже авторов Luchterhandt (1842) забыт, а Mondésir (1837) был лишь по существу назван в статье Jongmans & Seneta (1994)[3].

2.1. Mondésir (1837). Он доказал, что вероятность извлечь без возврата q одноцветных шариков подряд не изменится, если перед началом из урны были извлечены s шариков (повторим: при неизвестных m и n). Мондезир рассмотрел три случая: $s < a$, $s < b$; $a < s < b$; и $s > a$, $s > b$ и в каждом из них вычислил искомую вероятность при всех возможных вариантах состава выборки. Затем он попарно перемножил эти, скажем, частные вероятности и сложил произведения, получив в каждом случае

$$\frac{a(a-1)...[a-(q-1)]}{c(c-1)...[c-(q-1)]}.$$

Мондезир не преминул заметить, что Пуассон молчаливо исходил из формулы (3). Сам он, строго говоря, не доказал ее.

2.2. Пуассон. В нескольких случаях он (1825 – 1826) молчаливо исходил из формулы (3). Он исследовал азартную игру, в которой две серии карт извлекались без возвращения из одной и той же пачки, состоящей из шести колод, и один раз посчитал, что вторая серия карт как бы извлекается из исходной нетронутой пачки.

Позднее Пуассон (1837, с. 231 – 234) вернулся к своему предположению. Обозначим вероятность выборки (m; n) через

$f(a; b; m; n)$ и предположим, что она была получена после того, как в предварительной выборке оказалось g белых и h черных шариков, $g + h = j$. Тогда

$$f(a; b; m; n) = \sum f(a - g; b - h; m; n) \cdot f(a; b; g; h),$$

где суммирование распространяется на $g, h = 0, 1, \ldots, g + h = j$.

Пуассон доказал, что правая часть не зависит от j, так что можно было принять $j = 0$. Это означало, что предварительная выборка, результаты которой оставались неизвестными, не влияли на вероятность заранее предположенной основной выборки.

Там же (с. 231) Пуассон должным образом исправил свою оплошность, допущенную на с. 61, где он заметил, что Мондезир, в своем еще не опубликованном мемуаре, доказал формулу (3); см. по этому поводу наш п. 2.1. Пуассон, видимо, счел нужным обратить внимание на это обстоятельство и проверил указанную формулу на простом численном примере. Он далее заметил, что вариант $a = b$ подчиняется формуле, поскольку в таком случае нет причины предпочитать тот или иной цвет[4], и сослался на свою предельную теорему для безвозвратных выборок. Действительно, см. формулу (2), при больших a и b

$$\frac{a-m}{b-n} \approx \frac{a}{b}.$$

Здесь, на с. 61, Пуассон не сослался ни на свою предыдущую статью, ни на с. 231 – 234 (которые, правда, быть может не были еще напечатаны).

2.3. Luchterhandt (1842). Не сумев отыскать мемуар Мондезира, он независимо доказал формулу (3). Исходя из формулы (1), он умножил ее правую часть на $(a - m)/(c - s)$, см. формулу (2), и получил вероятность сложного события, т. е. извлечения белого шарика вслед за выборкой $(m; n)$. Затем Лухтерхандт вычислил сумму таких произведений для $m = 0, 1, \ldots, s$ и, ввиду неизвестности m, учитывал при этом число возможных случаев для каждого из этих значений. Таким образом он получил формулу (3).

На последнем этапе своих вычислений он применил результаты Пуассона (1837, с. 60 – 63). Пуассон вполне мог бы и сам вывести ту же формулу; возможно, что он воздержался от этого шага, поскольку имел на руках рукопись Мондезира (п. 2.2).

2.4. Каталан (Dale 1991/ 1999, pp. 344 – 348; Jongmans & Seneta 1994) обратил внимание на неожиданный результат Пуассона и Мондезира. Вначале он (1877) сформулировал весьма общую (и, пожалуй, вне-математическую) теорему, затем (1884), не изменив в ее изложении ни одного слова, придал ей ранг принципа:

В том случае, когда причины, от которых зависит вероятность будущего события, изменяются неизвестным образом, она остается прежней.

Подчеркнем: по самой сути этого принципа *вероятность* должна быть только субъективной, см. Примеры 2 и особенно 4 в п. 4.

Примерно в то же время Бертран (1888, с. xx), обсуждая закономерности массовых случайных событий, образно, хотя и не слишком определенно, заявил:

Во всякой игре случай подправляет собственные капризы. Его законом является сама иррегулярность.

Мы бы сказали, что формулы (3) и (4) служат удачными примерами этой идеи (которая, конечно же, восходит к закону больших чисел)[5]. Последняя формула ныне общеизвестна (Браунли 1965/1977, начало п. 3.5 со ссылкой на п. 2.3).

3. Иная неопределенность

Пусть извлечения из урны привели к серии белый, черный, черный, … Требуется определить, производилась ли выборка с возвращением или нет. Даже более общая задача стала настоятельной после того, как в 1870-е годы Лексис начал изучать устойчивость статистических рядов (Лексис 1879; Бауер 1955; Шейнин 2005, п. 15.1). Здесь нам достаточно сказать, что он стремился устанавливать, соответствует ли данный статистический ряд серии независимых испытаний Бернулли.

Одним из ведущих статистиков того времени, который исследовал критерий, выведенный Лексисом, но затем почти похоронил его (хотя не уменьшил серьезного влияния Лексиса на развитие статистики), был Чупров. Вот выдержка из его письма Н. С. Четверикову 1921 г. (Шейнин 1990, с. 108):

Если не располагать априорными данными, то ряд чисел, полученный в порядке извлечения из урны билетов без возвращения, неотличим от ряда, полученного при обычном порядке обратного опускания […] *билета* […] *в урну.* […] *Звучит это парадоксом, но* [это] *так*!

Через несколько лет Чупров повторил это высказывание в печати (1923, с. 666 – 667; 1924/1960, с. 209) и во втором случае заключил: “Как это ни парадоксально звучит, но задача […] неразрешима”[6].

Сенета (1987) указал на связь исследований Чупрова и его ученика Мордуха[7] (1923) с позднейшими существенными исследованиями зависимых случайных величин (с понятием о конечной переставляемости). Он, однако, не подчеркнул, что Чупров почти с самого начала признал возможность прилагать свои результаты к безвозвратным выборкам. И ни Чупров, ни Сенета не упомянули формулы (3).

4. Примеры

Наши примеры показывают, что справедливость жеребьевок, т. е. безвозвратных выборок, ставилась под сомнение (пример 1 и, возможно, 3) и что формула (3) может оказаться полезной игрокам (пример 4), и мы также укажем особый пример 2, приводящий к софизму.

1. Жеребьевка при выкупе за перворожденных весьма кратко описана в Ветхом Завете и подробнее в Талмуде [III, пп. 5.1.2е и 5.1.4]. Теперь, после рассмотренного выше, можно сразу сказать, что, вопреки, как представляется, сомнениям ее участников, она была справедливой.

Существенным примером безвозвратной выборки явился раздел земли (Числа 26:55 – 56 и 33:54), но он никак не разъяснен.

2. Запрещенная пища; рассуждение комментатора Талмуда в XIII в. или в самом начале XIV в. [III, конец п. 5.2]. Это по существу софизм: если, помимо нескольких кусков кошерного мяса, на тарелке лежит один кусок запрещенного, то можно съесть все куски подряд. И ведь действительно, вероятность не нарушить запрет остается неизменной и равной соотношению числа кошерных кусков к тому же числу, увеличенному всего на единицу!

3. Лотереи для отбора новобранцев в армию. Несколько раз в течение 1917 – 1970 гг. молодые американцы попадали в армию по результатам жребия (Fienberg 1971). Призывались те, кто извлекал номера 1, 2, …, $(M - 1)$, M из билетиков, пронумерованных от 1 до N $(N > M)$[8], притом, очевидно, M и N изменялись от одного, скажем, округа к другому.

Подобная лотерея равносильна безвозвратной выборке при $a = M$ и $c = N$ (и $b = N - M$), которая производится до тех пор, пока возрастающая величина m не станет равной M (причем окажется, что $n \le N - M$). По меньшей мере в некоторых случаях проводилась (излишняя) предварительная жеребьевка для установления очередности основной процедуры.

Финберг обращает особое внимание на то, что шарики в урнах не всегда были достаточно хорошо перемешаны, – это его основной вывод, – но мы оставляем его в стороне. Но вот что интересно для нас, см. его с. 271:

Лотерея 1970 г. не помогла развеять существовавшие у многих сомнения в беспристрастности и справедливости случайных извлечений.

И очень возможно, что не все сомневающиеся имели в виду недостаточное перемешивание шариков.

4. Упомянем игру в очко несколькими колодами карт. Выкладывая карты для себя, банкомёт должен остановиться на 17 очках. Мы не знаем, было ли это ограничение подтверждено вычислениями, которые должны были бы учитывать возможность его выигрыша при 17 очках, а при продолжении игры – возможности как перебора, так и благоприятного исхода.

Игрок, однако, не обязан считаться ни с какими ограничениями, и, при особо хорошей памяти, он (видимо, в отличие от банкомёта) может с выгодой воспользоваться формулой (2). Возможно, что такие случаи действительно происходят.

Признательность. Мы воспользовались полезным методическим советом проф. доктора К. Дитца (Тюбинген).

Примечания

1. Уже Мондезир (1837, с. 10) заметил, что мысленное объединение шариков всех цветов кроме одного приводит к обобщению задачи. Случай, при котором каждый из данных шариков окрашен в свой собственный цвет, приводит к знаменитой генуэзской лотерее (XVII в.), послужившей отправной точкой множества интересных исследований (достаточно упомянуть Эйлера).

2. Хюдде не привел своих вычислений и лишь указал свой чуть отличающийся результат: 232:159:104.

3. Последнюю из этих статей мы упоминаем и в п. 2.4. Ее авторы обсуждают и некоторые примыкающие современные идеи.

4. На с. 47 того же сочинения Пуассон даже попытался доказать, что вероятность извлечения белого шара из урны, содержащей шары белого и черного цветов в неизвестном соотношении, равна 1/2, – опять-таки по принципу недостаточных оснований, как он ныне называется.

Если допустить, что при указанных условиях вероятность (субъективная) всё же существует, то ее действительно следует считать равной 1/2, чтобы таким образом предоставлять наименьшую возможную информацию о составе урны. Вряд ли можно как-то иначе обосновать вывод Пуассона, и уместно привести мнение Эллиса (Ellis 1850/1863, с. 57): "Из незнания нельзя сделать никакого вывода. Ex nihilo nihil".

5. Формула (4) равносильна выражению $\mathrm{E}n/s = b/c$. Это означает, что в безвозвратных выборках при известных или неизвестных m и n шанс на самом деле "подправляет свои собственные капризы". См. также п. 3.

6. На той же с. 209 Чупров добавил отсутствовавшее в исходном немецком тексте замечание: в случае $a = b$ можно легко различить варианты выборок. Позволим себе заметить, что он недостаточно четко сформулировал условия задачи и что может быть поэтому его вывод трудно проверить.

7. Мордух по всей видимости покинул Россию не закончив курса в Петроградском политехническом институте. В 1921 г. он окончил Упсальский университет (Швеция), и из полученных оттуда архивных источников мы узнали, что его звали Яков, что он родился в 1895 г., и что он получил звание бакалавра гуманитарных наук (Arts).

8. Так мы поняли автора, который не пояснил должным образом истолкования результатов жеребьевки; возможно, конечно, что в США оно было общеизвестно. Впрочем, для наших целей мы могли бы с тем же успехом выбрать противоположное истолкование (призываются все те, кто извлек шарик с номером, превышающим M).

Об аналогичной жеребьевке при наборе в российскую армию вскользь упомянул в одном из своих рассказов Шолом Алейхем.

Библиография

Мордух Я. (1923), О связанных испытаниях, отвечающих условию коммутативности. *Тр. русск. ученых заграницей*, т. 2. Берлин, с. 102 – 125.

Остроградский М. В. (1848, франц.), Об одном вопросе, касающемся вероятностей. *Полн. собр. тр.*, т. 3. Киев, 1961, с. 215 – 237.
Четвериков Н. С., редактор (1968), *О теории дисперсии*. М.
Чупров А. А., Tschuprow A. A. (1923), On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations. *Metron*, t. 2, pp. 461 – 493, 646 – 683.
--- (1924, нем.), Основные задачи стохастической теории статистики (1925). В книге автора *Вопросы статистики.* М., 1960, с. 162 – 221.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259.
--- (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. М.
--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также www.sheynin.de.
Bauer R. K., Бауер Р. К. (1955, нем.), Теория дисперсии Лексиса в ее отношениях к новым течениям статистической методологии. В книге Четвериков (1968, с. 225 – 238).
Bernoulli J., Бернулли Я. (1713, латин.), *Wahrscheinlichkeitsrechnung* (1899). Frankfurt/Main, 1999. *Искусство предположений*, ч. 1 – 3. Перевод О. Б. Шейнина. Берлин, 2006. Также www.sheynin.de.
Bertrand J. (1888), *Calcul des probabilités*.
Brownlee K. A., Браунли К. А. (1965, англ.), *Статистическая теория и методология в науке и технике*. М., 1977.
Catalan E. C. (1877), Un nouveau principe de probabilités. *Bull. Acad. Roy. des Sciences, des Lettres et des Beau-Arts de Belgique*, 2^{me} sér., 46^{e} année, t. 44, pp. 463 – 468.
--- (1884), Application d'un nouveau principe de probabilités. Там же, 3^{me} sér., 53^{e} année, t. 3, pp. 72 – 74.
Dale A. I. (1991), *History of Inverse Probability*. New York, 1999.
De Moivre A. (1718, 1738, 1756), *Doctrine of Chances*. Перепечатка последнего издания: Нью-Йорк, 1967.
Ellis R. L. (1850), Remarks on an alleged proof of the method of least squares. *Phil. Mag.*, ser. 3, vol. 37, pp. 321 – 328, 462. Также в книге автора *Mathematical and Other Writings*. Cambridge, 1863, pp. 53 – 61.
Fienberg S. E. (1971), Randomization and social affairs: the 1970 draft lottery. *Science*, vol. 171, pp. 255 – 261.
Huygens C. (1888 – 1950), *Oeuvres Complètes*, tt. 1 – 22. La Haye. Тома 5 и 14 опубликованы в 1893 и 1920 гг. соотв.
Jongmans F., Seneta E. (1994), A probabilistic 'new principle' of the 19th century. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 47, pp. 93 – 102.
Lexis W., Лексис В. (1879, нем.), О теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968, с. 5 – 38).
Luchterhandt A. R. (1842), Über einen Lehrsatz aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Arch. Math. u. Phys.*, Bd. 2, pp. 65 – 67.
Mondésir E. (1837), Solution d'une question qui se présente dans le calcul des probabilités. *J. math. pures et appliquées*, t. 2, pp. 3 – 10.
Poisson S.-D. (1825 – 1826), Sur l'avantage du banquier au jeu de trente-et-quarante. *Annales math. pures et appliquées*, t. 16, pp. 173 – 208.

--- (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements*. Paris. [Paris, 2003.]
Seneta E. (1987), Chuprov on finite exchangeability, expectation of ratios and measures of association. *Hist. Math.*, vol. 14, pp. 243 – 257.

III. Статистическое мышление в Библии и Талмуде

Stochastic thinking in the Bible and the Talmud
Annals of Science, vol. 55, 1998, pp. 185 – 198

1. Введение

1.1. Пояснения. Мы описываем с указанной точки зрения *Библию*, *Талмуд*, а также и *Книгу Мормона*, которую мормонская ветвь христианского вероучения (Церковь Иисуса Христа Святых последних дней) считает дополнением *Библии*.

Ранняя часть Талмуда (ее название – *Мишна*) является истолкованием *Торы* или *Пятикнижия* (первых пяти книг Ветхого завета) и подразделяется более чем на 60 трактатов. Остальная часть *Талмуда* составлена из позднейших комментариев самой *Мишны*, которые известны в двух вариантах. Соответственно, существуют два варианта *Талмуда*, – *Иерусалимский*, в основном законченный в IV в., – и более влиятельный, *Вавилонский*, – законченный примерно на столетие позже. Наши ссылки, поскольку не указано противное, относятся к *Вавилонскому Талмуду* и, например, T/Avoth относится к его трактату Avoth. Мы также упоминаем нескольких комментаторов *Талмуда*, особенно известного философа и ученого Мозеса Маймонида (1135 – 1204).

Ссылки на *Библию* мы указываем по ее недавнему лондонскому изданию (год выпуска не указан, видимо 1990-х годов), однако впервые мы отыскали их в известном варианте *Oxford Annotated Bible* (1985). Впрочем, названия отдельных книг этих двух изданий не всегда идентичны. Не владея ивритом, мы в основном пользовались английской частью двуязычного *Вавилонского Талмуда Mishnayot*, vols 1 – 7. London, 1951 – 1956, редактор Ф. Блэкман, но изредка ссылаемся на *Der Babylonische Talmud*, Bde 1 – 12. Berlin, 1930 – 1936, редактор Л. Гольдшмидт и *Le Talmud de Jérusalem*, tt. 1 – 6. Paris, 1960, редактор М. Шваб. Русского перевода *Мишны* (тт. 1 – 6. СПб, 1899 – 1904, переводчик Н. Переферкович) мы не смогли увидеть. Русское написание трактатов *Мишны* нам известно лишь в нескольких случаях, названия же остальных мы указываем по Блэкману. Наконец, мы пользовались русским изданием *Книги Мормона* (Солт-Лейк-Сити, штат Юта, США, 1988).

1.2. Религия и наука. Наши рассуждения не связаны с религиозной верой, однако следует подчеркнуть, что тексты *Библии* и *Талмуда* отразили распространенные чувства древних общин и народов, т. е. что содержащиеся в них утверждения характеризуют накопленное к тому времени знание. Они, эти утверждения, дополнили пояснения Аристотеля (а иногда предшествовали им), который пытался пояснить понятия случайности и вероятности.

Древние комментаторы *Мишны* не обращали серьезного внимания на естествознание или математику. Так, раввин Elieser ben Chisma (T/Avoth 3^{18}) убеждал, что законы, относящиеся к

Жертвоприношениям птиц и наступлениям менструации, являются существенными традиционными установлениями, однако определение границ сезонов и геометрия это лишь придатки (after-course) мудрости[1].

Общеизвестно, что во многих случаях церковь препятствовала признанию важнейших научных открытий, но что при изучении природы крупнейшие ученые, включая Ньютона, вдохновлялись желанием постичь божественные законы. И во всяком случае религия требовала логического мышления. Так, в Книге Притчи 14:28 мы находим прямое и противоположное утверждения: "Во множестве народа – величие царя, а при малолюдстве народа беда государю". Можно сослаться и на Книгу От Матфея 12:33 и 35, но первый пример интересен и потому, что в середине XVII в. ту же мысль разделяли со-основатели политической арифметики, предшественницы статистики, Дж. Граунт и У. Петти, а в XVIII в. – немецкий статистик Зюссмильх. Подобный же пример, на этот раз из *Талмуда*, мы привели в п. 5.5[2].

1.3. Предшествующая литература. Назовем статьи Hasofer (1967), который описал применение жребиев в *Талмуде*, и книгу Rabinovitch (1973), частично написанную на основе предыдущих статей автора. Мы весьма обязаны Рабиновичу (частые ссылки на него мы обозначаем просто сокращением *Раб*), но не удовлетворены ни его выбором примеров, ни пояснениями. Он обнаружил не существующие в древних источниках аксиомы теории вероятностей и преувеличил значение действительно встречающихся там элементов некоторых понятий (закон больших чисел, заключения по выборочным данным)[3].

Рабинович (1974) кроме того изучал линейные измерения, описанные в *Талмуде*, и мы и здесь многим обязаны ему, но снова не удовлетворены его публикацией.

Ineichen (1996) обсуждал нашу тему в краткой главе своей книги, в основном по работам обоих указанных выше авторов. Он, однако, не подошел к своей теме критически, и во всяком случае мы почти не перекрываемся с ним. Наконец, мы опираемся на наши предшествующие работы.

2. Случайность

Теория вероятностей изучает закономерности массовых случайных явлений, и случайность для этой дисциплины поэтому является основополагающим понятием. Первую попытку прояснить его мы находим у Аристотеля, и вот два из его примеров.

a. Копая яму для посадки дерева, некто находит клад. Случай – отсутствие закона или цели (*Метафизика*, кн. 5, XXX, 1025a).

b. Случайные ошибки "в действиях природы" приводят к появлению уродов, и ее первое уклонение от "типа", вызванное искажающими влияниями, но в то же время и "естественная необходимость”, это рождение самки (девочки) вместо самца (мальчика).

Таковым (второй пример) было возможно первое (и вряд ли удачное) утверждение о связи необходимости и случайности (*Физика* 199b; *О возникновении животных* 767b, кн. 4, III).

Современное естественно-научное пояснение случайности ведет начало от Пуанкаре, который обсуждал это понятие в нескольких научно-популярных брошюрах и предложил для него несколько определений, а затем объединил свои рассуждения в статье 1907 г. и перепечатал ее в своем трактате (1896/1912, Введение) Вот самое известное и самое важное его определение (с. 11 русского перевода 1999 г.):

Очень мелкая, ускользающая от нас причина вызывает значительное действие, которое мы не можем не заметить; тогда мы говорим, что этим следствием мы обязаны случаю.

Здесь косвенно указано: в условиях неустойчивого равновесия; и можно даже сказать, что для такого равновесия необходимо и достаточно подобное следствие. Первый (и возможно второй) пример Аристотеля подходит под определение Пуанкаре: при небольшом сдвиге ямы клад не был бы найден.

Кеплер (1618 – 1621/1952, т. 16, с. 932) привел рассуждение, аналогичное второму примеру Аристотеля, ср. [VI, п. 3.1]:

Будь небесные движения работой ума, […] *совершенно круговые пути планет были бы правдоподобны,* […] *но небесные движения*[…] *вызваны* […] *природой* […],

исказились и стали эллиптическими [VI,]

И даже задолго до него раввин и ученый Леви Бен Гершон (*Раб* с. 77 со ссылкой на *Milhamot haShem* III-4) утверждал, что детерминизм в природе является лишь приближенным и иногда нарушается препятствиями. И вот утверждение Пуанкаре (1896/1912, русск. перевод 1999 г., с. 9):

Ни в одной области точные законы не определяли всего, они лишь очерчивали пределы, в которых дозволялось пребывать случаю.

Начиная с работ Мизеса математики пытаются определить бесконечную (и даже конечную) случайную числовую последовательность. Современный подход к этой теме основан на том, что начальный отрезок такой бесконечной последовательности должен быть “иррегулярным”, “незаконосообразным”. Таким образом, иррегулярность является существенным свойством случайности, а подразделение явлений на детерминированные и случайные остается исключительно трудной проблемой (см. также п. 5.1).

В Ветхом завете имеется несколько примеров случая, каждый из них в духе первого примера Аристотеля:

“Я случайно пришел на гору Гелвуйскую” (Вторая Царств 1:6).
“Там случайно находился один негодный человек” (там же 20:1).
“А один человек случайно натянул лук и ранил царя Израильского” (Третья Царств 22:34 и почти дословно то же во Второй Паралипоменона 18:33).
“Не проворным достается успешный бег, не храбрым победа […], но время и случай для всех их” (Екклезиаст 9:11).

3. Вероятность

Известны несколько видов вероятностей; помимо логической и субъективной есть и теоретическая (априорная) и статистическая (апостериорная). Закон больших чисел Якоба Бернулли соединил две последние, доказав, что в вероятностном смысле статистическая вероятность неограниченно приближается к теоретической.

Во многих случаях вероятность случайного события неизвестна, и некоторые авторы доказывали, что субъективно следует считать ее равной 1/2 (Poisson 1837, с. 47). Подобное заключение (по *принципу безразличия*) нельзя использовать ни в каких серьезных приложениях. Впрочем, оно предоставляет наименьшую возможную информацию о неизвестном событии и кроме того Лаплас и тот же Пуассон (Шейнин 2005, с. 117) прямо указывали на необходимость постоянного совершенствования принятых гипотез при помощи новых наблюдений.

Раб (с. 44 со ссылкой на Makhshirin 2^{3-11} и Баба Батра 6^1) заметил, что при отсутствии “явного большинства” сомнение в *Талмуде* оценивается как “половина и половина”. Тем не менее, в первом из его источников скорее сказано, что большинство равносильно целому. Примеры Рабиновича несомненно связаны с вероятностями, так что Пуассон имел предшественников.

И всё же по меньшей мере в одном случае (Ketubot 1^{10}; Makhshirin 2^9; *Раб*, с. 45) принцип *половина и половина* вряд ли приводил к правдоподобному заключению:

Если 9 лавок продают кошерное мясо, а одна лавка – не кошерное [видимо, говядину в обоих случаях]*, и кто-то купил в одной из них, но не помнит, в какой именно, – оно запрещено ввиду сомнения. Но если мясо найдено* [на улице], *то следует исходить из большинства*.

В обоих случаях рассматривается по существу одно и то же, и вероятность нарушить запрет в них обоих одна и та же (0.1).

4. Случайная величина и ее ожидание

Математическая теория вероятностей не может рассматривать случайность саму по себе; соответственно, было введено понятие о случайной величине, но формально это сделал лишь Пуассон (1837, с. 140 – 141; Шейнин 2005, с. 134), да и то неуверенно. До него математики обсуждали случайные выигрыши в азартной игре, случайную продолжительность жизни, случайные ошибки наблюдения.

До начала XVIII в. считалось, что вероятности всех возможных значений случайной величины совпадают (Шейнин 1995, п. 7.1). Один из первых, кто не согласился с этим, был Мопертюи (1745/1756, т. 2, с. 109 и 120 – 121). По существу он объяснил сравнительно редкую схожесть ребенка с дальним предком, равно как и мутации (современный термин), “неравномерной” случайностью. В то же время он (1751/1756, там же, с. 146), обсуждая происхождение глаз и ушей у животных, лишь сравнил “равномерную и слепую склонность” с некоторым “принципом разума” и остановился на нем.

Маймонид (*Раб* с. 74 со ссылкой на Sefer haMitzvot, Запрещающая заповедь 290), однако, убеждал, что “среди случайных (contingent) вещей некоторые весьма правдоподобны, другие возможности [возможности других вещей?] весьма маловероятны, а еще некоторые промежуточны”. Иначе говоря, он указал на случайные события, вероятности которых весьма отличались друг от друга. Но он же (1977, с. 124) утверждал, что “события, постигающие людей, происходят не случайно (not of accident), но по божественному правосудию”.

Своеобразное случайное событие с довольно высокой вероятностью видимо рассматривалось в Книге Исход 21:29:

Но если вол бодлив был и вчера, и третьего дня, и хозяин, быв извещен о сем, не стерег его, а он убил мужчину или женщину, то вола побить камнями, и хозяина предать смерти.

Иначе: бодливый вол (*источник повышенной опасности*) весьма вероятно будет бодаться и впредь.

В 1654 г. Паскаль и Ферма независимо друг от друга ввели ожидание случайного события в качестве критерия для справедливого раздела ставки в прерванной серии азартных игр, и это понятие остается одним из важнейших параметров случайной величины.

Первым, кто упомянул ожидание (на до-математическом уровне) был, возможно, Маймонид (*Раб* с. 164 со ссылкой на *Mishna Torah*, Edut [Эдуйот?] xxi-1), который засвидетельствовал, что брачный контракт, обеспечивающий вдову или разведенную жену, в 1000 зуз “можно продать за 100 [этих денежных единиц], но контракт в 100 зуз – лишь меньше, чем за 10 зуз”. Этот контракт, как оказывается, имел более или менее установленную цену, притом большие возможные выигрыши считались предпочтительнее, хоть объективно они и не были благоприятнее. Та же самая субъективная склонность существует и сегодня (и нещадно используется устроителями лотерей).

Известно, что аналогичные идеи, также не вполне определенные, возникли в Европе на несколько столетий позже в связи со страхованием жизни (Шейнин 1977, с. 206 – 209). Добавим, однако, что ожидания в те времена (тем более при Маймониде) не обязательно понимались так же, как сегодня, и что во всяком случае вероятности соответствующих событий (например, развода или дожития до определенного возраста) могли назначаться только субъективно (и интуитивно).

5. Вероятностные решения

5.1. Отделение случайного от предначертания. Именно это было главной целью ранней теории вероятностей и можно сослаться здесь на Муавра (1718/1756, с. 329), – на его Посвящение своей книги Ньютону. Он определил свою цель как

Установление определенных Правил для оценки того, насколько некоторые виды Событий могли быть вызваны скорее Предначертанием, чем Шансом.

Вот два классических примера. Слово *Константинополь* составлено из литеров наборной кассы. Можно ли заключить, что оно появилось намеренно? Подразумевалось, что вероятности выбора каждой литеры, равно как их взаимных расположений, совпадали.

Лаплас (1814/1999, с. 837, левый столбец) заявил, что слово появилось намеренно, поскольку оно осмысленно (ср. первый пример Аристотеля в п. 2), и имел в виду, что чисто вероятностный ответ невозможен. Эту задачу придумал Даламбер (1768, с. 254 – 255), – и называется она по именам их обоих, – который, однако, смутно решил, что все размещения равновероятны лишь математически, на самом же деле – нет.

Другой, более ранний пример, в котором нет явных равновероятных случаев, представляет заключение Кеплера (1604/1977, с. 337) о появлении новой звезды, ср. [VI, прим. 7]:

Я не хочу приписывать это удивительное совпадение по времени и в пространстве слепому случаю, и особенно потому, что появление новой звезды само по себе, даже безотносительно времени и пространства, является не обычным событием, как при броске игральной кости, а великим чудом […].

Он посчитал, что и время, и место появления Новой были также примечательны, так что шансы этого события, будь оно случайным, оказались бы слишком низкими, и оно должно было соответствовать предустановленной цели.

5.1.1. *Библия.* a) В Книге Бытие 41:1.6 описаны коровы и колосья, которых увидел Фараон в своих снах. Сны отличались друг от друга лишь по форме, по существу же они описывали невероятные события, притом дважды подряд. Иначе говоря, они не могли быть случайными.

Можно, конечно, предполагать, что весь этот эпизод малозначителен, но вот неожиданное заключение из *Книги Мормона* (1Нефий 16:29): “Малыми средствами господь совершает великие дела”. Отсюда, между прочим, видимо следует, что по меньшей мере иногда судьба человека (или человечества?) находится в неустойчивом равновесии (см. определение случайности по Пуанкаре в п. 2).

b) Другой повторный сон: Бытие 37:7 – 9.

c) Даже однократный и осмысленный (т. е. вряд ли случайный) сон иногда считался Божественным посланием (От Матфея, гл. 1 и 2).

d) Низкая (на этот раз статистическая в смысле общего представления) вероятность привела Иова (9:24 и 21: 17 – 18) к отрицанию случайности в пользу причины: "Земля отдана в руки нечестивых", поскольку не часто "угасает их светильник"[4].

5.1.2. ***Талмуд.*** В нем можно указать три аналогичных примера, см. также *Раб* (с. 87, 90 и 84).

a) Если три дня подряд, но не одновременно, и не в течение четырех дней, в городе, "выставляющем" 500 (1500) солдат, умирает 3 (9) жителей, то их смерть следует приписать чуме и объявить его на особом положении (Taanit 3^4). Количество солдат наверняка должно было отражать неизвестное число жителей города, а умершие, как следует полагать, считались по меньшей мере не очень больными и среди них не должно было быть младенцев.

b) Для утверждения в качестве надежного средства амулет должен вылечить трех больных подряд (Sabbath 6^2). Заметим, что дальнейших наблюдений над браслетом не предусматривалось.

c) Если найдено несколько связок ритуальной одежды, то следует проверить по три пары в каждой (*Иерусалимский Талмуд*/Eiruvin 10^1).

Первый пример мы рассмотрим в п. 5.3, здесь же остановимся на втором. Пусть амулет не обладает целебными свойствами, тогда вероятность, что он "поможет", равна $p = 1/2$ (ср. п. 3), а вероятность случайного исцеления трех человек подряд окажется равной $p = 1/8$, т. е. более или менее низкой. Вероятности всех прочих исходов будут, правда, также равны 1/8, однако можно полагать, что три исцеления подряд следовало скорее приписать единой причине, – силе амулета, ср. рассуждение Лапласа в п. 5.1.

d) День Искупления. Ежегодно в этот день Первосвященник приносил в жертву двух козлов, – одного Богу, другого – Демону пустыни Азазелю (Leviticus 6:3–10). Он вытягивал два жребия из урны, по одному в каждую руку, и в течение 40 лет, пока им был Шимон Праведный, билетик "для Бога" неизменно оказывался у него в правой руке (T/Yoma 4^1). Чудо, как его считали, приписывалось причине, – особым достоинствам Шимона.

e) Выкуп за перворожденных. *Библия* (Числа 3:44 – 49) описывает уплату выкупа за них лишними 273-мя "против числа Левитов" (освобожденных от уплаты), которые определялись по жребию (*Иерусалимский Талмуд*, Санхедрин 1^4)[5]. Моисей написал "Левит" на 22 000 билетиков и приготовил еще 273 билетика с надписью "5 сиклей" [шекелей]. В *Иерусалимском Талмуде* сказано, однако, что билетиков первого вида было 22 273, а раз жребий тянуло столько же человек, то Моисей подвергал себя риску (незначительному) недополучить ожидаемую сумму.

Оказалось, что все особые 273 билетика вышли в тираж (и все деньги были получены), притом через одни и те же интервалы, что было сочтено чудом. Но остается вопрос, который мы рассмотрим в п. 5.1.4.

5.1.3. Особый случай? И в *Библии*, и в *Талмуде* неоднократно описываются события, происшедшие трижды. Так, в Ветхом завете (Числа 22:23 – 27 (Валаамова ослица); Первая Царств 3:4 – 8; Третья Царств 18:34) и в Новом завете (Деяния 10:16; От Матфея, гл. 4; там же, 26:34 ("трижды отречешься от меня") и 40 – 45; От Луки 23:18 – 22).

Аналогично, в *Талмуде* (Menahot 10^3; Parah 3^{10}) и, добавим мы, многократно в *Книге Мормона* (1Нефий 4:10 – 12; Геламан 5:31 – 33; 2Нефий 11:3 и 27:12; Ефер 5:3; 3Нефий 11:3 – 5; Мормон 3:13).

И всё-таки (п. 5.1.1) трижды происшедшее событие не было единственным доказательством отсутствия случайности.

5.1.4. Выкуп за перворожденных: особое обстоятельство. Мы возвращаемся к п. 5.1.2е и задаем вопрос: зачем были нужны лишние 273 билетика? Известно лишь (*Иерусалимский Талмуд*/Санхедрин 1^4), что некоторые участники жеребьевки вроде бы решили, что она не будет справедливой (последним 273-м возможно достанутся только особые билетики)**[6]**.

Нетрудно доказать, что перед началом жеребьевки ожидание избавиться от выкупа было одним и тем же для всех. Пусть в урне находится m билетиков, выигрывающих по a шекелей и n билетиков, выигрывающих b. В нашем примере $a = 0$ и $b < 0$, но эти ограничения несущественны. Более того, пример можно обобщить на случай билетиков трех, четырех, … видов.

При первом тираже ожидание выигрыша равно

$$\mathrm{E}\xi_1 = \frac{ma + nb}{m + n}.$$

После этого в урне остается либо $(m – 1)$ билетиков первого вида и n других билетиков, и этот случай произойдет m раз; либо m билетиков первого вида и $(n – 1)$ других, что случится n раз. Ожидание второго участника жеребьевки окажется равным

$$\mathrm{E}\xi_2 = \frac{1}{m+n}\left[m\frac{a(m-1)+bn}{m+n-1} + n\frac{am+b(n-1)}{m+n-1}\right] = \mathrm{E}\xi_1.$$

Аналогично, $\mathrm{E}\xi_3 = \mathrm{E}\xi_2 =$и т.д.

5.2. Принятие решений. В нашем сравнительно несложном контексте принятие решения означает либо наиболее благоприятный, либо наименее неблагоприятный выбор альтернативы. Так (п. 3), если 9 мясников из 10 продают кошерное мясо, то мясо неизвестного происхождения можно считать кошерным. Или, в другом примере (T/Taanit 4^2, см. также *Раб*, с. 355), найдено три (рукописных) экземпляра Торы. Обнаружив незначительные расхождения между ними, "мудрецы отвергли один и приняли [совпадающие] тексты остальных".

Римский врач Цельс (Celsus 1935, с. 19 англ. перевода) даже заявил, что "внимательные люди замечали, что, в общем, лучше подходит, и начали назначать то же самое своим пациентам. Так возникло искусство врачевания". Он, видимо, имел в виду, что при некоторых теоретических познаниях дальнейшего продвижения медицины можно было достичь методами, обладающими более высокой (статистической) вероятностью успеха.

В свою очередь, Маймонид (*Раб*, с. 91 со ссылкой на *Responsa*) подчеркнул значение опыта: "Как были обнаружены все ныне хорошо известные средства от болезней, если не опытным путем? [...] Должны ли мы сейчас запереть ворота перед экспериментированием?"

И вот походящее правило из *Талмуда* (Horayot 1^1; см. также *Раб*, с. 38), которое "в первую очередь" относилось к юриспруденции: "следуй за большинством". Оно указывало, что приговоры могли выноситься большинством голосов (более квалифицированным, если случай допускал смертную казнь). Гражданские дела, видимо, также рассматривались в соответствии с указанным правилом, а в сомнительных случаях иногда не выносилось никакого суждения. Так произошло (T/Yevamot 11^6) в примере с неопределенным отцовством**[7]**.

Сошлемся, наконец, на правило о подкидышах (T/Makhshirin 2^7). Ребенок, найденный в городе с преимущественным не еврейским населением, предполагался таким же, и евреем как в противном случае, так и если население города делилось поровну между этими двумя группами (что можно было установить лишь весьма грубо).

Якоб Бернулли (1713/1986, с. 27) заявил, что должно "выбирать или следовать тому, что будет найдено лучшим, более удовлетворительным, спокойным и разумным", и что вероятности "оцениваются одновременно и по числу, и по весу [соответствующих] доводов"**[8]**.

У Маймонида (1963, II-23, см. также *Раб*, с. 138) мы находим, что при сравнении сомнений о противоположных мнениях

Следует учитывать не число сомнений, а в первую очередь как велико их несоответствие и насколько они не согласуются с существующим. Иногда единственное сомнение сильнее тысячи других.

Можно предположить, что Маймонид имел в виду какую-то связь сомнений и их силы с вероятностями, потому что сомнительное возможно с более или менее низкой вероятностью.

Правила о запрещенной пище тоже косвенно опирались на (статистические) вероятности. *Талмуд* (например, Terumot) устанавливал запреты различной строгости на пищу, разрешенную лишь священникам: остальное население должно было в каждом отдельном случае руководствоваться определенными соотношениями запрещенного и разрешенного (например, для зерна двух видов), и таким образом существовала шкала соотношений. *Раб* (с. 41 со ссылкой на Mishna Tora, Запрещенная пища XV) сообщает, что Маймонид признавал семь соответствующих "уровней значимости". Мы бы сказали: ввел шкалу из семи вероятностей для строгости различных степеней. Так, при разрешенном соотношении 1/100 вероятность съесть запрещенную пищу равнялась 1/101.

В новое время подобные шкалы (также и для логически устанавливаемых вероятностей) появились в юриспруденции и медицине еще до того, как вероятностные рассуждения стали полностью количественными (Лейбниц 1765/1936, кн. 2, гл. 16).

И вот особый пример вероятностного рассуждения (*Раб* с. 40), относящийся к раввину Shlomo ben Adret см. также [II, п. 4.2], которого Рабинович упоминает несколько раз, называет комментатором Талмуда и, на с. 5, указывает даты его жизни (1235 – 1310).

На тарелке лежат три или несколько (это неясно) кусков мяса, один из которых не кошерный. Можно съесть первый кусок, потому что он [вероятно] не запрещенный, так же само – второй [и т. д.?], а когда очередь дойдет до последнего, можно сказать, что “а этот разрешен, ибо по библейскому закону один из двух недействителен [?]”. Рабинович таким образом процитировал раввина и разъяснил (с. 39), что если запрещенный кусок смешивается с двумя разрешенными, то запрет отменяется.

Мы сомневаемся, что этот пример (и его обоснование) согласуется с решением о найденном куске мяса в конце п. 3, но главное в том, что описанное рассуждение противоречит здравому смыслу и может считаться разве лишь вероятностным софизмом. И можно ли обобщить это рассуждение на произвольное число кусков мяса?

5.3. Выбор гипотезы: ожидания. Здесь критерием является не сама вероятность, как в примере об отцовстве (п. 5.2), а соответствующие ожидания выгоды (или наименьшего ущерба). Если некоторая альтернативная гипотеза, будь она менее вероятна, обеспечивает большее ожидание, то она более благоприятна (или наносит наименьший ущерб). Можно даже полагать, что с подобной целью интуитивно учитывались вероятности при слушании серьезных преступлений, при решениях о подкидышах и установлении запретов различной строгости на запрещенную пищу (п. 5.2). И выбор между случайным и детерминированным, видимо, иногда производился с той же целью.

Рассмотрим случай заподозренной чумы (п. 5.1.2). Да, действительно, случаи смерти 0, 1, 2 и 3 человек в течение трех дней (для меньшего города) видимо считались равновероятными (ср. там же пример b), и ложная тревога имела вероятность 1/8, но положение оказывалось серьезным и требовало принятия особых мер. Но почему случай трех смертей в течение, скажем, двух дней не принимался во внимание? Один из ранних комментаторов, раввин Meir (немецкое издание *Талмуда*, т. 3, с. 707), пояснил это, – на наш взгляд, вопреки здравому смыслу – ссылкой на бодливого вола (п. 4).

В новое время выбор между гипотезами, основанный на ожиданиях, начался по существу с Паскаля (1669), – с его знаменитого посмертно опубликованного пари. Человек либо живет праведно и потому трудно, либо грешит. Если Бог существует, то греховодник проиграет, потому что вслед за конечными наслаждениями наступит бесконечное страдание, в противном же случае он выиграет. Вероятности существования Бога истинно верующий автор не назначил, хотя быть может только потому, что не успел отредактировать свой текст, но легко видеть, что при сколь угодно низкой, но конечной вероятности следует вести праведный образ жизни.

В иудаизме нет, кажется, четких понятий ада и рая, и *Талмуд* (Avoth 2[1]) содержит лишь соответствующее детерминированное утверждение (вставки редактора *Мишны*):

Какой верный путь должен человек выбрать для себя? […] *Соотнеси потери, вызванные* [невыполнением] *заповеди с наградой* [обеспеченной ее соблюдением], *а выгоду* [от] *нарушения – с* [последующей] *потерей*[9].

5.4. Особый выбор гипотез: моральная достоверность. Аристотель (*Problemata* 951b) считал, что предпочтительнее оправдать преступника, чем осудить невинного, т. е., в данном случае, отвергнуть верную гипотезу лучше, чем принять неверную. Современная презумпция невиновности не противоречит этому утверждению, и уже Якоб Бернулли (1713/1986, с. 31) считал, что приговоры в (уголовных) делах должны быть морально достоверными, т. е. быть справедливыми с вероятностью 0.99 или 0.999.

Много веков раньше Маймонид (1977, с. 124), как заметил *Раб* (с. 111), утверждал, что лучше освободить тысячу грешников, чем казнить одного невинного. И по меньшей мере в одном случае еврейский гражданский закон руководствуется той же мыслью. *Талмуд* (Yevamot 10) требовал свидетелей для объявления безвестно отсутствующего умершим. И вот современное толкование (*Lexikon* 1987, т. 4, часть 2-я, статья Verschollenheit, с. 1199):

Предположение о смерти, в соответствии с которым длительно отсутствующие объявляются официально умершими, не известно еврейскому закону.

Даже если гипотезы не вводятся явно, различие между указанными выше утверждениями и случаями, описанными в п. 5.2, всё же существенно, и состоит оно в том, что решения уже не зависят от простого сравнения соответствующих вероятностей.

5.5. Дополнение: гипотезы и наука. Мы кратко остановимся на вопросе, не относящемся к теории вероятностей или статистике. В другом случае спорного отцовства (ср. п. 5.2) *Талмуд* (Маккот 3[15–16]; см. также *Раб*, с. 120) указал: “Что мы видим, то можно считать доказанным, но мы не считаем доказанным то, чего не видим”.

И вот утверждение Ньютона (1687/1936, с. 662): “Причину же этих свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю”.

Маймонид (1975, с. 123) убеждал врачей и судей, рассуждая в духе последовательной проверки гипотез, начиная притом с простейших: исцеление следует вначале добиваться “пищей”, при неудаче прописывать “нежные” лекарства, и только в качестве последней меры переходить к “сильным”.

Аналогично, судье следует “добиваться соглашения” между тяжущимися, затем объявлять суждение “в приятном тоне” и становиться “тверже” только после тщетного использования этих более мягких средств.

И вот ньютоново Правило “философствования” (т. е. умозаключений в физике) № 1 (1687/1936, с. 502): “Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений”. Маймонид, правда, имел дело вовсе не с физикой, но “причины” тяжеб, как, видимо, следовало вначале предполагать, можно было исключить достаточно простыми средствами.

6. Измерения

6.1. Линейные измерения. Понимая, что их наблюдения существенно искажены ошибками, древние астрономы представляли себе свои результаты не в виде определенных чисел, а отрезками, ограниченными некоторыми раннее установленными концами. Они поэтому считали возможным принимать за окончательное значение измеряемой константы почти любое число из такого отрезка (Шейнин 2005, п. 1.1.4). И даже в Средневековье (Price 1955, с. 6) “многие [крупномасштабные] карты” составлялись не на основе измерений, а в соответствии “с общим знанием местности”.

Еврейская традиция, однако, требовала довольно точных измерений различного рода. В субботу нельзя было покидать места своего жительства, и поэтому было необходимо устанавливать границы каждого поселения, т. е. проводить соответствующие линейные измерения в поле.

Единственным разрешенным средством для этого (T/Eiruvin 5^4) была [льняная] “веревка длиной пятьдесят локтей”, и комментаторы разъяснили, что более короткая веревка вытягивалась, а более длинная – провисала бы. Впрочем, применялись и железные цепи, которые, однако, упомянуты в другом трактате (T/Kelim 14^3). Ввиду возможных погрешностей границы поселений не считались жестко установленными; древний комментатор, раввин Shimon, допускал при этом ошибку в 0.75%. Для сравнения, точность, достижимая измерениями стальной лентой длиной 20*м*, составляет 0.14%**[10]**.

Рабинович (1974) исследовал древние измерения более подробно и добавил, что в своем комментарии *Талмуда* Shimon из Joinville (XIII в.) видимо полагал ошибки каждого знака в линейных измерениях равновозможными. Впрочем, некоторые составляющие полной ошибки (например, вызванные рельефом местности и неизбежной извилистостью измеряемой прямой) действуют систематически, – увеличивают длину.

6.2. Единица объема. Во многих случаях еврейский закон ссылался на куриное яйцо как на единицу объема и, более четко, на среднее из объемов “наибольшего” и “наименьшего” из них (T/Kelim 17^6), т. е. на полусумму крайних значений объемов. Но определить эти значения можно было лишь по какому-то конечному числу яиц, указано же было – “на глаз”.

Начиная с Кеплера, или быть может на несколько десятилетий раньше, стандартной оценкой измеряемой константы стало среднее арифметическое из ее наблюдений (Шейнин 2005, с. 25 – 26). До того, однако, астрономы вряд ли придерживались какого-нибудь единого правила, хотя среднее из крайних значений (которое в случае двух наблюдений совпадало со средним арифметическим) иногда использовал Бируни [V].

7. Некоторые выводы

Библия (особенно Ветхий завет) и *Талмуд* содержали интересные примеры статистического мышления[11]. Случайность подразумевалась неоднократно (п. 2); устанавливалось различие между случайным и причинным (п. 5.1); и решения принимались на основе либо вероятностей, либо ожиданий (пп. 5. 2 – 5.3).

Соответствующие образ действий и эвристические понятия можно отыскать и в других источниках (Шейнин 1974, с. 117 – 119). Гиппократ приписал выздоровление пациента вероятной причине, а некоторые его афоризмы были основаны, мы бы сказали, на качественной корреляции, например: “Люди, очень полные по природе, склонны умирать в более раннем возрасте, нежели худощавые”. Тот же подход мы находим и у Аристотеля и интересно, что подобные высказывания были в духе качественной науки того времени.

Судебные приговоры, выносимые большинством, признавались не только *Талмудом* (п. 5.2), но и в Индии (и возможно не только там) начиная со II в., если не раньше. Также в Индии закон отличал случай от божественного возмездия виновному: считалось, что свидетель, с которым не позднее недели после дачи показаний случалось несчастье, был наказан свыше (там же, с. 108).

По мнению Конфуция (там же, с. 112, Прим. 68) судьбу должны разъяснять три предсказателя, двум из которых, если их указания совпадают, следовало доверять. И, наконец, Аристотель (п. 2) разъяснил случайность, чтобы включить это понятие в свое учение о причинах.

Наша статья подтверждает, что статистическое мышление стало естественным в древности. Более того, оно было широко распространено среди евреев, хотя и ограничивалось жесткими рамками (п. 5.1), поскольку каждое поколение изучало и Ветхий завет, и *Талмуд*.

Особо скажем, что Маймонид ввел элементарную шкалу вероятностей (п. 5.2) и что его рассуждения о сомнениях и гипотезах были эвристически родственны позднейшим утверждениям Ньютона и Якоба Бернулли (пп. 5.4 – 5.5).

Но мы обязаны добавить, что некоторые рассуждения в *Талмуде* и комментарии к ним противоречат здравому смыслу. Назовем примеры с мясом неизвестного происхождения (п. 3 и конец п. 5.2), условия, при которых смерть жителей города приписывалась чуме (п. 5.1.2а) и, особенно, несусветное обоснование этих условий (п. 5.3).

Признательность. Эта статья явилась результатом нашего доклада на заседании Общества еврейских врачей и психологов в Берлине под председательством д-ра Р. Скобло. В прениях проф. Г. Розенталь обратил наше внимание на *сны Фараона* (п. 5.1.1), а вопросы и предложения редактора журнала проф. А. Граттан-Гиннесса и рецензента помогли нам при окончательном оформлении рукописи.

Примечания

1. Но вот, правда, намного более позднее мнение Маймонида (1977, с. 122) о "математической астрономии": "Наши мудрецы подтвердили, что [в этом] истинная мудрость (wisdom in the sight of the people), но теории астрологов лишены всякого значения".

2. Прямое и обратное утверждения содержатся и в *Учениях и заветах Церкви Иисуса Христа Святых последних дней. Драгоценная жемчужина* (Солт-Лейк-Сити, штат Юта, 1995) 88:37. Во Введении (с. iii) сказано, что эта книга является собранием "Божественных откровений и Боговдохновленных изречений".

Другую связь с политической арифметикой предоставляют вопросы Моисея (Числа 13: 17 – 20). Он

Послал мужей […] *высмотреть землю Ханаанскую,* [узнать] *какова она, и народ, живущий на ней, силен ли он или слаб, малочислен ли он или многочислен? И какова земля* […]. *И каковы города* […].

3. *Раб* (с. xi) опровергнул утверждение (*Encyclopaedia* 1962, с. 920 – 921) о том, что "древняя еврейская мысль не знала понятия вероятности" (точнее: никак не использовала ее).

4. Возможно, что это заключение вызвало следующий комментарий (T/Avoth 4^{15}), хотя и без ссылки на него: "Раввин Jannai сказал, что не в наших силах объяснить ни процветание нечестивых, ни несчастья праведных".

5. Жребии были распространены в древности. Проводимые в установленном порядке, они должны были сообщать божественное мнение, в противном же случае их результат считался чисто случайным.

6. В конце 1960-х годов квартиры в строящихся в Москве кооперативных домах должны были распределяться по жребию. В одном случае члены кооператива выразили аналогичное сомнение в справедливости жеребьевки, но В. Н. Тутубалин доказал им, что ее порядок не существен. В 1972 или 1973 г. он описал этот эпизод в своей лекции, на которой мы присутствовали, но, к сожалению, его математических рассуждений не можем вспомнить.

7. *Раб* (с. 59) ввел разумные предположения и попытался решить эту задачу по теореме Бейеса, т. е. выбрать более (и достаточно) вероятную гипотезу, но определенного ответа так и не получил.

8. Бернулли видимо следовал средневековому учению *пробабилизма*, которое дозволяло опираться на вероятное мнение любого Отца католической церкви. Соответственно, он допускал неаддитивные вероятности (сумма которых превышала единицу), см. по этому поводу Shafer (1978).

9. Мы приведем выдержку из того же источника, в основном ввиду красоты слога: “День короток, а задание велико; работники вялы, [хоть] вознаграждение обильно, а Хозяин дома настойчив (urgent)”.

10. В соответствии с геодезическими наставлениями примерно 1960-х годов.

11. Будучи комментарием, написанным многими учеными людьми, он богаче по содержанию. Но сама краткость *Библии*, и, разумеется, ее более раннее появление означают бóльшую значимость ее утверждений.

Библиография

Аристотель, Aristotle (1975 – 1983), *Сочинения*, тт. 1 – 4. М. *Метафизика* включена в т. 1, *Физика* – в т. 3. *О возникновении животных* не попало в это собрание (но было переведено в 1940 г.), равно как и возможно не принадлежащее Аристотелю сочинение *Problemata*. Общеизвестны два собрания сочинений Аристотеля в английском переводе: 12 томов под редакцией Д. Росса (Оксфорд, 1908 – 1952; датировка по *British Library Gen. Catalogue of Printed Books up to 1975*), на которое мы ссылаемся, и двухтомное (Принстон, 1984).

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1974), On the prehistory of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 12, pp. 97 – 141.

--- (1977), Early history of the theory of probability. Там же, т. 17, с. 201 – 259.

--- (1995), Понятие случайности от Аристотеля до Пуанкаре. *Историко-математич. исследования*, вып. 1 (36), № 1, с. 85 – 105.

--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также www.sheynin.de

Bernoulli J., Бернулли Я. (1713, латин.), Искусство предположений. В книге автора *О законе больших чисел.* М., 1986, с. 23 – 59.

Celsus A. C. (1935, латин. и англ.), *De Medicina*, vol. 1. London.

D’Alembert J. Le Rond (1768), Doutes et questions sur le calcul des probabilités. В книге автора *Mélanges de litterature, d’histoire et de philosophie*, t. 5. Amsterdam, pp. 239 – 264.

De Moivre A. (1718), *Doctrine of Chances*. Третье изд. Лондон, 1756 перепечатано: Нью-Йорк, 1967.

Encyclopaedia (1962, иврит), *Encyclopaedia Hebraica*, vol. 14. Tel Aviv.

Hasofer A. M. (1967), Random mechanisms in Talmudic literature. *Biometrika*, vol. 54, pp. 316 – 321. Расширенный вариант: *Proc. Assoc. Orthodox Jewish Scientists*, vol. 2. Jerusalem – New York, 1977, pp. 63 – 80.

Ineichen R. (1996), *Würfel und Wahrscheinlichkeit*. Heidelberg.

Kepler J. (1604, латин.), A thorough description of an extraordinary new star. *Vistas in Astronomy*, vol. 20, 1977, pp. 333 – 339.

--- (1618 – 1621, латин.), *Epitome of Copernican Astronomy*. В книге *Great Books of the Western World*, vol. 16, 1952, pp. 845 – 1004.

Laplace P.-S., Лаплас П. С. (1814, франц.), *Опыт философии теории вероятностей*. В книге Прохоров Ю. В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М., с. 834 – 863.
Lexikon (1987), *Jüdisches Lexikon*, Bde 1 – 4. Frankfurt/Main.
Leibniz G. W., Лейбниц Г. В. (1765, нем.), *Neue Abhandlungen über menschlichen Verstand*.
Новые опыты о человеческом разуме. М. – Л., 1936.
Maimonides M. (1963), *Guide for the Perplexed*. Chicago.
--- (1975), *Introduction to the Talmud.* New York.
--- (1977), Letter to the Jews of Marseilles. В книге автора *Letters*. New York, pp. 118 – 129.
Maupertuis P. L. M. (1745), *Venus physique*. В книге автора (1756, t. 2, pp. 1 – 133).
--- (1751), Système de la nature. Там же, с. 135 – 184.
--- (1756), *Œuvres*, tt. 1 – 4. Lyon.
Newton I., Ньютон И. (1687, латин.), *Математические начала натуральной философии.* Перевод А. Н. Крылова. Книга составляет т. 7 *Собрания сочинений* Крылова (М. – Л., 1936).
Pascal B., Паскаль Б. (1669, франц.), [Pari]. Несколько русских переводов в переведенной книге автора *Мысли о религии*, которую мы не видели. Также в сборнике переводов Шейнин О. Б. (2007), *Вторая хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин, с. 56 – 58 и в www.sheynin.de
Poincaré H. (1896, франц.), *Calcul des probabilités*. Paris, 1912. *Теория вероятностей.* Ижевск, 1999.
Poisson S.-D. (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements.* Paris. [Paris, 2003.]
Price D. J. (1955), Medieval land surveying and topographical maps. *Geogr. J.*, vol. 121, pp. 1 – 10.
Rabinovitch N. L. (1973), *Probability and Statistical Inference in Ancient and Medieval Jewish Literature*. Toronto.
--- (1974), Early antecedents of error theory. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 13, pp. 348 – 358.
Shafer G. (1978), Non-additive probabilities in the work of [J.] Bernoulli and Lambert. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 19, pp. 309 – 370.

IV. К истории медицинской статистики

On the history of medical statistics
Archive for History of exact Sciences,
vol. 26, 1982, pp. 241 – 286

1. Введение

1.1. Статистический метод. Определим статистический метод в экспериментальной науке как метод, основанный на математической обработке количественных данных. Его историю можно подразделить на три периода. В первом из них выводы формулировались, исходя из подмеченных закономерностей, и по существу именно таким путем зародилась медицина (Celsus 1935, с. 19):

Внимательные люди замечали, что именно, в общем, подходит, и стали назначать то же самое своим пациентам. Так возникло искусство врачевания.

Примерами могут служить афоризмы Гиппократа (Шейнин 1974, § 6.2), утверждения Фракастори (1546/1910, кн. 1, с. 36; кн. 2, с. 41)[1.1] или даже сочинение Рамаццини (п. 2.2).

Второй период характеризуется наличием статистических данных; ученые смогли сделать важные заключения либо применяя простейшие вероятностные идеи и методы, либо даже, как раньше, по здравому смыслу. Подходящими примерами служат работа Граунта (с которой этот период начался в медицине) и доказательство, в середине XIX в., что холерный *яд* распространяется в неочищенной питьевой воде (п. 7.3.2)[1.2]. В третьем периоде, – с конца того же столетия, – выводы начали проверяться количественными критериями.

Статистический метод трудно отделить от экспериментального (которого мы не рассматриваем), который начался в медицине с Гарвея; в XVIII в. Lind (1753) и Watson (1768) применили его для изучения профилактики цинги и вариоляции оспы соответственно.

Мы полагаем, что, начиная со второго периода, статистический метод относился, пусть неполно, к математике. В то время, например, началась предыстория предварительного исследования данных, т. е. раздела теоретической статистики, возродившегося примерно в 1960-е и 1970-е годы (Andrews 1978, p. 97).

1.2. Статистический метод закрепляется в медицине. Возможно ли сочетать индивидуальный подход к каждому пациенту с отвлеченной статистической точкой зрения? При обсуждении этой проблемы в Парижской академии наук Poisson и др. (1835, p. 176) быть может слишком оптимистически заявили, что

В этом смысле состояние медицинских наук не хуже и не отличается от состояния всех физических и естественных наук, юриспруденции, моральных и политических наук и пр.

Сам Пуассон (1837, p. vi) несколько позднее убеждал, что

Медицина не окажется ни наукой, ни искусством, если она не будет основана на многочисленных наблюдениях, на такте и должном опыте врача, который должен судить о схожести случаев и учитывать особые обстоятельства.

Заметим, что *физические* науки в то время видимо рассматривались отдельно от *естественных*.

Во всяком случае, статистический метод вторгся в медицину. Во-первых, его существенно применяла статистика населения (мы не считаем возможным отделять статистику от статистического метода). И Граунт, и Петти были пионерами и в демографии, и в медицинской статистике[1.3]. Далее, Лейбниц интересовался статистикой населения (Шейнин 1977, с. 225), хотя пять написанных им рукописей на эту тему были опубликованы лишь в 1866 г. Он не собирал статистических данных, но по крайней мере рекомендовал врачам записывать свои наблюдения, предложил составить медицинскую энциклопедию (см. Прим. 3.2) и учредить *Санитарную коллегию*, в частности для наблюдения за работой продовольственных магазинов, пекарен и пр.

В конце XVII в. Галлей составил таблицу смертности для закрытого населения и пояснил, как оценивать население по данным о рождениях и смертях. Выдающиеся ученые XVIII в. (Даниил Бернулли, Ламберт, Эйлер) изучали законы смертности, рождаемости и заболеваемость и их соответствующие труды относятся к истории и теории вероятностей, и медицины. Начиная с Зюссмильха, статистика населения существует как отдельная научная дисциплина. Мало того, он посвятил около 50 страниц своего основного труда (1765) статистике заболеваемости и смертности. Смертность от каждой болезни он (том 2, с. 408)[1.4] считал устойчивой, предложил упорядочить названия болезней (с. 424) и рекомендовал вариоляцию оспы (с. 440).

Во-вторых, область приложения статистического метода значительно расширилась после появления, в середине XIX в., социальной гигиены и эпидемиологии[1.5], которые с самого начала были тесно связаны со статистикой населения (и друг с другом).

В третьих, примерно в то же время статистическому методу подчинилась хирургия. В четвертых, в 1825 г. французский врач П. Луи ввел в практику (фактически существовавший намного раньше) *количественный метод* изучения различных заболеваний и, в частности, их симптомов. Его предложения сводились к применению статистического метода в простейшей форме второго периода (без вероятностных соображений). Врачи обсуждали этот метод в течение нескольких десятилетий; при всех его недостатках, он серьезно способствовал приложению статистического метода в медицине.

1.3. Цель нашей статьи. Основные разделы статьи посвящены второму периоду статистического метода, – с середины XVII в. и примерно до второй половины XIX в. Мы исследуем медицинскую статистику в узком смысле, т. е. описываем социальную гигиену очень кратко и оставляем в стороне родовспоможение, которое скорее относится к физиологии, см., например, статистические исследования Симпсона (1848) о влиянии продолжительности родов на смертность рожениц и новорожденных, о частости мертворожденных, и (1853) о продолжительности беременности. Разумеется, мы не повторяем своих результатов (1971; 1972) о трудах Даниила Бернулли, Даламбера и Ламберта или ученых, упомянутых в начале п. 1.2 (1977).

Общей литературы по нашей теме нет, есть лишь исследования истории социальной гигиены (Newsholme 1927; Rosen 1958; Lécuyer и др. 1978). Особо заметим, что мы почти впервые описали исследования Зейделя (п. 7.4.2 – 7.4.3), которые содержали идеи и методы, относившиеся к математической статистике. Мы, к сожалению, упустили важную статью Либермейстера (прим. 1877), которую с тех пор описал Seneta (1994). Впрочем, мы (2006, с. 84 – 85) заметили, что он настойчиво рекомендовал использовать в терапевтике результаты небольшого числа наблюдений и забыть практически бесполезные предельные теоремы.

2. Замечания о первом периоде статистического метода

2.1. Астрология. По меньшей мере до середины XVII в. ученые высшего ранга верили в астрологию и занимались ей, придерживаясь различных мнений о характере воздействия светил на Землю (и особо, на человека). Некоторые (*фаталисты*) считали, что влияние неба проявляется неизбежно, другие же (*корреляционисты*) допускали его лишь в качестве общей тенденции. Кеплер, например, решительно защищал вторую точку зрения и даже считал себя основателем научной астрологии (Шейнин 1974, § 7). Впрочем, у него были предшественники, одним из которых был Р. Бэкон (Crombie и др. 1970), считавший, что астрология может выявлять общие тенденции (с. 378) и “статистически предсказывать человеческое поведение” (с. 382).

Тогдашние врачи, видимо, присоединялись к одному из указанных направлений; мы приведем примеры *корреляционистов.* Астрологические альманахи, поскольку они упоминали эпидемии, иногда объясняли их *тенденциями*. Таким (Thorndike 1941, p. 161) было астрологическое изучение чумы на 1502 г. И, конечно же, признавалась корреляционная связь Луны с различными заболеваниями. Spiegel (1627, посмертно, см. Thorndike 1958, с. 125) считал, что “эпилепсия склонна проявляться при новолунии”[2.1].

Некоторые ученые предусмотрительно (но всё-таки ошибочно) вводили промежуточные корреляционные причины. Ибн Сина (1954, 1.2.2.1.8) полагал, что примечательные астрономические явления приводят к изменениям метеорологических условий, что в свою очередь влияет на здоровье. Mead (1704/1762, с. 183) утверждал, что кровотечения происходят когда “сопротивление (!) атмосферы является наименьшим” и (с. 187), что “изменения в весе и давлении атмосферы” может влиять на кризисы “при острых заболеваниях”.Он каким-то образом объяснял атмосферные изменения влиянием Луны и даже упоминал установление *доли*, с которой они могут воздействовать (на болезни?).

Вот важные вопросы, на которые у нас нет ответа.

1. Поясняли ли *фаталисты*, почему течение болезней и действие лекарств изменяются от одного пациента к другому?

2. (Как) учитывали древние и средневековые философы (Фома Аквинский) медицину в своих рассуждениях о влиянии неба на Землю? В своих объяснениях случайности?[2.2]

3. Что думал Кеплер о связях между астрологией и медициной? См. также Шейнин (1974, § 7).

2.2. Профессиональные заболевания. Мы остановимся на классическом труде Рамаццини (1700/1777), который учитывал типичные, т. е. статистически преобладающие случаи. Он по меньшей мере один раз (гл. 37, с. 434) качественно сравнил две частости:

Я замечаю, что грыжа происходит у монахинь чаще, чем у других женщин, что следует приписать их чересчур громкому пению, так же, впрочем, как у монахов.

И он (гл. 4, с. 56) явно учитывал статистические соображения:

Несколько лет назад начался процесс […] *между жителем Финала*[2.3] […] *и одним предпринимателем.* […] *Этот последний имеет в Финале обширную лабораторию, которая производит сублимат*[2.4]*. Указанный житель* […] *привлек предпринимателя к суду, настаивая, чтобы тот перенес свою лабораторию в другое место, потому что ее испарения вредят всему вокруг нее.* […] *Чтобы обосновать свои обвинения, он воспользовался врачебным свидетельством* […] *и списком умерших от кюре и доказал, что ежегодно в этом городе, и особенно возле лаборатории, гибнет большее число людей, чем в окрестностях.*

Врач удостоверил, что маразм и особенно болезни груди убивают почти всех, проживающих по соседству с лабораторией, и приписал причину этого испарениям. […] *В конце концов судьи нашли предпринимателя невиновным и оправдали испарения. Я предоставляю естествоиспытателям решить, не ошиблись ли судьи.*

К сожалению, Рамаццини не привел никаких цифр, но всё-таки его отчет относится к истории социальной гигиены. Он также описал свое мнение о редкой заболеваемости врачей во время эпидемий и об общем состоянии организма математиков (там же, Приложение, гл. 14, с. 174)[2.5]; он мог знать 10 врачей, но вряд ли был знаком хотя бы с несколькими математиками.

Как мне представляется, […] *это происходит не из-за их благоразумия, а скорее ввиду опыта и хорошего настроения, когда они возвращаются домой с набитым кошельком.* […] *Врачи испытывают трудности только тогда, когда никто другой их не испытывает.*

Почти каждый математик […] *не от мира сего, апатичен, вял, и совершенно непрактичен. Органы математиков и все их тела неизбежно немеют.*

Профессиональные заболевания начали изучаться в XIX в. в связи с появлением социальной гигиены.

3. Предыстория количественного метода

3.1. Мид. В самом начале XVIII в. Mead (1702/1763, с. 7 второй пагинации) довольно наивно заявил, что

В скором времени […] *математическое знание станет отличать врача от шарлатана.* […] *Тот, кто будет лишен этой квалификации, окажется столь же нелепым, как не знающий латинского или греческого языка.*

Он (1704/1763, с. 160 второй пагинации) также утверждал, что

Медицина имеет еще так много дела с предположениями[3.1]*, что вряд ли заслуживает названия науки. Это происходит то ли в силу самой сути искусства врачевания, неспособного иметь надежные принципы, то ли скорее из-за его мастеров* […].

3.2. Даламбер. Мид совсем не упоминал статистики, но его соображения можно отнести к истории количественного метода (п. 4). То же частично верно по отношению к Даламберу (1759/1821, с. 163):

Логическая медицина представляется мне […] *истинным бичом рода человеческого. Достаточно многочисленные и действительно обстоятельные наблюдения, хорошо согласующиеся друг с другом, вот* […] *к чему должны сводиться рассуждения в медицине*.

Он не удовлетворился этим односторонним утверждением, но заявил также (там же и с. 167), что врач это

Слепой с палкой в руках. […] *Он поднимает ее, не зная, кого ударит. Если он попадет в болезнь, то убьет болезнь, а если в природу, то убьет природу.*
Врач, наиболее достойный для консультации, это тот, который меньше всего верит в медицину.

Известно, что Даламбер возражал против основных принципов теории вероятностей. Будучи иногда совершенно неверной, его критика всё-таки выявила необходимость уточнить некоторые предложения этой дисциплины и методологии ее приложений. Он особо (и частично обоснованно) напал на исследование Даниила Бернулли о вариоляции оспы (п. 7.2.1). Медицину он (1759/1821, с. 175) включил в число наук, в которых "необходимо [математическое] искусство предположений". Его утверждения о медицине напоминали поведение слона в посудной лавке.

3.3. Блек. В конце XVIII в. он ратовал за приложение математики и статистики в медицине. Так, он (1788, с. 38) "всемерно" рекомендовал "медицинскую арифметику в качестве проводника и компаса в лабиринте терапевтики" и предложил (с. 56)

Расположить и обозреть в единой общей таблице громадный сонм болезней, которые изрыгают свой яд по всей земле и с ужасающей жадностью непрерывно воюют с человечеством. Таким образом мы будем […] *предупреждены и сможем лучше всего подготовиться к защите* […][3.2].

Далее, Блек (с. 65 – 68) составил "Медицинский каталог всех основных болезней и несчастных случаев, которые уничтожают род людской или досаждают ему" и приложил к своей книге статистическую таблицу "всех пагубных болезней и несчастных случаев в Лондоне за […] 1701 – 1776 гг."[3.3]

Блек (с. 235) обвинил врачей в незнании статистики: “Кроме нескольких верховных жрецов, […] вся остальная эскулапова братия почти столь же невежественна, как и древние”. И он сам (с. 414 – 430) заметил некоторые недостатки в составлении статистических данных о рождениях, смертях и заболеваемости в Лондоне.

Мысли Блека о медицинских наблюдениях были противоречивы. С одной стороны, он (с. 394) нападал на “эмпиризм узаконенных убийц” и в другом сочинении (1782/1798, с. 394) возражал против чрезмерного увлечения наблюдениями:

Умножайте наблюдения, – вот всеобщий клич. […] *Чтобы успешно бороться с болезнями* [он перечислил 15 болезней, в том числе рак] *и смертью, нам сегодня не хватает лишь лекарств, лекарств, и еще раз лекарств.*

С другой стороны, он (там же, с. 430) заметил, что наблюдений не хватает и (с. 424) советовал продвигаться вперед постепенно и (косвенно) неизменно опираться на наблюдения:

Даже в трудах тех авторов, которые пользуются серьезной репутацией, новые факты и сколько-нибудь полезные оригинальные наблюдения исключительно редки.

Врачи-теоретики, вместо того, чтобы шаг за шагом продвигаться к истине, пытаются летать. Они верят, что следует давать отчет о всех явлениях и пояснять все трудности философским и методическим путем.

3.4. Кондорсе. Он (1795b/1804, с. 542) подчеркнул, что

Непрерывные и многочисленные наблюдения […] *могут указать нам полезные истины о связи нашего режима, наших привычек, и нашей органической конституции и ее расстройств с умственными способностями, страстями и моральной конституцией.*

Он, правда, добавил:

Я вовсе не пытаюсь доказать необходимость придерживаться этих наблюдений, имея в виду предотвращение или борьбу с естественными уродствами или болезнями, признанными неизлечимыми, приостанавливать заразу или предвидеть и уничтожать причины эпидемий[3.4].

Последняя оговорка была ошибочна.

3.5. Пинель. Он (1801/1809, с. 3 и 402) утверждал, что

В медицине следует принять в качестве наставника метод [внимательных наблюдений], *который постоянно и успешно применяется во всех отраслях естественной истории* […].

Чтобы опыт был достоверен и убедителен, […] *следует провести его над большим числом больных в соответствии с* *устанавливаемым порядком и подчиняя его общим правилам. И он должен быть обоснован закономерной последовательностью повторных наблюдений, проведенных с исключительной заботой.* […] *Наконец, необходимо давать отчет и о благоприятных событиях, и о тех, которые им противоположны*[3.5].

Он (с. 406) добавил, что для сравнения двух соперничающих друг с другом методов лечения нужны вероятностные соображения. Заключительную часть своей книги Пинель посвятил статистическому изучению лечения душевнобольных в своей больнице и заявил (с. 424), что при этом "необходимо применять начальные понятия исчисления вероятностей, что делается пока только в [этой] больнице"[3.6]. Он вычислил статистические вероятности выздоровления для различных групп пациентов и сравнил их друг с другом. Выздоровление в те времена вряд ли было возможно, но во всяком случае он отказался от кровопускания и холодных душей. И всё-таки его метод не отличался от введенного позднее количественного метода (п. 4).

В другом сочинении Пинель (1807) почти повторил эти рассуждения, перепечатал свои статистические данные и снова упомянул теорию вероятностей: медицина

Должна быть основана на теории вероятностей. […] *Если мы желаем установить методы лечения болезней на крепком фундаменте, то отныне она должна руководить ими.*

4. Количественный метод

4.1. Луи. Количественный метод, основанный на сравнении статистических оценок, занимает особое место в истории медицинской статистики. Луи (1825, с. xvii – xviii) утверждал, что

В последовательности наблюдений исходные данные включают множество неизвестных, значения которых требуется найти. И как в математике эти значения не изменяются вместе с теми, кто решает задачу, в медицине также необходимо из анализа одних и тех же наблюдений получать одни и те же результаты.

Но что можно получить, рассматривая сомнительные неполные или ложные факты?

Фактически количественный метод сводился к сбору и расположению количественных данных почти без применения вероятностных соображений, формального же его определения Луи, видимо, так и не предложил. Первым математиком, который благоприятно отозвался об этом методе, был, кажется Давидов (1854, с. 84).

Луи (1825, с. 72) изучал частости появления симптомов болезней и другие их характеристики, например, продолжительности (с. 185), но иногда он (1835, с. 85 – 86) основывался на небольшом числе наблюдений. Впрочем, тут он заметил, что положение исправится со временем и даже указал, что "Если есть возможность собрать вековой терапевтический опыт, то лишь применяя количественный метод”[4.1].

В одном случае Луи (с. 75) рекомендовал при сравнении различных способов лечения распределять пациентов случайно[4.2], полагая (с. 76 и 111), что неизбежные ошибки наблюдения в основном компенсируют друг друга. Возможно, что ввиду указанного мнения он никогда не оценивал надежность своих наблюдений.

Среди предшественников Луи были ученые (Даламбер, Кондорсе, см. пп. 3.2 и 3.4) и врачи (Блек, Пинель, см. пп. 3.3 и 3.5). Его метод стал широко известен. В Париже, под его непременным председательством, было учреждено *Медицинское общество наблюдений*, которое выпустило три тома мемуаров (в 1837, 1844 и 1856 гг.), последние два из которых нам удалось просмотреть.

4.2. Обсуждение. В 1835 г. Парижская академия наук обсуждала возможность приложения теории вероятностей в медицине[4.3]. Единогласия достигнуто не было (Gavarret 1840, с. xi). Дубль (Double 1835, с. 281), например, заявил, что “Метод, в высшей степени пригодный для успехов [в прикладной терапевтике], это логический, а не количественный анализ”.

В 1837 г. Парижская королевская академия медицины рассмотрела применение количественного метода (Graetzer 1884, с. 44 – 52), но это было только началом: он оставался злободневным в течение нескольких десятилетий. Мы описываем мнение его решительных противников (пп. 4.2.1 – 4.2.3), взгляды его сторонников (пп. 4.2.4 – 4.2.5) и точку зрения тех, кто полагал необходимым привлекать вероятностные представления (пп. 4.2.6 – 4.2.7). Мы заканчиваем (п. 4.2.8) оценкой количественного метода автором XX в.

4.2.1. Д’Амадор. Обобщая свой отчет Парижской королевской академии медицины, он опубликовал книгу (1837) о приложении статистики в медицине. Теорию вероятностей он вообще не признавал. Ссылаясь на Паскаля (?), Даламбера и Пуассона (?), Д’Амадор (с. 114) утверждал, что ее логическое основание сомнительно, а ее приложение “К реальным фактам физического и морального мира бесполезно или обманчиво” (с. 15). Поскольку дело идет о медицине, вероятность указывает “вредные, недостаточные или ошибочные решения. […] Ее внедрение в медицину антинаучно, и отменяет […] истинное наблюдение” (с. 31).

Приведем еще несколько подобных выдержек, чтобы показать видимо распространенные в те времена мнения.

Вероятность математиков […] *это просто теория случая. Ссылаться на вероятность* […] *это значит ссылаться на случай, отречься от всякой медицинской достоверности, от каждого разумного правила, выведенного из подходящих научных фактов.* […] *Медицина окажется не искусством, а лотереей* (с. 14).

Погибнет или нет судно, на которое я сажусь? Исчисление не говорит мне ничего об этом существенном событии. […] *Чему послужит мне знание* [этой вероятности]? (с. 24).

Все эти вероятности успеха и неудачи *изменяются от одной больницы к другой, они различны в каждой серии наблюдений.* […]

Что делать со всеми этими противоречащими друг другу вероятностями? (с. 29).

Д'Амадор (с. 12) также напал на Луи, ошибочно полагая, что тот ратует за приложение теории вероятностей:

В наши дни существует школа, которая ставит числа перед всем остальным, которая заявляет, что исчисление вероятностей это единственный критерий для возможной достоверности в медицине […].

Он, однако, рекомендовал применять аналогию и индукцию. Все открытия, будто бы сделанные *нумеристами*, он (с. 62) приписал другим врачам и приложению метода индукции, который основан на аналогии, тогда как количественный метод предполагает не существующую тождественность ряда случаев (с. 42 и 52).

4.2.2. Конт. Отрицая теорию вероятностей вообще, он (1830 – 1842, 1893, № 40, с. 329) высказался соответствующим образом и по поводу приложения статистики к медицине:

Это мнимое приложение того, что называется статистикой, к медицине, от которого многие ученые ожидают чудес, и которое тем не менее не может не привести, по своей сути, к существенному и непосредственному вырождению медицинского искусства, сведенного поэтому к слепому перечислению. Подобный метод, если можно присвоить ему этот термин, является по существу ничем иным, как абсолютным эмпиризмом, обряженным в пустую математическую видимость.

Далее он (с. 330), однако, высказал очень серьезное соображение: существенное различие между пациентами

Приводит к явной невозможности разумного сравнения двух методов лечения лишь при помощи статистической таблицы результатов без применения какой-либо здравой медицинской теории.

4.2.3. Бернар. Он сформулировал несколько осторожных утверждений. Законы природы, как он (1865/1912, с. 217) полагал в соответствии с духом времени, детерминированы, но вот статистика обеспечивает лишь вероятные результаты. В лучшем случае она лишь обращает наше внимание на тот или иной факт, но не может привести к истинному закону. Далее (с. 221), статистика способна "руководить предсказаниями врача", но помочь в отдельном случае не может (с. 219).

Книга Бернара не оправдала своего названия, хоть его первое высказывание и можно истолковать как правильно понимаемую неспособность статистики доказать гипотезу. Одно из его предложений (с. 220) было плохо понятно: "Статистика может […] создавать лишь предположительные науки и никогда не произведет активной экспериментальной науки”. Впрочем (с. 221), “почти вся медицина еще предположительна”.

4.2.4. Симпсон. Он существенно использовал статистику во многих своих сочинениях (п. 6.1), был сторонником статистического метода и критиковал его противников (1847). Упомянув Гаварре (п. 4.3.1), он (с. 315) заметил, что пределы [*обычных*] колебаний статистических данных “легко устанавливаются”. Тем не менее, приведя многочисленные примеры их применения, он не определял этих пределов и его статья (и работа в целом) следовала количественному методу[4.4]. Впрочем, Луи он не вспомнил, а сослался на Кетле (с. 316), Дубля (с. 330, см. п. 4.2.1) и даже Лапласа (там же). Возможно, что Гаварре не оказал влияния на Симпсона потому, что и Кетле также не применял или почти не применял статистических критериев. Симпсон (с. 318, 319 и 325 – 326), однако, проверял существование некоторых закономерностей, подмечая монотонность изменения соответствующих функций. Так, в последнем случае, который относился к смертности при камнесечении, он обнаружил закономерность после объединения данных в подходящие группы. См. также п. 6.1.2.

4.2.5. Пирогов. Он (1849а/1883, с. 125; 1849с, с. 5) несколько раз благоприятно отозвался о количественном методе. В первом случае, упомянув сифилис, почечнокаменную болезнь и ампутации, он также заметил, что хирурги использовали этот метод еще до Луи “для определения симптомов болезней и указаний по поводу надежных методов лечения и операций”. Мы описываем работу Пирогова в п. 6.2.

4.2.6. Буило.

Мы подсчитывали продолжительность болезни, […] *количества биений пульса артерий и сердца, вдохов и проч.; мы измеряли температуру* […]*, густоту крови,* […] *мы выслушивали и выстукивали* […] (Bouillaud 1837, с. 385).

Неудивительно, что его (1836, с. 160) разочаровывали врачи, которые “часто забывали принцип: число, мера и вес правят миром”. Он (1837, с. 390) был сторонником статистического метода в широком его смысле:

Под каким-то странным и досадным влиянием люди, которым ни в каком ином отношении нельзя отказать в больших умственных способностях, приняли в некотором смысле школу медицины за школу игры […]. *Каким образом эти же люди противопоставляют количественный метод методу индукции? Как будто между этими двумя методами не должен царить вечный союз* […] *Мы требуем от количественного метода только ту помощь, которую он может нам предоставить.*

В соответствии со сказанным ниже мы понимаем первое предложение как неверное истолкование теории вероятностей некоторыми *людьми*.

Буило (1836, с. 112) охарактеризовал свое время “искусством так или иначе составлять статистику более или менее значительного числа наблюдений”. По этой причине он (с. 222 и 288) подчеркнул значение теории вероятностей[4.5], а на с. 218 высказался подробнее:

К сожалению, медицинская статистика всё еще находится в колыбели и будущее оставляет за ней возможность серьезного развития. И всё-таки она уже применялась с некоторым успехом для исследования различных весьма важных вопросов медицины. И если большее число хороших наблюдателей будет иметь время, терпение и усердие, необходимые для такого рода исследований, в скором времени рассеется как бесполезный призрак груда утверждений, которая подчас оказывает столь пагубное влияние на саму практику [медицины]*, а потому и на жизнь человека*.

И вот его разумное заключение (там же):

Приближенное исчисление или исчисление вероятностей это почти всегда единственное средство, которым мы можем воспользоваться, когда желательно обобщить некоторый результат.

4.2.7. Гаварре. Он закончил Политехническую школу, где был студентом Пуассона, но затем стал врачом. Его книга (1840) оказалась первой, посвященной приложению теории вероятностей к медицине, и в ней он (с. xiii) выразил признательность своему учителю:

Лишь после долгих размышлений над лекциями и сочинениями этого прославленного геометра мы смогли познать всю широту проблемы[…] *упорядоченного приложения экспериментального метода к искусству врачевания*.

Гаварре (с. 189) заявил, что медицинские познания [часто] основаны на “смутных и путанных утверждениях” и (с. 50) указал, что

Пагубная привычка, издавна освященная в медицине, доверять наблюдения памяти, привела к досадному результату, при котором необычные факты как бы множатся пропорционально их впечатлению на разум, так что авторы принимают за правило то, что на самом деле является лишь исключением[4.6].

И (с. 60), поскольку каждый так или иначе использует статистический опыт, не лучше ли будет тщательно собирать его? Встав на эту точку зрения, Гаварре вовсе не отрицал количественный метод, но определенно указал на его недостатки. К тому же, его обсуждают, как он (с. x) утверждал,

Только лишь, чтобы выяснить, заменены ли слова часто, редко […] *количественными отношениями. Количественный метод,* *понимаемый с этой узкой точки зрения, не может выйти за пределы простых изменений в языке, и здесь нельзя видеть научного метода или общей философии*[4.7].

Это мнение можно было чуть смягчить: Петти, один из создателей политической арифметики, тоже стремился вводить количественную меру взамен туманных слов. Рекомендации Гаварре о приложении вероятностных методов см. в п. 4.3.1.

4.2.8. Гринвуд (1936, с. 139) решил, что

Можно было бы избежать душераздирающего терапевтического разочарования в истории туберкулеза и рака, будь последние 50 лет метод Луи не только прославляем, но всеобще принят.

И он сожалел, что Луи не воспользовался существовавшими возможностями: “Можно было бы только удивиться состоянию клинической статистики, заручись Луи сотрудничеством […] Пуассона”. Во всяком случае, Луи, видимо, недостаточно прислушивался к Гаварре, ученику Пуассона.

4.3. Элементы математической статистики. Группировку наблюдений мы обсуждаем в п. 7.2, а в пп. 7.1 и 7.3.3 упоминаем приложение эмпирических формул.

4.3.1. Гаварре включил в свою книгу (1840) две формулы, необходимые для приложения теории вероятностей в случае большого числа испытаний.

1. Пусть p – неизвестная вероятность появления случайного события в испытаниях Бернулли. Если оно появилось m раз из μ, то (с. 256)

$$P[|p-(m/\mu)| \le u\sqrt{2mn/\mu^3}\,] = 1-(2/\sqrt{\pi})\int_u^\infty \exp(-t^2)\,dt. \quad (1)$$

Эта формула соответствовала интегральной теореме Муавра – Лапласа. Сославшись на Пуассона, Гаварре предложил в качестве правила для терапевтики уровень значимости 0.0047[4.8].

2. Пусть случайное событие произошло m_1 раз в μ_1 испытаниях Бернулли и m_2 раз в μ_2 испытаниях. Тогда, если не было *возмущающих причин* (см. ниже),

$$|(m_1/\mu_1)-(m_2/\mu_2)| \le 2\sqrt{(2m_1n_1/\mu_1^3)+(2m_2n_2/\mu_2^3)}, \quad (2)$$
$$n_1=\mu_1-m_1,\ n_2=\mu_2-m_2.$$

Это неравенство является простым следствием формулы Пуассона (1837, с. 298) для биномиальных испытаний с переменной вероятностью. Пуассон, однако, четко указал ограничения, наложенные на характер изменения вероятности, тогда как Гаварре (с. 65 и 265) смутно упомянул неизменный “ансамбль возможных причин”[4.9]. Он также привел примеры на применение формулы (2) и, в частности, на сравнение двух методов лечения и добавил совет о проверке начальной гипотезы (с. 194):

Первая забота наблюдателя, который заметил различие между результатами двух длинных рядов наблюдений, состоит в установлении, не является ли выявленная аномалия лишь видимой, или же она реальна и вызвана вторжением какой-то возмущающей причины. А затем [в последнем случае] […] *следует определить эту причину*.

Именно эта рекомендация явилась быть может важнейшим вкладом Гаварре в медицинскую статистику (и статистику вообще)**[4.10]**.

Он не считал себя единственным сторонником статистического метода (с. x):

Некоторые выдающиеся лица настойчиво борются за внедрение статистики в медицину. Это, они говорят, единственное средство обобщить вековой опыт в терапевтике.

4.3.2. Гай. Сославшись на Цельса (п. 1.1), Гай (Guy 1839, с. 40) подчеркнул значение статистики для общественного здравоохранения:

Если изучать здоровье большого множества людей, находящихся в различных обстоятельствах и подверженных различным влияниям, то следует обратиться именно к количественному методу для точных сведений о действии этих обстоятельств.

Гай вряд ли имел в виду количественный метод: он (1852, с. 803) предложил определение *количественного или статистического метода* и предпочитал первое прилагательное только потому, что статистика может быть ошибочно принята за государствоведение. И он (с. 801) утверждал, что медицина находится в особых отношениях со статистикой:

Нет ни одной науки, которая раньше или позже не обнаружила бы полнейшую необходимость обратиться к числам как к мерам и стандартам для сравнений. И нет достаточных причин для того, чтобы физиология или медицина считались исключением. […] *Напротив, они особым образом относятся к классу наук, которые могут больше всего надеяться выиграть от использования чисел*.

И далее (с. 802): "Без статистики какая-либо наука относится к истинной науке как традиция к истории"**[4.11]**.

Гай (1839, с. 42) пытался доказать, что в медицине крайние наблюдения важнее средних, потому что действие яда [например] может проявиться только в течение некоторого промежутка времени, конечные моменты которого необходимо определить. Это соображение, конечно же, не следовало обобщать. См. п. 6.2.2, где описано обращение Пирогова к наименьшей смертности**[4.12]**.

4.3.3. Бьенеме был и статистиком, и математиком. Он (1840) сформулировал общие рекомендации о приложении статистического метода в медицине. Представляется (Heyde & Seneta 1977, с. 103 –

104), что он имел в виду основываться на центральной предельной теореме и одном количественном статистическом критерии. Его статья существенно опередила свое время и, к тому же, была слишком сжатой, так что вряд ли ее заметили раньше, чем через много десятилетий.

4.3.4. Давидов. Мы сослались на него в п. 4.1. Он был математиком, всерьез занимался теорией вероятностей и частично из-за него (1855) к этой дисциплине обратился Чебышев. Давидов (1854) подчеркнул необходимость оценивать надежность статистических выводов и рекомендовал применять формулы типа Гаварре (п. 4.3.1). И он (с. 66) полагал, что

Смутные идеи о вероятности и неточное различие между субъективной и объективной вероятностями являются одним из основных препятствий к быстрому развитию практической медицины.

Всё-таки Давидов, видимо, недооценивал значение надежных данных, отсутствие которых, пожалуй, в основном-то и сдерживало применение статистических методов. Но добавим, что русские врачи осознали необходимость вероятностных методов в своей науке под влиянием Давидова (Ондар 1973).

4.3.5. Паркс был автором руководства по гигиене (1864/1866), подготовленного, как было указано в его подзаголовке, “особенно для использования в армии”. Он пояснил, как пользоваться формулой Гаварре (2) и заметил, на с. 481, что “группировки могут выполняться лишь самыми утонченными и логически мыслящими умами”. Впрочем, это утверждение можно было бы отнести к статистике в целом. Он продолжал: “Признак, отделяющий группы друг от друга, должен быть определенным […] и достаточно четким […].”

Паркс (с. 484) также описал метод “последовательных средних”. Пусть наблюдения обозначены $x_1, x_2, \ldots x_n$, тогда такими средними будут $(x_1 + x_2)/2$, $(x_1 + x_2 + x_3)/3$, … Если, по Парксу, вычислять эти средние в обоих направлениях, то “степень ненадежности” наблюдений определится “средним расхождением между […] средними”.

Установление надежности (или ненадежности) наблюдений, конечно же, было и остается важным. Паркс не притязал на оригинальность, но его рекомендация плохо понятна. Последовательные средние сродни *скользящим средним*.

4.3.6. Дальнейшие события. Два автора (Hirschberg 1874; Песков 1874) опубликовали сочинения, посвященные приложению статистики к медицине. Первый из них описал элементы теории вероятностей и объяснил порядок применения формул Гаварре. Второй (с. 89) заявил, что

Медицинская статистика должна иметь в своем распоряжении […] *такие же точные средние значения, как и используемые в метеорологии*[4.13]*, чтобы стало возможно проводить линии равной заболеваемости, смертности и проч.* […] *и таким образом обнаруживать законы заболеваемости.*

В то время географическое распределение заболеваемости изучалось в рамках социальной гигиены (п. 5), но Песков, видимо, первым упомянул линии равной заболеваемости (и смертности).

Работы Зейделя (пп. 7.4.2 – 7.4.3) также относятся к нашей теме.

5. Социальная гигиена

Социальная гигиена возникла в середине XIX в.[5.1] С самого начала она нуждалась в статистическом скелете (ср. мнение Гая в п. 4.3.2). Lévy (1844), например, рассматривал такие глобальные проблемы как влияние атмосферы, воды, климата на человека, выбор подходящей одежды и пищи. Boudin (1857) собрал обширный статистический материал о сезонной периодичности преступлений и самоубийств[5.2], о фертильности человека и животных, географическом распределении болезней, зоогеографии и о многом другом. Он (т. 1, с. 32 – 33) при этом применял графики, построенные в полярной системе координат.

В 1851 г. первая международная санитарная конференция обсуждала меры по предупреждению заразных заболеваний, а до 1875 г., т. е. до наступления бактериологической эры, прошло еще несколько подобных конференций. Хотя 1851 год "обычно считается началом международного [движения] в здравоохранении" (Rosen 1958, с. 290), никакого действительного успеха в то время так и не достигли (там же, с. 290 – 293).

С 1855 г. международные статистические конгрессы изучали статистические проблемы здравоохранения (*Congrès* 1856 – 1874)[5.3]. В Париже (1856, с. 121 – 132 и 336 – 340) Конгресс рассматривал проблему населенных пунктов начиная с мер по предупреждению холерных эпидемий, см. также п. 7.3.4. В 1857 г. Конгресс (*Congrès* 1856 – 1874, 1858, с. 39 – 81 и 359 – 389) обсуждал "статистику учреждений и объединений, призванных помогать больным и немощным, а также и [работу] санитарных служб".

Следующая сессия Конгресса, в 1860 г. (1861, с. 173 – 183, 247 и 264) приняла предложения о единой больничной статистике и санитарной статистике в целом, см. п. 6.1.2, и рекомендовала международную регистрацию эпидемий. В 1863 г. Конгресс (1865, т. 2, с. 227 – 272, 494 – 499 и 549 – 560) изучал проблему жизнеспособности и смертности гражданского населения и военнослужащих. Наконец, в 1872 г. Конгресс принял специальную терминологию (1874, т. 2, с. 161), в соответствии с которой задачами "антропологической статистики" объявлялось описание "физического состояния населения". Ее отраслями были названы "соматологическая статистика" (которая должна была изучать "физическую силу и общее состояние здоровья населения"), "нозологическая статистика" (влияние заболеваемости), и, далее, "статистика гигиены" и "статистика медицинской службы"[5.4].

В конце XIX в. Эрисман (1887, т. 1, с. 7) заявил по поводу значения статистики для социальной гигиены, что

Немаловажные успехи […] *были недавно достигнуты в углублении и распространении среди медицинской профессии понимания того, что статистика должна быть основой всей нашей санитарной* *деятельности* […] *и краеугольным камнем конкретных исследований в области социальной гигиены*.

Второй том сочинения Эрисмана содержал длинное приложение, посвященное санитарной статистике. Здесь он (с. 3) заметил, что, из статистических данных часто выводили неверные заключения, так что “до последнего времени знаменитые врачи не признавали медицинской статистики” […]. Он (с. 7) разумно указал, что эти данные должны быть надежны, обсуждал методологию их сбора, сослался на нескольких математиков и статистиков и описал мнение Давидова о количественных критериях (п. 4.3.4)[5.5].

5.1. Статистика поселений. Изучение поселений, и особенно больших городов, стало важнейшей задачей социальной гигиены того времени. Индустриальная революция в Англии, которая началась в середине XVIII в., привела к бурному росту городского населения и к середине следующего века его более бедные слои оказались в отвратительнейших жилищных условиях. Идеи основателей политической арифметики, Граунта и Петти, равно как и статистиков XVIII в. (Зюссмильха) о социальной ценности человека, вышли из моды.

Чедвик (Chadwick 1842/1965) четко описал санитарное состояние английского народа. Его книга изобиловала описаниями конкретных количественных фактов и содержала большое число статистических таблиц. Так, он (с. 228 – 231) опубликовал таблицу *Сравнение шансов жизни различных классов* [общества]. Оказалось, например, что в Ливерпуле только 2/3 детей нетитулованного дворянства и специалистов (врачей, юристов и проч.) доживали до пятилетнего возраста, и только 3/5 – до 20 лет.

Один из разделов своей книги Чедвик посвятил оценке убытков от пренебрежения санитарными мерами. Ссылаясь на другого автора, он (с. 272) заметил, что убытки от лихорадки (тифа?) в Данди за 1833 – 1839 гг. составили 175 тыс. фунтов. Позднее Петтенкофер (1873) опубликовал тщательное и намного более известное санитарное исследование Мюнхена и оценил ущерб города от таких болезней, как тиф. Городской совет принял его санитарные рекомендации, и смертность от тифа за период с 1871 – 1875 гг. до последующих пяти лет снизилась вдвое, – с 0.15% до 0.08%, см. Sigerist (Петтенкофер 1941, с. 12).

И вот выразительное высказывание Фарра (Farr, примерно 1857 г.; 1885, с. 148):

Ежегодная смертность населения, превышающая 17 на тысячу, это неестественная смертность. Если бы людей расстреливали, топили, сжигали, травили стрихнином, их смерть была бы не более неестественной, чем смертность, скрытно вызванная болезнями и превышающая […] *17 на тысячу живущих*[5.6].

6. Хирургия

Хирургия оказалась одной из первых ветвей медицины, которая начала применять статистику. Утверждалось даже, к сожалению, без обоснования (Civiale 1838, с. xix), что “именно применяя закон больших чисел удалось решить основные вопросы, относящиеся к вывихам, переломам и ампутациям” [он перечислил еще 8 хирургических болезней][6.1]. Представляется, что роль этого закона была здесь преувеличена, к тому же *основные вопросы* вечны, и каждое новое поколение врачей исследуют их заново.

Позже Симпсон (1847, с. 331) заметил, что в хирургии легче установить “безупречный и несомненный диагноз”, чем в “некоторых [других] областях научных занятий врачей”, так что применять статистический метод в хирургии легче. И, как Пирогов (1849с, с. 3) заявил (см. также п. 4.2.5), приложение статистического метода

Совершенно согласно с духом хирургии, потому что болезни, входящие в область этой науки, несравненно менее зависят от индивидуальных влияний и видоизменений.

6.1. Ампутации. Ампутации вероятно первым статистически исследовал Phillips (1838 – 1839). Собрав сведения о 640 случаях в нескольких европейских странах, он определил среднюю смертность (23%) и заключил, что врачи ошибочно пренебрегали риском ампутаций. И Симпсон (1847, с. 320), и Пирогов (п. 6.2.2) подтвердили этот вывод, но само его исследование вовсе не было убедительным: он рассмотрел ампутации *вообще* и не принял во внимание смертность от осложнений.

6.1.1. Анестезия. Она заняла свое заслуженное место в медицине только при помощи статистики. Симпсон (1847 – 1848/1871, с. 93), например, с самого начала понимал необходимость статистического метода (см. также Табл. 6.1):

Некоторые энергично и решительно полностью усомнились в возможности обезболивания операций, а многие из тех, которые допускали это, вообще отрицали его целесообразность ввиду приписываемых общих последующих опасностей для пациента. […] *Я убедился, что существует лишь один способ узнать правду, именно, путем возможно более обширных статистических исследований.*

Я указал в своей просьбе [о сведениях], *что влияние анестезии, будь они благоприятны или нет, на окончательное выздоровление пациентов после хирургических операций всё еще является предметом многих сомнений и неуверенности. До сих пор у нас нет надлежащего собрания данных, чтобы выяснить, увеличилась ли смертность от операций или нет у пациентов, подвергшихся воздействию эфира.*[…] *Чтобы установить как можно точнее этот важный вопрос, я был побужден провести статистическое исследование.*[…] *Для указанной цели были выбраны ампутации,* […] *потому что они* […] *всюду почти схожи и потому что общая средняя смертность, сопровождающая большинство более серьезных ампутаций* [без анестезии] *уже известна*.

Симпсон (с. 102) также ответил своим критикам (кому именно?):

Приведенные мной данные […] *встретили возражение, поскольку они были собраны из слишком большого числа больниц и слишком различных источников. Я, однако, полагаю, что, напротив, все наши лучшие статистические знатоки стали бы утверждать, что ввиду именно этого обстоятельства мои данные заслуживают большего, а не меньшего доверия*.

В другом сочинении Симпсон (1847, с. 327) заявил, что в общих средних исключается влияние серий успехов и/или неудач.

Он безусловно пользовался неоднородными данными. Некоторые из них относились к периоду 1794 – 1839 гг., тогда как сравнение ампутаций под наркозом и без него требовало использования только наименее опасных (т. е. недавних) операций; в Таблице 6.1, в колонках 4 и 5, мы воспроизвели только данные за 1839 – 1846 гг.

Таблица 6.1

Смертность от ампутаций под эфирным наркозом и без него (Симпсон 1847 – 1848/1871, с. 96 – 102)

	Amputations			
Cause	Under etherisation		Without anaesthesia	
	Total number of cases	Died	Total number of cases	Died
1	2	3	4	5
Injury	73	25	230	88
Disease	229	46	388	95
Total	302	71	618	183
	Death-rate	23.5%	Death-rate	29.6%

Перевод строк

1. Ампутации. 2. Причина. Под эфирным наркозом. Без анестезии
3. Общее число случаев. Умерло. Общее число случаев. Умерло
5. Повреждение. 6. Болезнь. 7. Всего. 8. Смертность

Примечание. Симпсон привел данные об ампутациях бедра, ноги и руки и заметил (там же, с. 105), что результаты первых были более показательны.

Кроме того, исследование Симпсона не было всесторонним: он не смог учесть последующую смертность от больничной гангрены и подобных осложнений, которые часто затмевали все остальные причины вместе взятые. И у него, очевидно, не было возможности выявить иные причины смертности после ампутаций, как например, от воспаления легких.

Через несколько десятилетий Листер (1882/1909, с. 156) сослался на другого автора, который утверждал (когда?), что

Я не сомневаюсь, что во многих случаях смерти от эфира не указываются как таковые по той простой причине, что смерть […] *происходит через несколько часов* [после ампутации] *от бронхита*[6.2].

Примерно в одно время с Симпсоном Пирогов (1849b/1959) исследовал ампутации (и операции вообще) при анестезии, притом он первым применил обезболивание в полевых условиях. По его мнению (с. 192; 1849c, с. 7 – 8 анестезия в некоторых случаях повышала смертность. Но он (п. 6.2.1) заметил, что его данные не были надежными и что ампутации без анестезии частично проводились в небольших больницах (т. е. в лучших санитарных условиях).

6.1.2. Госпитализм. Этот термин видимо ввел Симпсон; во всяком случае, он озаглавил им одно из своих сочинений (1869 – 1870/1871), в котором изучал влияние больничных условий на пациентов. Собрав данные о 2098 случаях (с. 303), он установил, что смертность от ампутаций, проведенных в домашних (обычно неблагоприятных) условиях, равнялась 10.8%, в больницах же была “неизмеримо” выше (с. 338, см. Табл. 6.3)[6.3] и притом возрастала с ростом числа коек (Табл. 6.4)[6.4].

Таблица 6.3

Смертность от ампутаций в больницах Лондона, Эдинбурга и Глазго (Симпсон 1869 – 1870, с. 337)

Amputation of the	Cause of amputation	
	Injury	Disease
Thigh	64.4%	37.8%
Leg	54.8	31.4
Arm	40.1	28.2
Forearm	14.8	20.0

Перевод строк

1. Ампутация. Причина ампутации. 2. Повреждение. Болезнь

3. Бедра. Ноги. Руки. Предплечья

Таблица 6.4

Смертность от ампутаций в английских провинциальных больницах (Симпсон 1869 – 1870, с. 399)

Number of beds in hospital	Mean mortality
201-300	28.6%
101-200	22.7
26-100	17.9
25 or less	14.1

Перевод строк

1. Число коек в больнице. Средняя смертность

Последняя строка: 25 или меньше

Примечания. 1. Смертность в больницах с еще большим числом коек, в основном в Лондоне, доходила до 41.6% (там же)

2. Симпсон привел аналогичные данные на с. 341 и 356

Он (с. 341) предположил, что действительной причиной последнего факта заключалась в ухудшении вентиляции и убывании объема воздуха, приходящегося на одного пациента и добавил, что "небольшая больница, если она переполнена, […] становится столь же неблагоприятной для здоровья, как и большая больница под единой крышей"[6.5]. Симпсон (с. 332) также обсудил причины, по которым ампутации производились на дому. В серьезных случаях многие врачи боялись направлять пациентов (не подозревавших о поджидавшей их опасности) в больницы, но он (с. 372) также отметил, что домашние ампутации сравнительно чаще были вызваны травмами, т. е. именно более серьезными причинами.

В 1860 г. Международный статистический конгресс принял предложения Флоренс Найтингейл *О единообразном содержании больничной статистики* (*Congrès* 1856 – 1874, 1861, с. 247; Nightingale 1859/1863, с. 159). Она (с. 171) выделила статистику хирургических операций и (с. 173) рекомендовала составить "общий перечень осложнений". Плохие условия в хирургической больнице, как она (с. 5 и 10) заявила, приводили к осложнениям:

Может быть наиболее тонкая проверка санитарных условий в больницах обеспечивается ходом и окончанием лечения после операций и происходящих осложнений. […] *Возникновение и распространение лихорадки или больничной гангрены, рожи и пиемии обычно представляют намного более верное мерило неудовлетворительного состояния больницы, чем статистические сведения о смертности*[6.6] [которая зависит от вида болезней у принимаемых пациентов].

Неизбежной инфекции не существует.

И вот начальные строки той же работы:

Действительная смертность в больницах, особенно в больших многолюдных городах, намного выше, чем следовало бы ожидать от любого подсчета, основанного на смертности от того же вида болезней вне больниц.

О Найтингейл как о статистике см. Kopf (1916).

6.1.3. Введение методов (Листера) антисептики преобразовало хирургию в такой степени, что никакого статистического анализа их преимущества оно не требовало. Вот мнение мюнхенского врача J. N. Nussbaum 1878 г. (Листер 1909, т. 1, с. xx):

Прежде […] *почти все пациенты с поврежденными костями заражались пиемией. Например, из 17 ампутированных 11 умерло от нее.* […] *80% всех ран и чирьев сопровождались* […] *больничной гангреной* […] *и почти все раны – рожей. Теперь же нет пиемии, нет больничной гангрены, нет рожи*[6.7].

Сам Листер (1870/1909, с. 129) заметил, что

До антисептического периода из 35 ампутированных умерло 16 […]. *В течение антисептического периода – шестеро из 40.* […] *Эти числа, конечно же, слишком невелики для удовлетворительного* *статистического сравнения, но, если принять во внимание подробности, они очень ценны*.

Листер привел и иные соображения о своих материалах. Он мог бы добавить, – как это сделали редакторы его собрания сочинений (1909, т. 1, с. xx), – что до внедрения антисептики "хирургическое вмешательство […] более или менее полностью ограничивалось операциями, необходимыми для спасения жизни".

И Листер (1870/1909, с. 124) указал, что "Имелось поразительное свидетельство того, что испарения от гнойных выделений […] в хирургических больницах являются серьезным источником беды". Ссылаясь на статистические данные (которые он не привел), он добавил (там же), что

Палаты первого этажа были в среднем наиболее подвержены пиемии вне зависимости от того, кто бы из хирургов ни отвечал за них, […] *и палаты второго этажа были в этом отношении следующими*[**6.8**].

6.2. Пирогов, см. также [XIV]. Мы упоминали его в пп. 6, 6.1 и 6.1.2 в связи со статистикой ампутаций, сравнением условий в больших и малых больницах и применением статистического метода в хирургии.

6.2.1. Применение статистики. Пирогов (1865 – 1866/1961, с. 19) назвал себя "ревностным сторонником рациональной статистики". Хотя индивидуальность была важна даже в хирургии (1854b/1960, с. 206), но индивидуальные особенности "подвластны […] статистическим выводам" (1849c, с. 5)[**6.9**]. В конце жизни Пирогов (1884 – 1885/1962, с. 320) заявил, что "индивидуализирование – новая, еще не початая отрасль знания". Удалось ли почать ее?

Он (1865 – 1866/1961, с. 401) выделил особую причину ненадежности данных: "статистика тогда только может быть верной, когда она делается без задней мысли и не служит каким-нибудь интересам наблюдателя или других лиц". В другом сочинении Пирогов (1854a/1960, с. 156) указал и другую причину:

Есть способ [фальсификации статистики], *которым без стыда пользовались знаменитейшие* […] *врачи; это – удалять из госпиталя больных в сомнительных случаях по возможности скорее после операции* […] *тут же наблюдаются* […] *такие случаи, когда больным, находящимся под сомнением, отказывают в приеме в госпиталь*.

Опять же (1854b, с. 207), неудачные случаи далеко не всегда отражались в публикациях, а в военной хирургии данные были просто ненадежны (1879/1960, с. 228). Здесь Пирогов, пожалуй, в первую очередь имел в виду неизбежные перемещения крупных контингентов раненых и больных. Эта причина, равно как и качественные различия между контингентами отдельных госпиталей не позволяли использовать процент смертности в качестве показателя их работы (там же, с. 89). Иногда было вообще легко подтасовывать отчетные данные о применении антисептической повязки Листера (1879/1960, с. 323 – 324 и 344 – 345).

Особая ошибка в статистических данных и/или в их истолковании происходила при сравнении результатов ранних и позднейших ампутаций (1865 – 1866/1961, с. 438): первые не всегда производились *рано*, притом они иногда откладывались в надежде "сохранять поврежденные члены".

Неудивительно, что Пирогов (1850 – 1855/1961, с. 382) рекомендовал самим хирургам собирать данные:

Главное, считайте на бумаге, не надейтесь на свою память, сравнивайте успехи счастливых и несчастливых врачей, если возможно, при равной обстановке и потом уже оценивайте результаты. Отбросьте бабьи толки, департаментские отчеты (!)*, хвастливые рассказы энтузиастов, шарлатанов и слепорожденных, – спокойно следите за судьбой раненых, с пером в руках, из операционной комнаты в больничную палату, из палаты в гангренозное отделение, а оттуда в покойницкую – это единственный путь к истине*.

С годами Пирогов (1865 – 1866/1961, с. 20) стал осторожнее относиться к статистике:

При малейшем недосмотре, неточности и произволе [на статистические данные] *можно гораздо меньше положиться, чем на те данные, которые основаны на одном общем впечатлении, остающемся в нас после простого, но трезвого наблюдения случаев. Вот это-то впечатление я и передаю в моей книге за неимением неоспоримо рациональных статистических данных.* [В 1849 г.] *я* […] *не знал еще всех ложных путей, на которые иногда ведет цифра.*

Только талантливый врач мог позволить себе такой образ действий, для обычного же врача правилом остается предыдущая и вроде бы забытая Пироговым рекомендация. Под *ложными путями* Пирогов, видимо, понимал неоправданное доверие к вычисленным процентам смертности. И вместе с тем у Пирогова (1865 – 1866/1961, с. 404) проскользнуло замечание о том, что статистика должна "вычислить цифру самой случайности, т. е. показать, что она не так случайна". В первоначальном немецком издании соответствующая фраза была такой (1864, с. 692):

Следует также признать, что статистические исследования переводят самоё случайное в определенную закономерную форму и что случайное тем самым перестает быть чистым случаем. Таким образом, первая задача статистики состоит в том, чтобы извлечь [из случайных явлений] *и численно установить более часто встречающееся, постоянное*[6.10].

6.2.2. Консервативное лечение. Одна из основных проблем, стоявших перед Пироговым и требовавшая применения статистики, была оценка консервативного лечения переломов и пулевых ранений конечностей по сравнению с ампутациями. В 1847 г., составляя статистику ампутаций, он (1854b/1960, с. 223) впервые усомнился в их неизбежности, а в дальнейшем высказался более определенно (1865 – 1866/1961, с. 403 – 404), притом в соответствии с многолетними усилиями Кетле упорядочить статистику населения:

Опасность жизни, соединенную с операцией, [старая школа] *ни во что не ставила* […] *а мы живем теперь в переходное время – начала прежней школы, господствовавшие еще в первые десятилетия нашего века, потрясены статистикой – это она сделала, но новых начал, на которых бы можно было основать наши действия, она еще не постановила. Этого она до тех пор и не достигнет, пока военно-хирургические статистики не начнут действовать по определенному и для всех одному и тому же плану*.

Он (1879/1960, с. 376) также предложил естественный критерий целесообразности консервативного метода лечения, Всё, указывал он, зависит от того,

Будет ли минимум смертности в сберегательном лечении […] *плюс известный процент смертности от вторичных ампутаций* [необходимых при неудаче этого лечения] *равняться минимуму смертности первичных ампутаций*.

Таким образом, Пирогову нужно было знать минимум смертности, или, быть может, среднюю смертность при различных повреждениях конечностей для каждого из двух способов лечения. Он (1854b/1960, с. 204) действительно считал (впрочем, см. ниже), что

Каждая болезнь и каждая хирургическая операция имеет свой итог […] *смертности, зависящей от непостоянно действующих* […] *внешних условий, от натуры самой болезни, индивидуальности* […] *больных и от свойств травматического насилия, соединенного с каждой операцией; действие же врачей, различные способы лечения* [в пределах либо консервативного, либо хирургического метода], *техническое искусство* […] *производят только* […] *едва заметные* […] *колебания этих итогов*.

И он (с. 207) философски заметил: “наблюдением целой массы случаев смиряешься, видя определенные искусству пределы”. И несколько раз Пирогов (1850 – 1855/1961, с. 328; 1865 – 1866/1961, с. 19) указывал, что процент смертности постоянен. Имел ли он в виду минимальную, или среднюю смертность? До 1879 г. он не уточнял этого, затем (1879/1960, с. 219) начал упоминать минимальную смертность. Впрочем, даже в своих последних сочинениях (1871/1960; 1879/1960) он несколько раз упоминал смертность без всякого дополнительного указания. Более того, Пирогов (1879/1960, с. 315 и 375) решил, что при ряде повреждений процент смертности сильно колеблется. Возможно, что всё-таки он имел в виду колебания ввиду различий внешних условий в поле.

Чтобы добиться устойчивости показателей, Пирогов (1865 – 1866/1961, с. 439; 1879/1960, с. 316) начал подсчитывать смертность отдельно для ампутаций каждой трети каждой конечности, – впрочем, после Симпсона (1847, с. 331).

7. Эпидемиология

Следуя древней традиции, идущей от Гиппократа и Аристотеля, врачи XVII в. объясняли эпидемии “конституцией” местности, см. п. 8. Много позже Гринвуд (1932, с. 9) не согласился с тем, что конституция “накладывает общий отпечаток на заболевание”, однако см. п. 7.3.1.

Современная эпидемиология (Bailey 1967, гл. 9) предсказывает ход эпидемий на основе детерминированных или стохастических моделей, но цели ученых XVIII – XIX вв. были иными (пп. 7.2 – 7.4). Впрочем, уже одно исследование Фарра (п. 7.1) носило современный характер, и мы опишем его, хоть оно и не относилось к медицине. Статистические исследования оспы известны с середины XVIII в. (п. 7.2), а примерно через столетие началось изучение эпидемий брюшного тифа (п. 7.3) и холеры (п. 7.4). Образную картину второй половины XIX в. нарисовал Гринвуд (1932, с. 19):

В общем, мы посвятили себя обнаружению бацилл для отделения зараженных и, видимо, заразных членов нашего стада, и иммунизации остальных. Стадо перестало быть стадом, оно оказалось сборищем отдельных лиц, и что было верно или считалось верным для одного человека, предполагалось верным и для толпы.

Это, впрочем, не означает, что с началом бактериологических исследований развитие статистической ветви эпидемиологии прекратилось.

7.1. Первое современное исследование. В 1866 г. Фарр опубликовал письмо в газету в связи с происходившей тогда в Англии чумой рогатого скота; Brownlee (1915) перепечатал и прокомментировал его. Обозначим число заболевших животных за четыре недели через Δ; Фарр заметил, что третьи разности функции $\ln\Delta$ были постоянны и что поэтому

$$\Delta = \exp\,[\alpha + ßt + \gamma t^2 + \delta t^3] = C \exp \delta t\,[(t + m)^2 + n],\ C > 0,$$

$\delta < 0$ потому что $\Delta \to 0$ при $t \to +\infty$. Конечно же, указанная формула не могла появиться в явном виде в газете.

Вычисленные Фарром значения Δ не соответствовали действительным цифрам (см. Табл. 7.1)[7.1], но он по крайней мере верно предсказал быстрое убывание эпидемии, во что в то время никто не смел поверить.

Таблица 7.1

Ход эпидемической чумы рогатого скота в Англии в 1765 – 1866 гг.
Фарр (Brownlee 1915)

	Number of new attacks

Number of period	Actual figures	Calculated figures
1	9,597	
2	18,817	
3	33,835	
4	47,287	
5	57,004	43,182 (43,170)
6	27,958	21,927 (21,904)
7	15,856	5,226 (5,213)
8	14,734	494 (492)
9	about 5,000	16

Перевод строк
1. Число вновь заболевших животных
2. Номер периода. Действительные числа. Вычисленные числа
Последняя строка. Около 5000
Примечания. 1. Продолжительность каждого периода = 4 неделям
2. В последнем столбце мы показали результаты наших собственных вычислений по формуле Фарра

Он также привел некоторые доводы в пользу своего предположения: животные, пережившие чуму, должны были по его мнению оставаться менее подвержены ей, а “яды эпидемии […] теряют часть своего свойства с каждым прохождением через тело животного”**[7.2]**.

Забой скота, к которому прибегли в последующие недели эпидемии, несомненно ухудшил предсказание Фарра, и Браунли (с. 252) привел свидетельство о том, что Фарр действительно думал об этом обстоятельстве. В своем основном письме Фарр указал, что (аналогично?) исследовал эпидемии холеры 1849 г. и дифтерии 1857 – 1859 гг.

7.2. Оспа

7.2.1. Вариоляция. Так называлась профилактика оспы, проводимая в период до оспопрививания, и состояла она в заражении оспой (в ослабленной форме) здорового человека больным. Образовать глагол и причастие от этого термина трудно, и мы будем пользоваться для этого иностранным выражением (*инокулировать, инокулированный*).

Вариоляция оспы проводилась в Англии с 1720-х годов (Jurin 1724), а во Франции – с середины XVIII в. (Karn 1930 – 1931, с. 283) и в этой связи появились статистические проблемы. Jurin (1724, с. 3 и 30) указал, что следует установить действенность вариоляции, равно как и ее опасность для самого инокулируемого и для населения в целом. Число инокулированных англичан достигло к тому времени 474, из которых 9 (1.9%) умерло (там же, с. 17)**[7.3]**, однако, как полагал Джурин, по крайней мере несколько человек погибло от иных причин. Сравнив опасность вариоляции со смертностью от оспы (16.1%), он посчитал, что вариоляция благотворна**[7.4]**.

Опасность вариоляции для населения в целом Джурин (с. 30) нашел пренебрегаемой по сравнению с риском заразиться натуральной оспой (20 тысяч заболеваний в год), ничтожный риск возможного повторного заболевания он (с. 5) притом, конечно же, не принял во внимание.

Составленная Джуриным (с. 17) таблица результатов вариоляции представила один из первых примеров группировки наблюдений в медицинской статистике. Она показывала общее число инокулированных по отдельным возрастным группам и полученные результаты: *заболел оспой; заболел в несовершенной форме; никакого действия; подозреваются умершими от вариоляции.*

И всё же опасность вариоляции (действительная или мнимая) для населения привела к особым мерам. В 1728 – 1740 гг. ее в Англии вовсе не практиковали (Creighton 1891/1965, т. 2, с. 489), в 1763 г. парламент Франции временно запретил ее “в пределах городов и пригородов” (Кондамин 1773, с. 249), а уже в 1807 г. инокулированным в Англии были запрещены контакты с окружающими (Blane 1819, с. 344; Creighton 1891/1965, т. 2, с. 609).

Даниил Бернулли в 1766 г. сформулировал простые статистические гипотезы об эпидемиях оспы и составил и решил соответствующее дифференциальное уравнение, которое определяло относительное число лиц, не заболевающих оспой. Полагая, что вариоляция избавляет от опасности заболеть натуральной оспой и гибельна для очень немногих, он установил, что профилактика оспы удлиняет среднюю продолжительность жизни примерно на два года и решительно высказался в ее пользу. Его сочинение справедливо считается классическим[7.5].

Даламбер (Тодхантер 1865, гл. 13) раскритиковал исследование Бернулли. Не выступая против вариоляции, он заявил, что ее математическое изучение невозможно, поскольку нельзя принять во внимание моральные проблемы (например, при вариоляции детей). Кроме того, он решил, что необходимы более надежные статистические данные об эпидемиях оспы, нежели бывшие в распоряжении Бернулли.

Blane (1819/1822), см. Табл. 7.2, приближенно подсчитал общее влияние вариоляции на смертность населения.

Таблица 7.2

Годовая смертность от оспы в Лондоне относительно общей смертности (Blane 1819, с. 336 – 337)

Before the introduction of inoculation 1706-1720	Inoculation 1745-1759	Inoculation 1785-1798	Early period of vaccination 1804-1818
7.9%	8.9%	9.4%	5.3%

Перевод строк

1. До внедрения вариоляции. Вариоляция. Ранний период оспопрививания

Примечание. В течение 1745 – 1759 и 1785 – 1798 гг. “вариоляция распространилась широко (еще шире)” – там же, с. 336

Утверждая (с. 337), что эта смертность, “в громадной степени сократившаяся” в период 1706 – 1818 гг., “не являлась вполне надежным мерилом", он тем не менее заявил, что "вариоляция, видимо, повысила смертность".

Guy (1874, с. 205) изучал другие периоды (1710 – 1719, 1740 – 1749 и 1790 – 1799) и пришел к противоположному выводу. Цифры смертности для тех времен имеются только для Лондона (не для Англии в целом), так что надежный анализ, видимо, невозможен. Кроме того, использованные Блейном лондонские бюллетени смертности были возможно ошибочны. Во всяком случае, Creighton (1891/1965, т. 2, с. 531, 535 и 568) привел выписки из них за те же годы, и в некоторых случаях они отличались от использованных его предшественником. Но основная трудность анализа (кстати, возможного только для Лондона) состоит в том (Ogle 1892, с. 451), что "зарегистрированные числа погребений в XVIII в. необходимо увеличить на 39 – 44%, а в XIX в., или во всяком случае начиная с 1832 г. – намного больше". Вполне возможно, что данные об оспенной смертности также недостоверны.

Интересно замечание Крейтона (1891/1965, т. 2, с. 586), относящееся к периоду 1820-х годов. (см. Табл. 7.2): оказывается, что в то время вариоляция "вовсе еще не была вытеснена появившимся оспопрививанием" (п. 7.2.2).

Карн (1930 – 1931) посвятила часть своего труда истории оспы и вариоляции и заявила (с. 290), что основные проблемы, связанные с вариоляцией, остались без ответа[7.6].

7.2.2. Оспопрививание. Новый и, возможно, окончательный период борьбы с оспой начался с внедрения оспопрививания по Дженнеру. Исследовав большое число случаев, он (1798) доказал, что коровья оспа предохраняет от натуральной на несколько десятилетий и специально изучил оспопрививание (1800, с. 146):

К настоящему времени коровья оспа привита более, чем 6000 человек и намного бóльшая их часть была с тех пор безрезультатно инокулирована [заражена] *натуральной оспой и подвергнута действию ее инфекции каждым разумным способом, какой только мог быть придуман.*

Он (1799/1800, с. 91) заявил. что коровью оспу "следует приписать веществу, переданному животному […] от лошади". Одним из его доводов в пользу своего утверждения было "полное отсутствие этой болезни в Ирландии и Шотландии, где мужчины не работают на молочных фермах". В одном случае Дженнер (1798/1800, с. 49) упомянул воображаемую рандомизацию.

Simon (1887, т. 1, с. 230) указал на определенную статистическую проблему, связанную с оспопрививанием: Не привело ли "широкое использование выродившейся лимфы к слишком частому" непостоянству защиты от послепрививочной оспы? "Ответ следует искать в основном в национальной статистике". Мы не знаем, как были решен этот и другие практические вопросы, но представляется, что от каждого варианта оспопрививания требовали полнейшего успеха.

7.3. Холера. В 1831 г. европейские врачи начали применять меры против холеры (Саймон 1890/1897, с. 169). Крейтон (1891/1965, т. 2, с. 832) указал, что они были скромными: в 1832 г.

Было хорошо известно, […], *что загрязненные белье и постельное белье и одежда являются несомненным источником передачи яда.* […] *Именно в этом состоял давнишний опыт чумы. Теорию передачи холерного яда через питьевую воду, примеры чего были собраны в 1849 и 1854 гг., в 1832 г. не применяли* […].

Статистическое исследование (Fourier 1823 – 1829, 1823, Табл. 8) содержало качественное описание питьевой воды и (в Табл. 9) сведения о ее физическом и химическом составе. Различные ручьи были даже расположены по порядку целебности их вод, хотя ничего не было сказано об их возможном загрязнении органическими веществами.

Но как распространение холерных эпидемий зависело от местных географических и иных особенностей? Врачи активно обсуждали эту проблему почти 30 лет. Примерно в 1818 г. (Pettenkofer 1855, с. vi) J. Jameson (Farr 1852, с. 166) утверждал (см. также п. 7.3.3), что

Имеются обильные доказательства того, что в высоких, сухих, и, в общем, благоприятных для здоровья местах [холера] *встречалась реже, была не столь распространена и менее пагубна, чем в низких и явно нездоровых районах.*

7.3.1. Петтенкофер. Он (1855, с. vi) был высокого мнения и о Джеймсоне (п. 7.3), и о других английских врачах, которые работали в Индии в 1817 – 1819 гг.:

Все до сих пор существующие взгляды на возникновение и распространение эпидемической холеры содержались еще в наблюдениях и замечаниях английских врачей.

Он также привел выдержки из немецкого издания *Отчета об эпидемической холере* Джеймсона.

Петтенкофер оставался самым известным ученым из тех, кто изучал холеру до Коха. В свои ранние годы (1854 г.) он (1886 – 1887, т. 5, с. 379) был “еще весьма верующим, но вовсе и не безусловным контагионистом”, но затем неоднократно подчеркивал (1865, с. 329), что холерные эпидемии невозможны, если “нет местного предрасположения к ней”. Особое значение он придавал уровню грунтовых вод и скорости его изменения (Зейдель 1866, с. 176, без ссылок)[7.7].

В 1886 г. Петтенкофер (1886 – 1887, т. 5, с. 354) упомянул Коха, но (с. 381) не изменил своей точки зрения:

Я теперь отыскал всё больше доказательств влияния определенных речных, дренажных и дождливых районов […], *но, напротив, никаких свидетельств заражения здоровых выделениями тонких кишок холерных больных*[7.8].

Указанное только что сочинение это обширнейший обзор литературы о холере с большим числом графиков и статистических табли36 Исследовать собранный им материал он не сумел (это было бы слишком трудно), но подтвердил свои прежние высказывания (т. 6, с. 78): “При холерных эпидемиях решающее значение имеют место и время”.

В 1892 г., в возрасте 74-х лет, Петтенкофер (1892) произвел опыт на самом себе, выпив воды, зараженной холерных вибрионов. Отделавшись расстройством желудка, он объявил этот результат дополнительным доказательством в пользу своей теории.

Современная точка зрения разделяет теорию Петтенкофера только в том смысле, что для распространения холеры требуется ее некоторое *пороговое* наличие.

7.3.2. Сноу. Стараясь объяснить внезапность распространения холеры, он (Snow 1855/1965, с. 58 – 59) сравнил смертность от нее в 1832 г. с тогдашним качеством питьевой воды в различных районах Лондона. Впрочем, его основное исследование (с. 74 – 86) относилось к эпидемии 1849 г. в некоторых районах Лондона с населением в 500 тыс. человек. Воду в дома поставляли две фирмы, но только одна из них очищала ее. Смертность в расчете на 10 тыс. домов составила 37 случаев среди тех, кто пил очищенную воду, против 315 случаев среди остальных жителей (с. 86).

Сноу (с. 47) также установил, что в 1854 г. небольшая вспышка холеры в Лондоне была вызвана потреблением воды одного из местных колодцев[7.9].

Фарр (1885, с. 143) осторожно заметил, что “последующие” (после 1854 г.) “исследования комитетом […] показали, что неочищенная вода несомненно повысила смертность от холеры в Лондоне”.

Петтенкофер (1855, с. 40; 1865, с. 353) не согласился со Сноу:

Все усилия найти причину в общем качестве воздуха и в питьевой воде до сих пор дали лишь отрицательный результат.

Рассматривать воду как общий путь распространения [холеры] *противоречит фактам, собранным в других местах и относительно других эпидемий. В Мюнхене влияние питьевой воды различного качества на ход эпидемии исследовался так же точно, как в Лондоне, но результаты оказались полностью отрицательными.*

И далее (1886 – 1887, т. 5, с. 383): теория Сноу подтверждается только в некоторых случаях, а факты о холере в Мюнхене в 1873 – 1874 гг. противоречили теории Сноу, так что “контагионистская теория и теория питьевой воды жалким образом разбиваются об эти утесы” (т. 6, с. 79). Наконец, он (1884, с. 31) привел и особый довод: в 1866 г. один английский автор “подверг сомнению […] истинность этих фактов [Сноу] и указал, […] что водные магистрали [обеих лондонских компаний] постепенно перепутались”. Он не привел точной ссылки и в последующих работах не повторил этого утверждения.

Не было такой ссылки и у Паркина (Parkin 1873, с. 215). Утверждая, что холера неизменно является более злокачественной в начале эпидемии, чем при ее окончании, он заключил, что “эта теория зараженной воды […] необоснованна, не логична и ошибочна”. И он отбросил статистические данные Сноу, приписав выведенные из них результаты “просто […] совпадением”. Его точка зрения непонятна, тем более ввиду его же прежнего утверждения 1832 г., описанного Андервудом (Underwood 1948, с. 170):

Причиной холеры является пагубное вещество или яд, который образуется в земле […] *добирается до ручьев* […]. *Воду из таких ручьев следует пропускать через древесный уголь.*

Саймон (1856/1887, с. 416 – 417) подтвердил теорию Сноу новыми данными, а впоследствии (1890, с. 263) указал, что “Для немедленного практического использования общее суждение [Сноу] было само по себе более, чем достаточно”. К тому же выводу пришел Розен (1958, с. 183):

Точки зрения контагионистов и не-контагионистов поочередно выигрывали и проигрывали в общественном мнении, и в течение первых десятилетий XIX в. идеи последних стали преобладать. [Живые организмы] *не играли практически никакой роли в санитарном движении середины этого века*[7.10].

Обсуждая эпидемиологию вообще, Песков (1874, с. 10) заявил, быть может слишком решительно, что

Медицинская статистика начала развиваться как раз после того, как человечеству пришлось слишком явно и чересчур горько убедиться в полной беспомощности медицины против таких бедствий, как холера, тиф и проч.

7.3.3. Фарр. Он (1849/1885, с. 343 – 345) предложил формулу зависимости смертности от холеры в Лондоне от высоты места над Темзой. Удовлетворившись малостью расхождений между вычисленными и действительными цифрами смертности, он не оценил формально точности своей формулы. Фарр также заметил, что смертность в данном месте зависела от номера речной террасы над Темзой, на которой оно было расположено, и снова не привел количественной оценки точности своего высказывания. Сведения о последующих эпидемиях ни в Лондоне, ни в иных городах не подтвердили выводов Фарра (Саймон 1887, т. 1, с. 105 – 106; Петтенкофер 1886 – 1887, т. 5, с. 395).

В 1862 г. Фарр (1885, с. 386) в таком же порядке оценил возрастание смертности от холеры с возрастом, а в 1854 г. провел более общее исследование, которое относится к предыстории ранговой корреляции. Вот его качественный вывод (1885, с. 356):

Расположив […] *районы* [Лондона] *по порядку смертности* […] *и плотности населения,* […] *я нашел, что изменения плотности были как-то связаны со смертностью, – что богатство и бедность оказывают больше влияния* [чем?], *что неочищенная вода пагубна и* *что имело место определенное соотношение между убыванием смертности от холеры и высотой местожительства*.

7.3.4. Международный статистический конгресс. В докладе 1855 г. Конгрессу J.-D. Tholozan (*Congrès* 1856 – 1874, 1856, с. 337) рекомендовал установить “некоторые общие принципы о ходе эпидемических болезней и о средствах для уменьшения опустошений от них”. Можно только удивляться, продолжал он, что “на сессии в Брюсселе [в 1853 г. статистика эпидемий] не обсуждалась и не обдумывалась и никаких конкретных выводов о ней не было сделано”.

Толозан также предложил программу для изучения населенных пунктов, пострадавших от эпидемий, включавшую регистрацию “метеорологических явлений, которые предшествовали вторжению и сопровождали его”.

В 1872 г. Конгресс обсуждал статистические проблемы холеры и сифилиса. Вот выдержка из отчета первой секции (1872, т. 1, с. 45; отдельная пагинация по каждой секции):

Опыт ежедневно всё больше подтверждает научную теорию, в соответствии с которой холера происходит от внесения и развития в некоторой местности особого специфического вещества, называемого холерной миазмой. […] *Статистика доказывает,* […], *что распространение холеры тесно связано с наличием определенных кратковременных местных условий.*

Авторы отчета несомненно имели в виду теорию Петтенкофера. Резолюция, принятая подсекцией этой же секции (1874, т. 2, с. 126 – 127), подчеркнула ее исключительную важность и рекомендовала проверить ее статистически[7.11]. Один из участников (Erichsen, с. 154) заметил, что “нет никаких сомнений, что во многих случаях установлено соотношение между холерой и грунтовыми водами”, но он же (с. 153) утверждал, что “работы 20 лет привели к результатам, которые скорее опровергают, чем подтверждают теорию Петтенкофера”.

7.4. Брюшной тиф

7.4.1. Буль. Теория Петтенкофера, относящаяся к холере, побудила врачей изучать брюшной тиф. Buhl (1865) собрал данные за 9 лет (1857 – 1864) о количестве осадков, уровне грунтовых вод и смертности от брюшного тифа в Мюнхене и заключил, что уровень вод действительно является существенным. Влияние осадков он (с. 7), однако, полностью отрицал.

Зейдель (пп. 7.4.2 – 7.4.3) использовал данные Буля для более тщательного исследования, но исходил из месячной заболеваемости, которую он предположил равной (почему не пропорциональной?) известной смертности за следующий месяц.

7.4.2. Зейдель (1865). В этой статье он сравнивал месячные числа заболеваний брюшным тифом (y_i) с уровнем грунтовых вод (x_i), отсчитывая его вниз, от поверхности земли. В предварительном варианте вычислений Зейдель ввел разности

$$u_i = x_i - \bar{x},\ v_i = y_i - \bar{y},\ i = 1, 2, \ldots, 108, \qquad (1)$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ были средними значениями x_i и y_i, затем исключил влияние годичных циклов. Примем для определенности, что он использовал наблюдения с начала года (1857 г.), тогда x_1, x_{13}, x_{25}, … будут январскими уровнями грунтовых вод в 1857, 1858, 1859, … году. Среднее из этих уровней, $\hat{x}_1$, т. е. влияние годовых циклов на январские уровни, следует вычесть из x_1 и, разумеется, подобная же поправка должна быть введена в числа заболевших. Итак, Зейдель перешел от (1) к

$$X_i = x_i - \hat{x}_i,\ Y_i = y_i - \hat{y}_i.$$

Например,

$$\hat{y}_1 = (y_1 + y_{13} + y_{25} + \ldots)/9,\ \hat{x}_{14} = (x_2 + x_{14} + x_{26} + \ldots)/9$$

(9 – число исследованных лет).

Подсчитав совпадения и несовпадения знаков разностей (1), Зейдель выяснил, что первых было в 1.67 раз больше, чем вторых[7.12], а после исключения годовых циклов это соотношение оказалось равным 2.13. Применив известное нормальное приближение к биномиальному закону, он заявил, что полученные результаты не случайны и что (с. 230) высокий (низкий) уровень грунтовых вод влечет низкую (высокую) заболеваемость (и смертность). Возрастание указанного соотношения он объяснил успешным исключением тех годовых циклов смертности, “которые не имели ничего общего с изменением уровня грунтовых вод”.

Здесь и ниже Зейдель изучал корреляцию[7.13], но не ввел никаких количественных мер, и это лишний раз свидетельствует об оригинальности Гальтона, основателя теории корреляции. Действительно, на протяжении веков многие ученые подмечали корреляционную зависимость между различными величинами, а во второй половине XIX в. даже геофизики, т. е. специалисты, хорошо знающие математику, изучали подобные зависимости статистически, – но никто до Гальтона не подумал подчинить корреляцию математической теории.

Зейдель, правда, количественно оценил значимость корреляционной зависимости между двумя (и даже тремя, см. п. 7.4.3) переменными, но косвенным путем и с потерей информации. Его статья содержала и четкий пример изучения ранговой корреляции. Он расположил изучаемые годы по убыванию смертности, а затем по убыванию среднегодовых значений x и заключил (с. 235), что соответствие между обеими последовательностями

1857, 1858, 1856, 1863, 1864, 1862, 1859, 1860, 1861

1857, 1858, 1863, 1864, 1862, 1856, 1859, 1861, 1860

оказалось “поразительным”. Вычисление коэффициента Спирмена подтверждает этот вывод.

7.4.3. Зейдель (1866). В этой последующей статье Зейдель вначале аналогичным образом исследовал влияние осадков, но для каждых трех лет и притом учел статистические вероятности появления каждого знака в каждой из обеих последовательностей (количества осадков и смертности). Снова перейдя к нормальному распределению (и применив теорему умножения), он заключил, что между этими двумя явлениями существовала реальная зависимость.

Далее Зейдель исследовал соотношение между всеми тремя переменными (x – уровень грунтовых вод, y – количество осадков и z – число заболевающих и соответствующие разности, см. п. 7.4.2, X_i, Y_i, и Z_i). Оказалось, что знаки X_i и Y_i совпали 56 раз, и в 46 случаях знак Z_i совпал с одним и тем же знаком этих двух величин и Зейдель снова доказал, что этот результат не случаен и кроме того отметил, что между X и $У$ также существует корреляционная зависимость.

По Зейделю, малое (большое) количество осадков и низкий (высокий) уровень вод соответствовал возрастанию (убыванию заболеваемости. Сославшись на Петтенкофера, он (п. 7.3.1) заявил. что смертность от холеры зависит и от скорости понижения или повышения уровня грунтовых вод; при изучении брюшного тифа сам он этот фактор вовсе не учитывал.

Статьи Зейделя, о которых первым сообщил Weiling (1975), не упомянуты ни в некрологе[7.14].

7.4.4. Дальнейшие исследования. Jessen (1867) подтвердил вывод Зейделя. Выделив в том же периоде интервалы, в течение которых уровень грунтовых вод был либо выше, либо ниже обычного, он доказал при помощи формулы Гаварре (4.2), что разность смертностей в течение этих интервалов была значимой. Он молчаливо и без необходимости полагал, что интервалы должны были быть равными.

Soyka (1887) построил слишком убедительные графики зависимости смертности от брюшного тифа в различных городах Германии от уровня грунтовых вод, но не исследовал своих результатов аналитически. Winslow (1943/1967, с. 330) объяснил полученные им закономерности случайным совпадением. Вирхов (1873/1879) исследовал смертность в Берлине[7.15] и заявил (с. 330), что ее изменения

В большой степени соответствуют изменениям уровня воды в Шпрее и именно в том смысле, что подъем воды совпадает с периодом убывания смертельных случаев, а понижение – с периодами более частых смертей[7.16].

На с. 338 он повторил этот вывод: “Сухие годы это тифозные годы”, но так и не доказал его.

8. Приложение: метеорология и медицина

Sydenham (1666/1922, с. 42) полагал, что злокачественность эпидемических болезней и особенности их распространения зависят от общего состояния погоды. Описывая связь смертности с погодой, Blane (1813/1822, с. 131 и 135) придерживался этой старинной традиции.

Бойль (Cassedy 1974, с. 303 – 304) заметил связь погоды и заболеваемости. В 1666 г.

Джон Локк […]*, поощряемый Бойлем,* […] *начал регистрировать погоду.* [Он] *с жадностью разыскивал* […] *данные о движении населения в крупных европейских городах*.

В 1699 – 1703 гг. Локк (Dewhurst 1963, с. 300 – 301) попытался установить связь погоды "со сведениями, тщательно собранными из обширного обозрения социальной медицины".

Изучение влияния погоды на человека более основательно началось в XIX в.[**8.1**] Guerry (1829) собрал метеорологические данные и сведения о числе допущенных в больницы лиц, о числе женитьб, рождений, смертей и самоубийств. Smith (1830) сравнил метеорологические данные (температуру и влажность воздуха, направление ветра) с числом пациентов, принятых в одну лондонскую больницу[**8.2**], их полом, родом занятий и проч. Он пожаловался в своем Предисловии, что "первоначально имелось в виду использовать некоторые исследования, но это оказалось невозможным"[**8.3**].

Кетле (1838) собрал сведения о смертности в различных возрастных группах, а также о температуре и влажности воздуха, атмосферном давлении и т. д. Рассматривая большое число факторов, он почти не смог использовать свои материалы, но заметил (с. 30), что смертность зависит от изменений суточной температуры. В более раннем сочинении он (1832) изучал распределение рождений и смертности по месяцам.

Guy (1843) показал ход смертности, заболеваемости и изменения нескольких метеорологических элементов в 1842 г., расположив поквартально каждую их этих величин в убывающем порядке, см. Табл. 8.1. Он (с. 135) заключил, что

Таблица 8.1

Кварталы 1842 г.,
расположенные по убыванию значений переменных
(Guy 1843, с. 135)

Variable	Order of the quarters			
1. Mortality of the Metropolis	1	4	3	2
2. Sickness of the western portion of the Central Districts	3	2	4	1
3. Thermometer (mean)	3	2	4	1
4. Dew point (mean)	3	2	4	1
5. Rain	3	4	1	2
6. Barometer (mean)	2	1	4	3

Перевод строк

Заглавие: переменные. Порядок следования кварталов

1. Смертность в столице

2. Заболеваемость в западной части центральных районов страны

3. Средняя температура воздуха. 4. Средняя точка росы. 5. Дождь
6. Среднее атмосферное давление

Примечание. В 1842 г. не было эпидемий (там же, с. 139). Сезоны были бы более подходящи, чем кварталы (там же, с. 141)

Видимо, нет никакого соотношения […] *между смертностью и каким-либо одним состоянием воздуха, однако болезни следуют в прямой пропорции и за температурой, и за точкой росы*.

Взятые даже совместно, описанные выше сочинения различных авторов не привели к зарождению новой научной дисциплины. Понятие о медицинской климатологии появилось в середине XIX в. или позднее, быть может в 1880-е годы. В п. 5 мы упоминали работы Boudin и Lévy 1857 и 1862 гг. соответственно, имевшие прямое отношение к развитию медицинской климатологии. А позднее Lombard (1877 – 1880) обсуждал приложение метеорологии к медицине, географию распределения болезней и влияние климата на жизнь и здоровье человека; разумеется, все эти проблемы были непосредственно связаны со статистикой. Ломбар посвятил свое сочинение "почитаемой памяти моих [своих] учителей, Andral [французский врач] и Луи [!] и моих [его] друзей, Сэру Джемсу Кларку[8.4] и Кетле".

Признательность. Профессор У. Краскл обратил наше внимание на сочинение Debus (1968), см. п. 4.1.

Примечания

1.1. Во втором случае Фракастори заявил, что "эта лихорадка главным образом поражает детей, реже – взрослых, и реже всего – стариков". Он (кн. 1, с. 33) также привел качественные статистические соображения о ящуре.

1.2. Пример, доказывающий, что "для сообщества в целом нет ничего более дорогостоящего, чем невежество" (Shaw 1926, с. v). Автор этого утверждения имел в виду метеорологию, но отсутствие статистических данных в любой отрасли науки или в общественной жизни, либо нежелание изучать их столь же дорогостояще или даже пагубно.

1.3. Ответственные лица ощущали отсутствие статистических данных об эпидемиях чумы и тифа уже в XVI в. (Cassedy 1974, с. 285). Комментарии к таблице смертности Граунта появляются даже и сейчас (Kohli & van der Waerden 1975, с. 519 – 520). Вклад Петти в медицинскую статистику неясен, но полагают, что он по меньшей мере помог Граунту составить указанную таблицу.

1.4. Здесь уместно вспомнить соображения Бернулли (гл. 4 части 4 *Искусства предположений*), которыми он предварил свое доказательство закона больших чисел:

Число случаев при игре в кости известно заранее, но никто не смог определить [устойчивых вероятностей] *различных болезней, дождя и т. д. Однако, что нельзя определить априорно, можно установить по наблюдениям*.

В дальнейшем изложении он повторил свой пример с болезнями и поэтому вряд ли стал бы возражать против приложения своего закона к их статистическому исследованию.

1.5. Элементы эпидемиологии встречались уже во второй половине XVII в. и Граунт иногда считается *отцом современной эпидемиологии* (Greenwood 1932, с. 10). Его достижения в медицине произвели впечатление уже на современников (Kargon 1963), но вот Ф. Бэкон, который опубликовал очерк о смертности (1623/1870), "которая происходит от разложения тела и старческого ослабления" (с. 217), не сказал ни слова о необходимости соответствующих статистических исследований.

2.1. Даже Boudin (1857, с. 8) сообщил, что "Теория [коррелятивного или безусловного?] лунного влияния на больных еще насчитывает немалое число сторонников". Мы приводим еще одну выдержку, только чтобы показать, как недостаточно точное выражение может воспрепятствовать пониманию фразы (Black 1788, с. 132): "Замечено, что в тропическом климате Луна оказывает существенное влияние на приступы и кризисы лихорадки". Существенное в каждом случае (т. е. неизбежное), или в существенном числе случаев (т. е. коррелятивное)?

Луна всё же влияет на человека, и Дарвин (1871/1901, с. 248) объяснил этот факт без ссылок на астрологию:

В лунных или недельных повторных периодах некоторых из наших функций мы, видимо, всё еще сохраняем следы нашего изначального места рождения, – берега моря, омываемого приливами.

Впрочем, уже Mead (1704) опубликовал исследование о влиянии Солнца и Луны, в котором не было ничего астрологического (но и объяснения тоже не было).

2.2. Вот пример, фактически описывающий случайные события (Galen 1951, с. 202):

У здоровых людей […] *тело не изменяется даже от исключительных причин, но у пожилых даже малейшие причины приводят к величайшим последствиям*.

2.3. Мы нашли город Финале (Италия).

2.4. Здесь и ниже *испарения* либо купороса, либо серной кислоты (les vapeurs du vitriol).

2.5. Приложение не было включено во французское издание книги и наши выдержки взяты из русского перевода Рамаццини 1961 г. Отметим снисходительное отношение автора (гл. 16, с. 192) к курению и жеванию табака: "Следует порицать лишь употребление [табака] в неумеренном количестве или некстати".

3.1. Цельс (1935, кн. 2, § 6, с. 115), на которого мы ссылались в п. 1.1, убеждал, что "искусство медицины предположительно", но добавил, что признаки обманчивы "вряд ли в одном случае из тысячи".

3.2. Т. Сиденхем (1624 – 1689), которого мы упоминаем в п. 8, вряд ли был "заклятым врагом всех теорий" (Mead 1704/1763, с. 201

второй пагинации). Он (БСЭ, изд. 3-е, т. 23, 1976, с. 350) считается основателем клинической медицины, назывался английским Гиппократом и отрицал догматические системы.

3.3. Лейбниц (рукопись 1680, впервые опубл. 1866, 1986, с. 372) ратовал за составление "государственных таблиц" и полагал, что собрание в едином источнике "уже имеющихся наук, открытий, опытов и удачных мыслей" сможет победить "многие болезни". Подобные таблицы соответствовали бы целям государствоведения, и некоторые ученые, в том числе и Лейбниц, были сторонниками и этой дисциплины, и политической арифметики, предшественницы статистики.

3.4. Graetzer (1884, с. 21 – 23 и 28) перепечатал и описал часть берлинских бюллетеней о смертности, опубликованных в 1721 г. Голем (J. D. Gohl, 1665 – 1731) и даже назвал своего предшественника основателем медицинской статистики. Он также привел сведения о другом ученом, J. C. Kundmann, 1684 – 1751, который работал в той же области и опубликовал свой основной труд в 1737 г.

3.5. Кондорсе (с. 536) рекомендовал составить *общий* международный *план наблюдений* в метеорологии, включающий наблюдения на море и в воздушных шарах. Мы упоминаем его в п. 5, Прим. 5.1, в связи с социальной гигиеной.

3.6. В другом месте Пинель (1807, с. 169 прим.) разумно указал, что сокрытие неудач приводит к "слепому эмпиризму".

3.7. Пинель (с. 406) ошибочно приписал *Искусство предположений* Даниилу Бернулли.

4.1. Отметим аналогичное утверждение (Louis 1835, с. 82): "Наука, я разумею истинную науку, является лишь сводкой конкретных фактов". Понимал ли он свое утверждение буквально?

4.2. Ту же процедуру рекомендовал van Helmont в 1648 г. (Debus 1968, с. 27).

4.3. См. в п. 1.2 соответствующее мнение Пуассона.

4.4. Возможно, что многие врачи пользовались этим методом, исходя просто из здравого смысла. Так, Panum (Gafafer 1935) изучил эпидемию кори путем тщательного сбора всех данных о ней.

4.5. Он неоднократно ссылался на Лапласа и (с. 288) повторил его знаменитое утверждение (1814/1999, с. 835, правый столбец) о том, что "вероятность обуславливается отчасти […] незнанием, а отчасти нашим знанием".

4.6. Кеплер (1619/1939, кн. 4, гл. 4, с. 229) оставил аналогичное замечание о неожиданной удаче [невежественного] предсказателя.

4.7. Он (с. xiv) также утверждал, что члены Парижской королевской академии медицины "имеют лишь весьма несовершенные идеи о приложении исчисления в медицине".

4.8. В примере, который относился к юриспруденции, Пуассон (1837, с. 335) выбрал 0.9853.

4.9. Ср. определение случайности у Пуассона (1837, с. 80): "Ансамбль причин, которые сочетаются при появлении события без того, чтобы повысить или понизить его шанс […], это то, что следует называть случаем". Guy (1852, с. 806) почти повторил замечание

Гаварре (и тоже по-французски!): “неизменность ансамбля возможных причин …”

4.10. Заметка Арбутнота 1712 г. содержала мысль о том же понятии. Она косвенно привела к очень важным последствиям для теории вероятностей, но перед тем, как Пуассон вывел формулы для проверки начальной гипотезы, прошло более века, притом даже он не приложил их к естествознанию. Впрочем, Даниил Бернулли и Лаплас фактически применили начальную гипотезу в своих рассуждениях о солнечной системе и еще Муавр считал основной целью *Учения о шансе* отделение случайного от необходимого, т. е. проверку своего рода начальной гипотезы.

4.11. Гай упомянул неправильный метод лечения сифилиса ртутью, который проводился в отсутствие статистических данных. Это высказывание частично противоречит утверждению Пирогова (п. 4.2.5).

4.12. Будучи врачом, Гай (1810 – 1885) занимался судебной медициной и в 1868 г. опубликовал книгу по этой дисциплине. В 1852 – 1856 гг. он редактировал журнал Лондонского статистического общества, а в 1869 – 1872 гг. и 1873 – 1875 гг. был вице-президентом и президентом этого общества. Он также был членом Королевского общества и его вице-президентом в 1876 – 1877 гг. См. также FitzPatrick (1960/1977, с. 190 – 192). Мы упоминаем Гая в пп. 4.3.1, 7.2.1 и 8.

4.13. Кетле (1846, с. 322) сравнил статистику с астрономией и физикой по достигаемой точности наблюдений/измерений. Статистики “были еще очень далеки” от ошибок переписей в 1 – 2 единицы (человек) из 10 тысяч, но вот регистрация движения населения “примерно достигает желаемой степени точности” (так ли?). Он мог бы добавить, что точность в медицинской статистике была намного ниже, чем при переписях. Кетле (с. 266 – 267) также считал, что “все науки наблюдения прошли через одни и те же фазы, они были искусством”, статистике же предстоит выработать себе научный скелет.

5.1. Лейбниц (п. 1.2) сформулировал рекомендации, относящиеся к социальной гигиене. Кондорсе (1795a/1849, с. 544 и 552) описал цели *социальной математики* (как он называл политическую арифметику) и упомянул изучение влияния температуры воздуха, климата, свойств почвы и пищи, общих привычек на соотношение мужчин и женщин, рождаемость, смертность и брачность.

5.2. Конечно же, Кетле (1832, с. 51 и след.) тоже занимался этим. К тому времени и статистика населения, и медицинская статистика признали существование проблемы самоубийства. Если Ламарк (1820, с. 226) заявил, что “кончающий жизнь самоубийством болен”, то уже Каспер (1825, с. 3 – 95) подошел к самоубийствам статистически. Он опубликовал соответствующие данные по Пруссии (с. 13 и 48), оценил число самоубийц среди утопленников (с. 20), указал на ошибки в статистических отчетах о самоубийствах (с. 26) и сравнил число самоубийств в Берлине с состоянием погоды (с. 34). Каспер (с. xi) специально подчеркнул важность своей темы: “Вместо преходящих моральных проповедей […] я привел наглядные факты, которые настоятельно рекомендую вниманию высших властей”.

5.3. Эти сессии имели место в 1853 – 1876 гг. Они были слишком официальными, не соответствовали духу времени и в конце концов прекратились. В 1885 г. вместо них был учрежден Международный статистический институт. Sperk, участник Петербургской сессии (*Congrès* 1856 – 1874, 1874, т. 2, с. 158) заметил, что на протяжении многих лет Конгресс (который официально считал себя постоянным институтом) “весьма поверхностно” занимался медицинской статистикой, притом не отделял медицину от “совершенно посторонних вопросов”. Возможно, что это было вызвано бюрократическим характером сессий.

5.4. В наши дни санитарную (медицинскую) статистику подразделяют на статистику здоровья населения и здравоохранение (БСЭ, 3-е изд., статья *Санитарная статистика* в т. 24/1, 1976, с. 1314 – 1315).

5.5. Эрисман, как он сам сообщил (1887, т. 1, с. 7), был учеником Петтенкофера (см. п. 7.3.1). Петтенкофер ввел в социальную гигиены экспериментальный метод, на чем мы не будем останавливаться.

5.6. Более или менее подробное изучение социальной гигиены должно включать изучение заболеваемости и смертности населения вообще и его специальных групп (военнослужащих, заключенных, пациентов больниц). За исключением *госпитализма* (п. 6.2.1) мы не обращаемся к этой теме.

6.1. Но в начале этого утверждения автор оговорился: он перечисляет лишь факты, относящиеся к хирургии. Сивиаль собирал данные о распространенности почечнокаменной болезни в Европе и Буэнос-Айресе (с. 549), подробно изучил случаи этого заболевания в Париже, разделив их на группы (с. 613 – 630) и т. д.

6.2. Симпсон (1847 – 1848/1871, с. 75 – 85) обсудил возражения против анестезии, основанные на религиозных представлениях, и вернулся к этому вопросу в гл. 7 в связи с родовспоможением. Религиозные круги, заметил он (с. 75 и след.), упомянув оспопрививание, встречали каждое медицинское новшество враждебно. White (1896/1910, т. 2, особо с. 55 – 63) представил поучительное исследование на эту тему.

6.3. Симпсон (с. 345) также заметил, что смертность рожениц составляла соответственно 0.5 и 3.4%. По независимым данным Флоренс Найтингейл (1871, с. 11) подтвердила первое число, но для больниц привела другие цифры (1.1 – 2.1%).

Специальный интерес представляет исследование Симпсоном (1869 – 1870) зависимости смертности при ампутациях от опыта врача (Табл. 6.2).

Таблица 6.2

Смертность от ампутаций в домашних условиях
в зависимости от опыта врача
(Симпсон 1869 – 1870, с. 326 – 327)

Amputation of the	Number of amputations performed by the practitioner

	1-5	6-11	12 or more
Thigh	22.7%	16.5	13.4%
Leg	18.0	11.3	10.0
Arm	6.0	3.6	3.3
Forearm	0.8	0.4	0.7

Перевод строк
1. Ампутации. Число ампутаций, произведенных врачом
2. 12 или более. 3. Бедра 4. Ноги. 5. Руки. 6. Предплечья

Примечание Симпсона. Все данные в последней строке ненадежны, поскольку смертность в ней была подсчитана по одному-единственному смертельному случаю.

6.4. Пирогов (1849b/1959, с. 192 – 193) еще раньше пришел к тому же выводу, но не доказал его:

Я убедился из опыта как различны результаты операций, произведенных в небольших клиниках, от тех, которые дают операции в больших госпиталях […] *и даже как различны результаты* [операций] *в различных госпиталях одного и того же города, произведенных, по-видимому, при условиях, совершенно одинаковых*.

Важным условием успеха или неуспеха является "госпитальная конституция", т. е. "следствие устройства госпиталя, его расположения, местности, и, наконец, нередко […] следствием известных болезней, пользуемых в том или другом госпитале".

Саймон (1887, т. 2, с. 137) заявил, что "смертность в больших общих больницах в крупном городе вдвое выше, чем в малых больницах в небольшом городе". Сэр Джон Саймон (1816 – 1904), член Королевского общества, посвятил себя санитарным реформам и его заслуги в санитарии оказались важнее его выдающейся карьеры в хирургии. Мы упоминаем его в пп. 7.2.2 и 7.3.2.

6.5. Ср. замечание Вирхова (1868 – 1869/1879, с. 21):

Опасны не вместительность или размеры больницы, а плохой воздух. То, что говорили Отцы в Регенбурге еще шестьсот лет назад, полностью справедливо и сейчас.

Мы упоминаем Вирхова и в п. 7.4.4 в связи с его изучением тифа. Его *Труды* (1879) содержат 7 статей о статистике заболеваемости и смертности (1849 – 1875) и заметку 1870 г. о военной гигиене.

6.6. Уже в начале века Blane (1813/1822, с. 140) утверждал, что "К высокой смертности можно даже относиться как к предположительно хорошей работе больницы", – очевидно, как к допущению в нее только тяжело больных.

6.7. Мечников (1915/1925, с. 37 – 38), однако, указал на критику методов Листера со стороны Симпсона (кто бы мог подумать!) и Спенса. Последний (ссылки отсутствуют) "основывался на собранных им статистических данных, чтобы попытаться раз навсегда уничтожить весь метод антисептики"! Странно, но в этой книжке Мечников ни разу не упомянул статистического метода.

6.8. Отсутствие мер антисептики приводило к распространению родильной горячки в палатах рожениц. Земмельвейс (1861/1912, с. 13) статистически изучил это (не хирургическое) заболевание. В первом отделении исследованной им больницы средняя смертность за 1841 – 1846 гг. составила 9.9% (от 6.8 до 15.8%), во втором – 3.4% (от 2.3 до 7.5%), см. его с. 13; ср. Прим. 6.3. Смертность новорожденных была также заметно выше в первом отделении (с. 27), и, наконец, некоторых заболевших женщин из первого отделения (но не из второго) перевозили в другую больницу, так что действительные цифры разнились бы еще больше.

Земмельвейс описал свои поиски причины расхождений и установил (с. 38), что работавшие в первом отделении студенты-медики приходили туда прямо из морга, не принимая никаких предохранительных мер, а во втором отделении студентов вообще не было. Данные, собранные Земмельвейсом, не требовали никакой особой обработки: слишком велико было подмеченное различие.

6.9. Ср. мнение Civiale (1838, с. xviii): “Индивидуальность не более изменчива или капризна, чем случай, который выбирает ту или иную карту или тот или иной бросок костей”.

6.10. Заметим известное утверждение Пирогова (1879/1960, с. 220): “Война это травматическая эпидемия”. Коллективный травматизм он (с. 222) понимал как сумму насилий и лишений, “поражающих массы скученных людей”, а на с. 92 заявил, что можно “сделать верный, хотя и приближенный расчет, основанный на одних законах вероятности” работы госпиталей, для чего, однако, “нужны гений и в опыте опытность”, – и, добавим мы, методы теории исследования операций.

О Пирогове-администраторе можно косвенно судить по его высказыванию (1871/1960, с. 439): “Для масс в терапии и хирургии, – без хорошей администрации, – и в мирное время мало проку; а в таких катастрофах, как война, и подавно.” И вот свидетельство, относящееся к его образованию (Пирогов 1884 – 1885/1962, с. 153): “Едва ли у меня нет математической жилки, но она, мне кажется, развивалась медленно, с годами, и когда мне захотелось, и даже очень, знать математику, – было уже поздно”. Позволим себе предположить: *захотелось* в связи с приложениями статистики к медицине.

7.1. И поэтому Фарр мог бы округлить свои числа. Он, возможно, использовал данные только за четыре первых периода, как и следует из таблицы, но имел сведения за каждую неделю, см. другое его письмо примерно того же времени (Brownlee 1915, с. 250).

7.2. Хороший пример довода для до-бактериологической эры.

7.3. Примерно в 1721 г. Nettleton (1722/1809) инокулировал 62 человека, из которых умер только один (последний), хотя быть может и не от переданной ему оспы. Автор заключил, правда несколько туманно, что вероятность умереть от вариоляции не превышает 1/62.

7.4. Трудно понять, почему он не учел, что некоторая часть населения вообще не заболевала оспой, о чем он (1722/1809) сам упомянул ранее.

7.5. Его младший современник, Ламберт (Шейнин 1971, с. 247 – 249) пытался определить детскую смертность от оспы и распределение количества детей в семьях, и, в целом, внес серьезный вклад в математическую демографию.

7.6. Возможно, что первым эти проблемы сформулировал Jurin. Он же неполным образом ответил на одну из них, см. выше.

7.7. Петтенкофер (1865, с. 344) указал также на соотношение между стоячими (грунтовыми ?) водами и малярией.

7.8. Он (1855, с. 294), однако, рекомендовал дезинфицировать сомнительные места, "в которых посторонние, возможно, оставили свои испражнения".

7.9. Почти одновременно со Сноу Budd (1849, с. 5 – 6 и 19 прим.) утверждал, что причиной "злокачественной холеры были животные организмы, распространяемые в обществе 1) по воздуху [...] 2) при соприкосновении с пищей и 3) в основном, через питьевую воду в зараженных местах".

7.10. Вот свидетельство влияния санитарного состояния небольшого города (Shapter 1853, с. 14). Общая смертность от холеры в Эксетере в эпидемиях 1832 и 1849 гг. дошла до 445, притом в 402 случаях этому сопутствовали неудовлетворительный сток и недостаточное водоснабжение. "Можно ли предложить более убедительное утверждение о благотворном влиянии санитарных улучшений?"

7.11. Вспышки холеры в небольших районах были подробно исследованы задолго до того (Chaudé 1832; MacLaren 1850), но, видимо, недостаточно тщательно. Так, они не сообщали ничего о грунтовых водах.

7.12. Число нулевых разностей он разделил поровну, считая каждую из них за "пол-совпадение" и "пол-несовпадение".

7.13. Здесь и в п. 7.4.3 термины *корреляция, корреляционный* являются современными.

7.14. См. *Astron. Nachr.*, Bd. 141, 1896, pp. 319 – 320. Ученик Бесселя, Зейдель (1821 – 1896) был астрономом, математиком и оптиком. Он предложил хорошо известный метод последовательных приближений для решения систем линейных уравнений, о чем в указанном источнике не сказано.

7.15. Ссылаясь на свой опыт, Петтенкофер (1868, с. 31) заявил, что эпидемии тифа происходят также в периоды высокого уровня грунтовых вод.

8.1. Напомним, что в п. 7.4 мы описали исследования зависимости брюшного тифа от метеорологических условий.

8.2. Принятые в Fever Hospital.

8.3. Murchison (1862) опубликовал дополнительные статистические данные о той же больнице. На с. v он заметил, что его "скромным желанием" было последовать примеру Луи, см. п. 4.1.

8.4. Врач (1788 – 1870), который собрал сведения о влиянии климата на хронические заболевания.

Библиография

Бернулли Я. (1713, латин.), *Искусство предположений*. Перевод части 4-й в книге автора *О законе больших чисел.* Ред. Ю. В. Прохоров. М., 1986.

Давидов А. Ю. (1854), Приложение теории вероятностей к медицине. *Моск. врачебн. ж.*, No. 1, с. 54 – 91.
Ибн Сина (1954), *Канон медицины*, т. 1. Ташкент.
Мечников И. И. (1915), *Основатели современной медицины*. М. – Л., 1925.
Ондар Х. О. (1973), К вопросу о первых приложениях теории вероятностей в медицине. *История и методология естественных наук*, вып. 14, с. 159 – 166.
Песков П. (1874), *Медицинская статистика и география.* Казань.
Пирогов Н. И. (1849a), О применении статистики, физики и фармакологии к хирургии в последние три года. *Протоколы и труды Русск. хирургич. общ. Пирогова* за 1882 – 1883 гг. (1883), с. 125 – 134.
--- (1849b), Отчет о путешествии по Кавказу. *Собр. соч.*, т. 3, с. 63 – 388). Франц. вариант опубл. одновременно (в 1849 г.) в Петербурге.
--- (1849c), Об успехах хирургии в течение последнего пятилетия. *Зап. по части врачебн. наук Мед.-хирургич. акад.*, год 7-й, кн. 4, ч. 1, с. 1 – 27.
--- (1850 – 1855), Севастопольские письма. *Собр. соч.*, т. 8, с. 313 – 403.
--- (1854a, нем.), О трудностях распознавания хирургических болезней и о счастье в хирургии, объясняемых наблюдениями и историями болезни. *Собр. соч.*, т. 4, с. 151 – 199.
--- (1854b, нем.), Отчет о произведенных хирургических операциях с сент. 1852 по сент. 1853 года. *Собр. соч.*, т. 4, с. 203 – 241.
--- (1864, нем.), Начала общей военно-полевой хирургии (1865 – 1866). *Собр. соч.*, т. 5 (весь том) и т. 6, с. 55 – 309. Ссылки в тексте только на т. 5.
--- (1871), Отчет о посещении военно-санитарных учреждений в Германии, Лотарингии и Эльзасе в 1870 г. *Собр. соч.*, т. 7, с. 415 – 489. Немецкий вариант опубл. в том же 1871 г.
--- (1879), Военно-врачебное дело и частная помощь на театре войны в Болгарии и в тылу действующей армии в 1877 – 1878 гг. *Собр. соч.*, т. 7, с. 15 – 410.
--- (1884 – 1885), Вопросы жизни. Дневник старого врача. *Собр. соч.*, т. 8, с. 69 – 352.
--- (1959 – 1962), *Собрание сочинений*, тт. 3 – 8. М. – Л. (т. 3), М. (тт. 4 – 8).
Шейнин О. Б., Sheynin O. (1971), Lambert's work on probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 7, pp. 244 – 256.
--- (1972), Daniel Bernoulli's work on probability. В книге Kendall & Plackett (1977, pp. 105 – 132).
--- (1974), On the prehistory of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 12, pp. 97 – 141.
--- (1977), Early history of the theory of probability. Там же, т. 17, с. 201 – 259.
--- (1990), К истории статистического метода в естествознании. *Историко-математич. исследования*, вып. 32 – 33, с. 384 – 408.
--- (1995), Н. И. Пирогов как статистик. *Изв. Петерб. унив. экономики и финансов*, № 3 – 4, с. 144 – 151.
--- (2001), Pirogov as a statistician. *Hist. Scientiarum*, vol. 10, pp. 213 – 225.

--- (2006), *История теории вероятностей и статистики в кратких высказываниях*. Берлин. Также www.sheynin.de.
Эрисман Ф. Ф. (1887), *Курс гигиены*, т. 1 – 2. М.
Andrews D. F. (1978), Data analysis, exploratory. В книге (Kruskal & Tanur 1978, pp. 97 – 107).
Bacon F. (1623, латин.), The history of life and death. *Works*, vol. 5. London, 1870, pp. 213 – 335.
Bailey N. T. J. (1967), *The Mathematical Approach to Biology and Medicine.* London.
Bernard C. (1865), *Introduction à l'étude de la medicine expérimentale*. Paris, 1912.
Bienaymé I. J. (1840), Calcul des probabilités: applications à la statistique médicale. *Procès-Verb. Soc. Philomatique Paris*, pp. 10 – 13.
Black W. (1782, англ.), *Esquisse d'une histoire de la médecine*. Paris, 1798.
--- (1788), *Comparative View of the Mortality of the Human Species*. London.
Blane G. (1813), On the comparative prevalence and mortality of different diseases in London. В книге автора (1822, pp. 115 – 158).
--- (1819), Estimate of the true value […] of vaccination. Там же, с. 334 – 357.
--- (1822), *Selected Dissertations*. London.
Boudin J. Ch. M. (1857), *Traité de géographie et de statistique médicales*, tt. 1 – 2. Paris.
Bouillaud J. (1832), *Traité* […] *du choléra.* Paris.
--- (1836), *Essai sur la philosophie médicale*. Bruxelles.
--- (1837), *Clinique médicale*, t. 3. Paris.
Brownlee J. (1915), Historical note on Farr's theory of the epidemic. *Brit. Med. J.*, vol. 2, pp. 250 – 252.
Budd W. (1849), *Malignant Cholera*. London.
Buhl L. (1865), Ein Beitrag zur Ätiologie des Typhus. *Z. Biol.*, Bd. 1, pp. 1 – 25.
Casper J. L. (1825), *Beiträge zur medicinischen Statistik*, Bd. 1. Berlin.
Cassedy J. H. (1974), Medicine and the rise of statistics. В книге Debus A. G., ред., *Medicine in Seventeenth Century England.* Berkeley, pp. 283 – 312.
Celsus A. C. (I в., латин.), *De medicina*, vol. 1. London, 1935 (англ.).
Chadwick E. (1842), *Report on the Sanitary Condition of the Labouring Population*. Edinburgh, 1965. [Лондон, 1997].
Chaudé (1832), Observations sur l'épidémie de cholera-morbus dans le quartier de la Sorbonne. В книге Bouillaud (1832, pp. 194 – 202).
Civiale J. (1838), *Traité de l'affection calculeuse*. Paris.
Comte A. (1838), *Cours de philosophie positive*, t. 2. Paris, 1877.
Condamine C. M. (1773), Troisième mémoire [по вариоляции оспы]. *Histoire de l'inoculation*. Amsterdam, pp. 221 – 282.
Condorcet M. J. A. N. Caritat de (1795a), Tableau général de la science. *Oeuvr. Compl.*, t. 1. Paris, 1849, pp. 539 – 573.
--- (1795b), Esquisse d'un tableau historique etc. *Oeuvr. Compl.*, t. 8. Brunswick – Paris, 1804. Русский перевод: Петербург, 1909.
Congrès (1856 – 1874), *Congrès International de Statistique. Compte rendu de la … session*. Мы ссылаемся на сессии в Париже (1855), Вене

(1857), Лондоне (1860), Берлине (1863) и Петербурге (1872), *Труды* которых были опубликованы соответственно в 1856, 1858, 1861, 1865 и 1872 – 1874 гг.
Creighton C. (1891), *History of Epidemics in Britain*, vols 1 – 2. New York, 1965.
Crombie A. C., North J. D. (1970), R. Bacon. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 1. Ред. C. C. Gillispie. New York, pp. 377 – 385.
D'Alembert J. Le Rond (1759), Essai sur les élémens de philosophie. *Oeuvr. Compl.*, t. 1, pt. 1. Paris, 1821, pp. 116 – 348.
D'Amador R. (1837), *Mémoire sur le calcul des probabilités appliqué à la médecine*. Paris.
Darwin C. (1871), *Descent of Man.* London, 1901.
Debus A. G. (1968), *The Chemical Dream of the Renaissance*. Cambridge.
Dewhurst K. (1963), *J. Locke*. London.
Double F. J. (1835), [Обсуждение статистического метода в медицине]. *C. r. Acad. Roy. Sci. Paris*, t. 1, pp. 280 – 281.
Farr W. (1852), Influence of elevation on the fatality of cholera. *J.* [*Roy.*] *Stat. Soc.*, vol. 15, pp. 155 – 183.
--- (1885), *Vital Statistics. Memorial Volume of Selections from the Reports and Writings.* London.
FitzPatrick P. J. (1960), Leading British statisticians of the 19th century. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 55, pp. 38 – 70. В книге Kendall & Plackett (1977, pp. 180 – 212).
Fourier J. B. J., ред. (1821 – 1829), *Recherches statistiques sur la ville de Paris etc*, tt. 1 – 4. Paris.
Fracastori H. (1546, латин.), *Drei Bücher von den Kontagien*. Leipzig, 1910.
Gafafer W. M. (1935), P. L. Panum's "Observations on […] measles". *Isis*, vol. 24, pp. 90 – 101. Сокращенный перевод резюме автора (Panum) 1847 г.
Galen (II в., латин.), *Hygiene*. Springfield, Illinois, 1951.
Gavarret J. (1840), *Principes généraux de statistique médicale*. Paris.
Graetzer J. (1884), *D. Gohl und C. Kundmann*. Breslau.
Greenwood M. (1932), *Epidemiology*. Baltimore.
--- (1936), Louis and the numerical method. В книге автора *Medical Dictator*. London, pp. 123 – 142.
Guerry M. A. (1829), Tableau des variations météorologiques comparées aux phénomènes physiologiques. *Ann. hyg. publ.*, t. 1, pt. 1, pp. 228 – 234.
Guy W. A. (1839), On the value of the numerical method. *J.* [*Roy.*] *Stat. Soc.*, vol. 2, pp. 25 – 47.
--- (1843), An attempt to determine the influence of the seasons and weather on sickness and mortality. Там же, т. 6, с. 133 – 150.
--- (1852), Statistics, medical. В книге Todd R. B., ред., *The Cyclopaedia of Anatomy and Physiology*, vol. 4. London, pp. 801 – 814.
--- (1874), *Public Health*. London.
Heyde C. C., Seneta E. (1977), *I. J. Bienaymé.* New York.
Hirschberg J. (1874), *Die mathematischen Grundlagen der medizinischen Statistik.* Leipzig.

Jenner E. (1798), An inquiry into the causes and effects of the variolae vaccinae. В книге автора того же названия (Лондон, 1800, с. i – viii + 1 – 64).
--- (1799), Further observations etc. Там же, с. 67 – 139.
--- (1800), A continuation of facts and observations etc. Там же, с. 143 – 182.
Jessen W. (1867), Zur analytischen Statistik. *Z. Biol.*, Bd. 3, pp. 128 – 136.
Jurin J. (1722), A comparison between the danger of the natural smallpox and that given by inoculation. *Phil. Trans. Roy. Soc. Abridged*, vol. 6, 1809, pp. 610 – 617.
--- (1724), *Account of the Success of Inoculating the Smallpox*. London.
Kargon R. (1963), J. Graunt, F. Bacon and the Royal Society. *J. Hist. Med.*, vol. 18, pp. 337 – 348.
Karn M. Noel (1930 – 1931), Inquiry into various death-rates. *Annals Eug.*, vol. 4, pp. 279 – 326.
Kendall M. G., Plackett R. L., ред. (1977), *Studies in History of Statistics and Probability*, vol. 2. London.
Kepler J. (1619, латин.), *Welt-Harmonik*. München – Berlin, 1939.
Kohli K., van der Waerden B. L. (1975), Bewertung von Leibrenten. В книге Bernoulli J. *Werke*, Bd. 3. Basel, pp. 515 – 539.
Kopf E. W. (1916), Florence Nightingale as a statistician. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 15, pp. 388 – 404. В книге Kendall & Plackett (1977, pp. 310 – 326).
Kruskal W., Tanur J., ред. (1978), *International Encyclopedia of Statistics*, vols 1 – 2. New York
Lamarck J. B. (1820), *Système analytique* etc. Paris.
Laplace P. S., **Лаплас П. С.** (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., ред. (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энц.* М., с. 834 – 863.
Lécuyer B., Oberschall A. R. (1978), Social research, history of. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 1013 – 1031).
Leibniz G. W. (1680, рукопись, впервые опубл. 1866), Vorschlag zur Bildung einer Medizinal-Behörde. *Sämmtl. Schriften und Briefe*, Reihe 4, Bd. 3. Berlin, 1986, pp. 370 – 375.
Lévy M. (1844), *Traité d'hygiène*. Paris, 1862.
Liebermeister C. (прим. 1877), Über Wahscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. В книге *Sammlung klinischer Vorträge. Innere Medizin* NNo. 31 – 61. Leipzig, No. 39 (110), pp. 935 – 962.
Lind J. (1753), *Treatise on Scurvy*. Edinburgh, 1953.
Lister J. (1870), On the effects of the antiseptic system. В книге автора (1909, vol. 2, pp. 123 – 136).
--- (1882), On anaesthetics, pt. 3. В книге автора (1909, vol. 1, pp. 155 – 175).
--- (1909), *Collected Works*, vols 1 – 2. Oxford.
Lombard H.-C. (1887 – 1880), *Traité de climatologie médicale*, tt. 1 – 4. Paris.
Louis P. Ch. A. (1825), *Recherches anatomico- pathologiques sur la phtisie*. Paris.
--- (1835), *Recherches sur les effets de la saignée* etc. Paris.

MacLaren A. C. (1850), On the origin and spread of cholera in [a district in] Devonshire. *J.* [*Roy.*] *Stat. Soc.*, vol. 13, pp. 103 – 134.
Mead R. (1702), A mechanical account of poisons. В книге автора (1763, с. 1 – 158 второй пагинации).
--- (1704, латин.), Of the influence of the Sun and the Moon upon human bodies. В книге автора (1763, с. 159 – 221 второй пагинации).
--- (1763), *Medical Works*, vol. 1. London.
Murchison C. (1862), *Treatise on the Continued Fevers of Great Britain*. London.
Nettleton T. (1722), Concerning the inoculation of the small pox. *Phil. Trans. Roy. Soc. Abridged*, vol. 6, 1809, pp. 608 – 610.
Newsholme A. (1927), *Evolution of Preventive Medicine*. Baltimore.
Nightingale Florence (1859), *Notes on Hospitals*. London, 1863.
--- (1871), *Introductory Notes on Lying-In Institutions.* London.
Ogle W. (1892), An inquiry into the trustworthiness of the old bills of mortality. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 55, pp. 437 – 451.
Parkes E. A. (1864), *Manual of Practical Hygiene*. London, 1866.
Parkin J. (1873), *Epidemiology*, pt. 1. London.
Pettenkofer M. (1855), *Untersuchungen und Beobachtungen über die Verbreitungsart der Cholera.* München.
--- (1865), Über die Verbreitungsart der Cholera. *Z. Biol.*, Bd. 1, pp. 322 – 374.
--- (1868), Über die Schwankungen der Typhussterblichkeit. *Z. Biol.*, Bd. 4, pp. 1 – 39.
--- (1873), *Über den Wert der Gesundheit*. Braunschweig.
--- (1941), Английский перевод работы (1873). Baltimore. Предисловие: H. E. Sigerist (pp. 1 – 14).
--- (1884), *Die Cholera.* Breslau – Berlin.
--- (1886 – 1887), Zum gegenwärtigen Stand der Cholerafrage. *Arch. f. Hyg.*, Bd. 4, 1886, pp. 249 – 354, 397 – 546; Bd. 5, 1886, pp. 353 – 445; Bd. 6, 1887, pp. 1 – 84, 129 – 233, 303 – 358, 373 – 441; Bd. 7, 1887, pp. 1 – 81.
--- (1892), Über Cholera. *Münch. med. Wochenschr*., Jg. 39, No. 46, pp. 807 – 817.
Phillips B. (1838 – 1839), Mortality of amputation. *J.* [*Roy.*] *Stat. Soc.*, vol. 1, pp. 103 – 105.
Pinel Ph. (1801), *Traité medico-philosophique sur l'aliénation mentale*. Paris, 1809.
--- (1807), Résultats d'observations etc. *Mém. sci. math. et phys. l'Inst. Nat. de France*. Premier semestre de 1807, pp. 169 – 205 второй пагинации.
Poisson S.-D. (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements*. Paris. [Paris, 2003.]
Poisson S.-D., Dulong P. L. и др. (1835), Отзыв на Civiale J., Recherches de statistique sur l'affection calculeuse. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.
Quetelet A. (1831), Recherches sur le penchant au crime. *Nouv mém. Acad. Roy. Sci. Belles-Lettres Bruxelles*, t. 7, pp. 1 – 87.
--- (1838), De l'influence des saisons sur la mortalité. *Nouv. mém. Acad. Roy. Sci. Belles-Lettres Bruxelles*, t. 11, pp. 1 – 32.
--- (1846), *Lettres sur la théorie des probabilités.* Bruxelles.

Ramazzini B. (1700, латин.), *Essai sur les maladies des artisans.* Paris, 1777. Русск. перевод: 1961.
Rosen G. (1958), *History of Public Health.* New York.
Seidel L. (1865), Über den […] Zusammenhang […] zwischen der Häufigkeit der Typhus-Erkrankungen und dem Stande des Grundwassers. *Z. Biol.*, Bd. 1, pp. 221 – 236.
--- (1866), Vergleichung der Schwankungen der Regenmengen mit der Schwankungen in der Häufigkeit des Typhus. *Z. Biol.*, Bd. 2, pp. 145 – 177.
Semmelweis J. P. (1861), *Ätiologie, Begriff und Prophilaxis des Kindbettfiebers*. Leipzig, 1912.
Seneta E. (1994), Karl Liebermeister's hypergeometric tails. *Hist. Math.*, vol. 21, pp. 453 – 462.
Shapter N. (1853), *Sanitary Measures.* London.
Shaw N. (1926), *Manual of Meteorology*, vol. 1. Cambridge, 1942.
Simon J. (1856), *London Cholera Epidemics*. В книге автора (1887, vol. 1, pp. 409 – 424).
--- (1887), *Public Health Reports*, vols 1 – 2. London.
--- (1890), *English Sanitary Institutions*. London, 1897.
Simpson J. Y. (1847), Value and necessity of the numerical method. *Monthly J. Med. Sci.*, vol. 8, No. 17 (73), pp. 313 – 333.
--- (1847 – 1848), Anaesthesia. В книге автора (1871, vol. 2, pp. 1 – 288).
--- (1848), Turning as an alternative for craniotomy, sect. 4. Там же, т. 1, с. 409 – 419.
--- (1853), Duration of human pregnancy. Там же, с. 81 – 95.
--- (1869 – 1870), Hospitalism. Там же, т. 2, с. 289 – 405.
--- (1871), *Works*, vols 1 – 2. Edinburgh.
Smith S. (1830), *Treatise on Fever.* London.
Snow J. (1855), On the mode of communication of cholera. В книге автора (1965, pp. 1 – 139).
--- (1965), *On Cholera.* New York.
Soyka J. (1887), Zur Ätiologie des Abdominalthyphus. *Arch. f. Hyg.*, Bd. 6, pp. 257 – 302.
Süssmilch J. P. (1765), *Die göttliche Ordnung*, Bde 1 – 2. Berlin. Третье изд.
Sydenham T. (1666), Medical Observations. В книге автора *Selected Works.* London, 1922, pp. 33 – 56.
Thorndike L. (1941, 1958), *History of Magic and Experimental Science*, vols 5, 7. New York.
Todhunter I. (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability*. New York, 1965.
Underwood E. A. (1948), History of cholera in Great Britain. *Proc. Roy. Soc. Med.*, vol. 41, pp. 165 – 173.
Virchow R. (1868 – 1869), Über Hospitäler und Lazarette. В книге автора (1879, Bd. 2, pp. 6 – 22).
--- (1873), Reinigung und Entwässerung Berlins. Там же, с. 287 – 435.
--- (1879), *Gesammelte Abhandlungen*, Bde 1 – 2. Berlin.
Watson W. (1768), *An Account of a Series of Experiments.* London.
Weiling F. (1975), Mendel sowie die von Pettenkofer angeregten Untersuchungen des Zusammenhanges von Cholera- und Typhus-

Massenerkrankungen mit dem Grundwasserstand. *Sudhoffs Arch.*, Bd. 59, pp. 1 – 19.
White A. D. (1896/1910), *History of the Warfare of Science with Theology*, vols 1 – 2. New York. Большое число изданий вплоть до 1955 г.
Winslow C.-E. A. (1943), *The Conquest of Epidemic Disease*. New York, 1967.

V. Бируни и математическая обработка наблюдений

Al-Biruni and the mathematical treatment of observations
Arabic Sciences and Philosophy, vol. 2, 1992, pp. 299 – 306

Пояснение. Ниже мы приводим существенно переработанный (но никак не переведенный) текст нашей прежней одноименной заметки. Мы, конечно же, не описываем здесь астрологическое исследование энциклопедиста Абу Рейхан Мухаммед ибн аль-Бируни (973 – 1048 или позднее 1050), но всё же заметим его высказывания (1934, с. 232): “Влияние Венеры направлено […]” и “Луна имеет склонность […]”. Он, видимо, имел в виду качественную корреляцию. Мы также не касаемся собственно астрономических заслуг Бируни; впрочем, следует повторить их оценку: Садыков (1953, с. 145) назвал его “одним из величайших астрономов средневекового Востока”.

1. Детерминированная ветвь теории ошибок

К ней мы относим планирование измерений и предварительное исследование полученных результатов.

1.1. Погрешности вычислений. Бируни (1966) неоднократно указывал, что вычисления трудны и вносят ошибки, и именно при подсчете [квадратных] корней (с. 118, 167, 247) и синусов (с. 167, 192, 247). На с. 192 он заметил, что “образование свойственных синусам” погрешностей, если они “прибавляются” к инструментальным ошибкам, “становятся ощутимыми”. Таково было, видимо, первое, правда, лишь качественное рассуждение о сочетании различных ошибок.

Бируни добавил, хотя только по поводу лунных затмений, что предпочтительнее наблюдения, которые не требуют [почти никаких] подсчетов. На с. 123 мы находим то же самое утверждение и указание, что подобным образом “работали древние[1] и большинство” современных ему астрономов. Бируни (с. 260) даже вспомнил, что мусульмане “не пишут и не считают”, но вряд ли эта заповедь “пророка” останавливала его.

На с. 115 – 118 Бируни вычислял широту селения Джурджания по пяти наблюдениям, расхождения между крайними из которых равнялись 54′ (или 10′, если отбросить одно из них), но затем заявил (с. 118), что “в действительности” широту следует определять по методу, который и проще всего, и не требует вычислений.

1.2. Систематические погрешности измерений. Бируни (1966) предупреждал о систематических (как бы мы сейчас сказали) ошибках. Возможно смещение диоптра, так что наблюдатель должен быть внимательным (с. 137), возможны и некоторые изменения (деформации) инструмента (1976, кн. 6, гл. 2).

Наблюдения солнечных затмений ненадежны, потому что их результаты зависят от (неточно известного) места, так что астрономы “ стали обращаться к лунным” (1963, с. 177). Но и последним свойственны ошибки частично систематического характера, например, ввиду трудности установления их начала (с. 178, также 1976, кн. 6, гл. 6).

Разность долгот между двумя местами определялась по одновременным наблюдениям в них лунного затмения и Бируни (1963, с. 194) указал, что эта разность должна быть определена отдельно по каждой фазе затмения. Его пояснение означало, что таким образом можно [значительно] исключать систематические ошибки, хотя тот же окончательный результат обеспечил бы подсчет разности между осредненными в обычном порядке моментами. Мы полагаем, что рекомендация Бируни позволяла качественно сравнивать друг с другом наблюдения всех фаз и быть может отбрасывать некоторые из них[2].

Здесь же Бируни (с. 195) указал, что времена затмений определяются по песочным часам:

Прежде пользовались […] *водой. Однако, воде свойственна неоднородность во многих видах, в частности мягкость или жесткость* [… которые] *случаются* [… также] *из-за неоднородности качества воздуха, а вода склонна к восприятию влияния воздуха* […]. *Наблюдается и увеличение давления воды на воздух при увеличении ее объема. Из-за всего этого человек перешел* […] *к движению песка*.

Если воду в водяных часах не меняли, то ее описанные свойства действовали систематически, в противном же случае – случайно.

Далее Бируни (с. 219) качественно сравнил достоинство лунных затмений со способом определения долгот (и широт) по расстояниям между городами. Разумеется (там же), второй способ требовал “большой осмотрительности” при учете извилистости пути и его рельефа (мы бы сказали: требовал маршрутной глазомерной съемки), т. е. учета систематических ошибок. Ничего не сказав об определении азимута среднего направления, и заметив (с. 228 и 247), что сведения о расстояниях могут быть неточны, Бируни (с. 219) всё же решил, что “способ расстояний” по своей точности “нисколько не уступает” затмениям. То же он заявил в другом сочинении (1976, кн. 6, гл. 2), “если правильно определять расстояния”.

Относительно поправки за извилистость [и за рельеф] он сообщил, что “существует обыкновение прибавлять к расстояниям одну шестую их часть, но эта [поправка] не обязательная” (1963, с. 225;) и примерно то же мы находим в кн. 6, гл. 2 (1976).

2. Вероятностная ветвь теории ошибок

2.1. Случайные ошибки наблюдений. Бируни (1966) несколько раз упоминал по сути случайные ошибки наблюдения. Так (с. 118), “Один и тот же результат получается в несколько разных величинах из-за сложности практики измерений” (и вычислений, см. п. 1.1). И более определенно и слишком сильно (с. 105): “Продолжение наблюдений и повторение их ликвидирует случайное [!] появление […] погрешностей”. В другом месте он (с. 195) заметил, что измерение времени по нескольким звездам “даст большее приближение к истине”. Здесь снова (уже не в столь сильной форме) Бируни фактически утверждал, что погрешности измерения уравновешивают друг друга, а в одном случае он (1976, кн. 6, гл. 4) заявил, что инструменты редко когда не ошибаются на “весьма малое” число минут.

На с. 105 (1963) он упомянул и “перемещение частей [Земли] по ее поверхности”, которое может оказаться губительным, так что “следует постоянно следить [за широтами] и проверять их”. Это непонятно: не говоря о долготах, вполне возможная ошибка широты в одну минуту уже лишала возможности “следить” за перемещениями, во всяком случае местного характера.

Бируни (с. 142) рассуждает о “небольших” погрешностях противоположных знаков “обязательно связанных с инструментом” в “некоторых” наблюдениях, и по контексту считает их равновозможными.

2.2. Уравнивание наблюдений. В те времена среднее арифметическое из наблюдений еще не считалось стандартной оценкой измеряемой константы, да и вообще никакого стандарта не существовало[3]. Бируни (с. 204) заметил, что “вычислители” принимают среднее из двух зарегистрированных ими моментов затмения, “чтобы реже возникали погрешности”. Суть вычислений как будто противоречит сказанному им в другом месте о разностях моментов затмений (п. 1.2), и в любом случае не совсем ясно, предпочитали ли вычислители среднее арифметическое или полусумму $\hat{x}$ крайних наблюдений (в данном случае эти оценки совпадали друг с другом).

Более понятны другие утверждения (с. 228 и 247). В первом случае Бируни явно предпочел $\hat{x}$: широта Багдада “не меньше 33° 20′ и не больше 33° 30′ и надежной является 33° 25′, к тому же она – средняя между теми двумя”. И на с. 247 о долготе другого населенного пункта: он, Бируни, будет “опираться” на ее некоторое значение, поскольку, помимо косвенной причины, оно близко к средней между наименьшей и наибольшей.

При вычислении плотности металлов Бируни (Ал-Хазини 1983, с. 60 – 62) иногда принимал в качестве ее оценки моду из наблюдений, но в других случаях – либо $\hat{x}$, либо какую-нибудь иную величину между крайними наблюдениями.

Примечания

1. Качественная корреляция соответствовала общему состоянию древней, в основном качественной науке. И Нейгебауер (1948, с. 101) даже заметил, что наблюдения в древности были “скорее качественными, чем количественными”. Мы, правда, не удовлетворены этим выражением, которое Аабо и Де Солла Прайс (1964) использовали в заглавии своей статьи, потому что сами наблюдения (а не их обработка) были количественными. См. также Прим. 3.

2. Вот аналогичный подход Бошковича (Cubranic 1961, с. 46; Шейнин 2007, с. 32), который он применил при обработке градусного измерения 1750 – 1753 гг.: он вычислил два значения разности широт Рима и Римини по каждому из двух определений и молчаливо назначил всем четырем разностям один и тот же вес. Далее Бошкович вычислил полусуммы всех шести сочетаний этих разностей и окончательно принял среднее из них.

3. Астрономы относились к своим наблюдениям как к личной собственности: молчаливо отбрасывали некоторые, а из оставшихся так или иначе субъективно выводили какое-нибудь среднее. Эта методика соответствовала наличию крупных ошибок: теперь известно, что при некоторых распределениях (ошибок) среднее арифметическое не лучше, а иногда даже хуже, чем одно наблюдение.

Библиография

Бируни А. Р., Biruni A. R. (1934), *The Book of Instruction in the Elements of the Art of Astrology.* London.

--- (1966), *Определение границ мест для уточнения расстояний между населенными пунктами. Избр. произв.*, т. 3. Ташкент.

--- (1976), *Канон Масуда*, кн. 6 – 11. *Избр. произв.*, т. 5, ч. 2. Ташкент.

--- (1983), Об отношениях между металлами и драгоценными камнями по объему. В книге *Из истории физ.-мат. наук на средневековом Востоке. Научное наследство*, т. 6. М., с. 151 – 160. См. там же, с. 15 – 140, трактат Ал-Хазини, третья книга которого (с. 52 – 75) является, по ред. примечанию, переработкой Бируни.

Садыков Х. У. (1953), *Бируни и его работы по астрономии и математической географии.* М.

Шейнин О. Б. (2007), *История теории ошибок*. Берлин. Также www.sheynin.de

Aaboe A., De Solla Price D. S. (1964), Qualitative measurements in antiquity. В книге *L'aventure de la science. Mélanges A. Koyré*, t. 1. Paris, pp. 1 – 20.

Cubranic R. (1961), *Geodetski rad R. Boskovica.* Zagreb.

Neugebauer O. (1948), Mathematical methods in ancient astronomy. В книге автора *Astronomy and History. Sel. Essays*. New York, pp. 99 – 127.

VI. Иоганн Кеплер как статистик

Kepler as a statistician

Bull. Intern. Stat. Inst., vol. 46, No. 2, 1977, pp. 341 – 354

Введение

Эта статья написана на основе наших прежних работ (1973b; 1974), в дальнейшем же мы опубликовали ее резюме (1978).

Первый закон Иоганна Кеплера (1571 – 1630) уже почти похоронил птолемееву систему мира, окончательно оставленную после экспериментального установления параллакса некоторых звезд. Вряд ли громадный труд Кеплера достаточно изучен; в частности, неясно, удалось ли обосновать его отказ от прежнего взгляда на систему мира в соответствии с современными стандартами статистики. Более того, следует иметь в виду, что Кеплер исходил из общих физических и философских представлений, в том числе о нелепости геоцентрической системы. Со своей стороны[1], мы попытались лишь изучить его статистические идеи и методы.

1. Наблюдения и их математическая обработка

1.1. Программа наблюдений и вычислений. Как составить такую программу, которая обеспечит наименьшие (случайные и систематические) искажения? Ответ, если и возможен, то только с помощью дифференциального исчисления, которое, например, способно определить влияние любых заданных ошибок триангуляции на ее окончательные результаты. Тем не менее, весьма важные случаи выбора обстоятельств наблюдений были известны уже древним астрономам.

Мало занимаясь непосредственными наблюдениями, Кеплер всё же обращал должное внимание на порядок их проведения. Так, он (1609/1992, с. 357/157)[2] заметил, что будет "больше всего доверять наблюдениям", которые обеспечивают наибольший базис для косвенного измерения расстояния между Солнцем и Марсом, ибо [так же поступают] "и при обычном [косвенном] измерении расстояний до предметов на земле".

Далее, уравнивая два угла и заметив, что порядок их величины был одним и тем же, Кеплер (там же, с. 523/256) ввел в них равные поправки. Можно думать, что он поступил бы иначе, будь один из них малым: на с. 533/261 он указал, что небольшое изменение малого угла сильно влияло на линейные размеры соответствующей фигуры.

Кеплер (там же, с. 645/326) высказал разумные соображения при описании наблюдений древних астрономов:

Я полагаю более правдоподобным, что в течение всего лета они [Гиппарх и Птолемей] *тщательно отмечали склонение Солнца, замечали равные склонения по обеим сторонам от солнцестояния и приняли за истинное вхождение Солнца в созвездие Рака среднее между моментами равного склонения.*

Кеплер (1615, часть 3-я) представил рекомендации и об измерении объемов винных бочек, а в другом сочинении (1634/1967, с. 142) посчитал необходимым исключать систематические ошибки из наблюдений солнечных затмений:

Лист, на который падает изображение затменного Солнца, должен быть предохранен от всех искажений и всегда находиться на одном и том же расстоянии от отверстия, под прямым углом к проходящему сквозь него лучу. Ибо если бумага согнется, окружности яркого изображения исказятся и выродятся в эллипсы.

1.2. Вероятностная обработка наблюдений. Кеплер неоднократно уравнивал прямые наблюдения, обычно принимая среднее арифметическое в качестве оценки измеряемой константы. Впрочем, он (NA, с. 374/166) также заметил, что среднее арифметическое двух чисел, отношение которых близко к единице (двух примерно равных чисел), лишь неощутимо превышает их среднее геометрическое. На с. 462/219 он сослался на это утверждение, но нигде не указал, что среднее геометрическое не аддитивно и требует некоторого вычисления.

На с. 200/63 Кеплер предложил особое уравнивание. Имея 4 наблюдения прямого восхождения Марса (мы отбрасываем градусы)

23′39″, 27′37″, 23′18″, 29′48″,

он принял за окончательное значение 24′33″ как "среднее по добру и справедливости" (medium ex aequo et bono). Реконструкция (Eisenhart 1976, с. 356) такова: это значение является обобщенным средним арифметическим с весами наблюдений соответственно 2, 1, 1 и 0 (последнее наблюдение отброшено). Но еще интереснее, что приведенная им фраза встречалась у Цицерона (*Pro A. Caecina oratio*, § 65), которого Кеплер уж наверное читал, и имела оттенок "а не в соответствии с буквой закона", см. список юридических изречений и выражений (Розенталь и Соколов 1956, с. 126). Иначе говоря, среднее арифметическое стало *буквой закона*[3].

Кеплеру были известны свойства "обычных" случайных ошибок наблюдения. Так, он (NA, с. 201/63) заметил, что уже в самих наблюдениях, если не принимать исключительных мер предосторожности и не использовать все возможные "средства" (инструменты?), окажется "неопределенность" в несколько минут. Впрочем, какая-то неопределенность останется в любом случае.

По поводу своих собственных наблюдений Кеплер (там же, с. 215/71) указал, что неопределенность его инструментов равна 4′; в другом месте он (с. 621/311) привел оценку 2 – 3′, не считая ошибки ввиду рефракции, и сообщил (с. 611/305), что в его квадранте "нелегко различить две минуты". Можно полагать, что *неопределенностью* (см. выше) он называл размах наблюдений; вот, действительно, его высказывание (с. 286/113): "неопределенность (или, как говорится), latitudo наблюдений …"

И вот знаменитое высказывание Кеплера (там же, с. 286/113):

Благость Божья соизволила дать нам в лице Тихо столь прилежного наблюдателя, наблюдения которого указывают на ошибку в 8′ в этом вычислении по Птолемею. […] *Поскольку ими нельзя пренебречь, уже одни эти восемь минут указали путь к преобразованию всей астрономии и доставили материал для большей части данной работы.*

Здесь, правда, нет оценки точности собственно наблюдений Тихо Браге, но можно полагать, что *ненадежность* в них была уж не большей, чем у самого Кеплера.

Свое мнение еще об одном свойстве случайных ошибок Кеплер дал знать в своем письме 1627 г. (Caspar & von Dyck 1930, т. 2, с. 248): общий вес большого числа монет одной и той же чеканки почти не зависит от неточностей в весе отдельных монет. Это, конечно, не так: вместо общего веса следовало упомянуть средний вес монеты. В более простом случае Кеплер (NA, с. 520/254), видимо, имел в виду равную вероятность ошибок каждого знака:

Если мы вычислим среднее [из расстояний Марса] […], *как бы говоря, что в этих двух наблюдениях были некоторые небольшие ошибки противоположного смысла …*

В другом сочинении Кеплер (1596/1621) попытался оценить соответствие принятой им модели системы мира с действительностью. Он вставил (все) пять правильных многогранников между орбитами шести известных в то время планет и таким образом обосновывал их число и взаимное расположение.

Таблица (Кеплер 1596/1938, с. 73; 1621/1963, с. 117)

Пространство между орбитами планет	Соответствующий многогранник	Уклонения
Сатурн и Юпитер	куб	2
Юпитер и Марс	тетраэдр	– 16
Марс и Земля	12-гранник	36
Земля и Венера	20-гранник	43
Венера и Меркурий	8-гранник	4

Кеплер отметил, что только одно уклонение модели от действительности отрицательно и подразделил их на три группы– два малых, два больших, одно – промежуточно. Всё это разумно, но далее он ввел дуальность: куб и 8-гранник дуальны, и соответствующие невязки положительны (и малы); дуальны и 12- и 20-гранники, и соответствующие невязки также положительны (и велики), а тетраэдр дуален самому себе и соответствующая невязка – единственная отрицательная (и промежуточна).

Вряд ли это убедительно, но по меньшей мере Кеплер остался верен своей немыслимой теории. Количественные оценки соответствия моделей впервые появились лишь у Ламберта.

Обратимся теперь к уравниванию косвенных наблюдений по методу итераций. На каждом этапе вычислений он отправлялся от различных наборов наблюдений и сверял полученные результаты с неиспользованными наблюдениями (Gingerich 1973b; Данилов и др. 1973). И вот его соответственное обращение к читателям (NA, с. 256/95):

Если этот утомительный метод преисполнил тебя отвращением, то ты тем более должен отнестись ко мне с *состраданием, потому что мне пришлось по меньшей мере применить его 70 раз и затратить на это уйму времени*.

Подобный в некотором смысле метод применялся в XVIII в. при уравнивании избыточных линейных систем с двумя неизвестными (большее их число приводило бы к длительным вычислениям): система разбивалась на пары уравнений, каждая из которых решалась по отдельности, затем частные решения осреднялись. Этот способ уравнивания давал возможность качественной оценки точности уравнений, а в XIX в. было доказано, что он равносилен методу наименьших квадратов, если только (чего никогда нет делали) дополнительно ввести некоторое взвешивание частных систем (Шейнин 1973а, § 1.4).

При оценке итераций (т. е. каждого этапа вычислений) Кеплер искажал наблюдения небольшими произвольными поправками, которые безусловно должен был устанавливать в соответствии со свойствами "обычных" случайных ошибок. Вот что он сам (NA, с. 334/143) заявил по этому поводу:

Можно, однако, полагать сомнительным подобное своевольное небольшое изменение исходных данных и думать, что, изменяя таким же образом всё, что нам не нравится в наблюдениях, можно будет, наконец, получить [требуемое]. *Каждый, кто так считает, должен попытаться осуществить это, и, после сравнения своих изменений с нашими, ему следует установить, остались ли изменения в пределах точности наблюдений. И пусть он остерегается вдохновляться одной такой итерацией, иначе перед ним окажутся намного более страшные проблемы*[4].

Если вспомнить мнение Кеплера о невозможности ошибки в 8 минут, то можно заключить, что он пытался уравнивать свои избыточные уравнения в соответствии с элементами метода минимакса. Полезно вспомнить, что Лаплас (1798 – 1825, 1798, т. 3, гл. 5, §§ 39 и 40) применил этот метод для проверки соответствия эллипсоидальной фигуры Земли с проведенными градусными измерениями; получив положительный ответ, он затем уравнял эти измерения по методу Бошковича (Шейнин 1973а). Подчеркнем, что Лаплас, в отличие от Кеплера, установил правило для использования метода минимакса.

2. Астрология

С современной точки зрения астрология – лженаука. В свое время были, однако, ученые высшего ранга, которые пытались установить связи между небесными и земными явлениями. Их заблуждение было вовсе не очевидно, ведь подобные связи действительно существуют; например, морские приливы вызываются действием Солнца и Луны. Об астрологических работах Кеплера см. Caspar (1958) и его же примечание на с. 22* к немецкому изданию *Гармонии мира*.

По мнению Кеплера (1610/1941, с. 161) астрономия и астрология были родственны:

Эта астрология – быть может сумасбродная доченька […], *но, Боже правый, что случилось бы с матушкой, благоразумнейшей астрономией, не будь у нее этой сумасбродной дочки.* […] *И кроме того математики так мало и так редко вознаграждаются за свои труды, что матушка наверняка голодала бы, не имей доченька никаких заработков.*

Итак, содержание теоретической науки ее прикладной ветвью возможно или даже разумно. И Кеплер (1619, кн. 4, гл. 6/1997, с. 360 – 361) считал астрологию наукой, а себя – основателем научной астрологии. Он полагал, что небо влияет на Землю, но, – и это главное, – что это влияние проявляется как тенденция, а не неизбежность. Так же, впрочем, считал Тихо Браге (Christianson 1968; Hellman 1970) и, видимо, многие другие ученые (Фома Аквинский, Бируни [V, Пояснение]), но именно Кеплеру (1610) пришлось защищать свою точку зрения. И вот его примечательное заявление (1619, кн. 4, гл. 7/1997, с. 377 – 378):

Моими светилами были […] *не утренний Меркурий,* […] *а Коперник и Тихо Браге, без журналов наблюдения которого всё, что я* […] *ясно осветил, оставалось бы погруженным в темноту.*

Единственное действие расположения светил в момент моего рождения состояло в том, что они очистили огонек врожденных дарований и умственных способностей и усилили жажду суждений, неустанной работы и познания. Коротко говоря, они не воодушевили мой разум или какие-либо упомянутые здесь качества, а только пробудили его[5].

Немало походящих фраз содержится в другом сочинении Кеплера (1610/1941), из которых мы выбрали две (§133, с. 253 и § 74, с. 217):

Астрологи не обладают никаким особым языком и должны заимствовать слова простых людей, а простой человек хочет понимать их только так, как он привык, ничего не знает об общих абстракциях и видит лишь конкретное, часто представляет себе [астрологический] *календарь в таком смысле, о котором автор никогда и не помышлял.* […] *Я в конце концов прекратил составлять календари*[6].

Астролог, который видит только небо и […] *ничего не знает о промежуточных причинах, может предсказать конечный результат только предположительно (probabiliter) а не точно, т. е. почти никак.*

В том же сочинении Кеплер (название § 114; § 70, с. 214) повторно подчеркивал сходство астрологии и медицины, – другой науки, основанной на тенденциях и корреляциях, на следовании вероятному [IV, п. 1.1]:

Чтобы осуществить добрые намерения, не только астрологам, но и врачам иногда приходится идти по кривым дорожкам.

Если бы врач так старательно описывал возникновение болезней и кризисы у своих пациентов, как эти 16 лет я неизменно записывал погоду …

Кеплер назвал *кривые дорожки* врачей: [наказуемое] вскрытие [утаскиваемых] трупов и советы применять профилактические средства против венерических заболеваний. Про астрологов он умолчал, но не мог не знать, что они нарушали богословские установления. Во всяком случае Кеплер (1619, кн. 4, гл. 7/1997, с. 380) заявил, что

Если упавший с крыши кирпич падает на прохожего, […] *если* […], *или, с другой стороны, если кто-то получит наследство, на которое не рассчитывал*, […] *если, я говорю, расположение светил в момент* [его] *рождения содержит указания на такие события, о которых обязан заботиться ангел-хранитель,* […] *то из этих расположений должны следовать препятствующие, или, напротив, способствующие воздействия. И пусть богословы решают, не содержит ли это* [утверждение] нечестивого мнения […].

Итак, Кеплер закончил свою мысль осторожной оговоркой, что напоминает об аналогичной точке зрения Якоба Бернулли (1713/1986, с. 23):

Каким образом […] *эта достоверность будущего может быть согласована со случайностью или свободой вторичных причин, – об этом пусть спорят другие.*

Еще интереснее сравнить отношение этих крупнейших ученых к другой проблеме (1610/1941, § 115, с. 238):

Некто […] *упрашивал меня, сказал, что я должен сообщить ему, жив или нет его друг на чужбине.* […] *И скажи я да или нет, я оказался бы колдуном и нарушителем божественной заповеди* [какой именно?].

Бернулли (1713/1986, с. 29) же решал другую задачу: можно ли объявить отсутствующего умершим? И он был вполне готов взвешивать вероятности за и против смерти.

Выше, в одной из приведенных выдержек, Кеплер упоминает свои метеорологические наблюдения, и в другом его сочинении (1619, кн. 4, гл. 7/1997, с. 360 и 368) можно найти утверждения о связи между *аспектами* (примечательными расположениями Солнца, Луны и планет) и метеорологическими явлениями на Земле[7]:

Я заметил, […] *что когда состояние воздуха нарушено, очень часто планеты находятся либо в соединении* [с Солнцем; имеют с ним равные долготы], *либо, в соответствии с обычным учением астрологов, образуют аспекты.* [С другой стороны], *я заметил, что чаще всего воздух спокоен, когда аспектов либо нет совсем или их мало, либо же они быстро заканчиваются.*

Возможно также, что при аспектах в жарком поясе идет больше дождей, чем в дни, когда аспектов нет.

Впрочем, во времена Кеплера метеорология только становилась количественной наукой и уже по этой причине он не мог привести никаких цифровых данных.

Астрология стремилась выяснять будущее народов в соответствии с основными аспектами, географическим положением и т. д. (см. выше утверждение Кеплера о *промежуточных причинах*), и поскольку Кеплер составлял астрологические альманахи общего характера, можно сказать, что по своим целям он напоминал будущих основателей политической арифметики, Граунта и Петти. Но вот статистических данных у него не было, да их и не могло быть в феодальной и раздробленной Германии.

3. Астрономия

Кеплер (1606/2006, с. 163) решительно отрицал случайность:

Но что такое случайность? Всего лишь идол, и притом самый отвратительный из идолов; ничто кроме как оскорбление полновластного и всемогущего Бога, равно как и совершеннейшего мира, который вышел из Его рук. Вместо души случай обладает опрометчивыми побуждениями, а вместо тела – безграничным хаосом. И кощунственно приписывать ему божественную вечность и всемогущество и божественное сотворение мира[8].

Фактически, однако, Кеплеру пришлось предоставить определенную роль случайности (см. ниже).

3.1. Эксцентриситеты. Под ними, даже после открытия своего первого закона, Кеплер, см. комментарии Каспара (1609/1929, с. 64*; 1619/1939, с. 17*), понимал эксцентричное положение Солнца относительно центра круговой орбиты.

Эксцентриситеты доставили Кеплеру много хлопот уже в *Мистерии* (1596). В своем основном труде Кеплер (NA, с. 404 – 405/184) вначале приписал их случайным внешним воздействиям, но не подтвердил этой мысли в дальнейшем и, скажем, смутном в физическом смысле изложении. Впрочем, мы находим подобное же объяснение эксцентриситетов в других местах (письмо 1616 г./Caspar & von Dyck (1930, т. 2, с. 66); 1618 – 1621, 1620/1952, с. 932):

Неравномерность движения соответствует природе планетных кругов (Kugeln), т. е. является физической. […] *Примеры подобной регулярной неравномерности небесных движений имеются в подлунном мире и в механических движениях. Будь небесные движения обусловлены разумом, как полагали древние, вывод о точных круговых путях планет внушал бы доверие.* […] *Но небесные движения вызваны* […] *природой* […] *и это самым* *обоснованным образом доказывается наблюдениями астрономов, которые* […] *обнаруживают* [что орбиты эллиптичны]. *И эллипс свидетельствует о естественной телесной силе и об истечении и величине ее формы.* […] *Эти* [естественные и аномалистические способности …] *не смогли достичь полного совершенства.*

В *Гармонии мира* (1619, книга 5, название гл. 9; там же, с. 453 изд. 1997 г.), ссылаясь на свой второй закон, Кеплер замечает, что меры эксцентриситетов (и здесь этот термин мог относиться только к эллиптическим орбитам) предустановлены так, чтобы управлять движением планет. Во втором случае он сформулировал Аксиому 4: "Все планеты должны иметь эксцентриситет". Впрочем, непонятно, как соединить это с *естественными телесными силами* или со случайными влияниями, которые исказили круговые орбиты.

Точка зрения Кеплера была, видимо, воспринята Кантом (1755/1910, с. 337) и Лапласом (1796/1884, с. 504):

Почему их пути не в точности круговые? […] *Разве не ясно, что та причина, которая установила орбиты небесных тел*, […] *не смогла полностью добиться этого?*

Будь солнечная система образована совершенно упорядоченно, орбиты тел […] *были бы круговыми, а их плоскости* […] *совпадали бы с плоскостью солнечного экватора. Но* […] *бесконечное разнообразие, которое должно существовать в температурах и в плотностях различных частей этих громадных масс, вызвали эксцентриситет их орбит и уклонения их движения от плоскости этого экватора.*

Итак, кеплеровы мистические силы трезво заменены разнообразием.

3.2. Конец света. Вторая, относящаяся к нам тема, это размышления Кеплера о конце света. В первом издании *Мистерии* (1596), исходя еще из неверных форм третьего закона, в том числе из формулы

$$T_i/T_j = (r_i/r_j)^2,$$

связывающей периоды обращения двух планет с радиусами их (круговых) орбит, Кеплер (гл. 23/1923, с. 144) отрицал всякую возможность одновременного возвращения всех планет к их положению в момент создания мира, – т. е., в соответствии с древними верованиями, возможность конца света.

Во втором издании *Мистерии*, имея в виду теперь уже верную форму третьего закона, Кеплер (гл. 23, с. 145, прим. 5) заявил: "Существует ли полное возвращение всех движений? Я говорю, что нет, хотя доказательство этого опровергнуто". Его пояснение по существу повторяло рассуждение Орема (XIV в./1966, с. 247; Grant 1961):

Вероятно (verisimile), что два заданных [но] *неизвестных соотношения* [два числа] *несоизмеримы, потому что, если предложено много таких неизвестных соотношений, наиболее вероятно, что любое* [какое-то] *из них не будет соизмеримо в с любым* [каким-то] *другим*.

И, не зная ничего о законах движения планет, Орем (с. 422) высказался в духе Кеплера:

Вероятно, что в любой заданный момент небесные тела соотносятся друг к другу так, как никогда раньше и как никогда не будут соотноситься ни в какой последующий момент.

Доводы Орема и Кеплера являются первыми, пусть наивными, вероятностными рассуждениями об отвлеченном математическом понятии, притом относящимися к основополагающей естественно-научной теме. Никто из них, конечно же, не знал, что динамическая система должна возвратиться сколь угодно близко к своему первоначальному положению.

4. Галилей

Отрицая всякую возможность неправильного движения тела, он (1623/1960, с. 197), как кажется, в то же время отрицал и случайность:

Те линии называются регулярными, которые, неизменно описываемые установленным образом, допускают определение и обоснование их качеств и свойств. […] *Но нерегулярные линии это те, которые вовсе не обладают определенностью, являются неопределенными и случайными (casual), а потому неопределимыми.* […] *Сказать, что "Такие события происходят по причине нерегулярной линии", всё равно, что сказать "Не знаю, почему они происходят". Введение таких линий нисколько не лучше симпатий, антипатий, сокровенных свойств, влияний и других терминов, которые употребляются некоторыми философами в качестве прикрытия вместо верного ответа, – "я не знаю"*.

Если эта тирада была направлена против некоторых мистических высказываний Кеплера, то она дополнительно объясняет, почему Галилей не верил в эллиптические орбиты планет, – не только потому, что считал круговые орбиты единственно возможными (что хорошо известно), но и ввиду отрицания случайности (тем более мистической).

И всё-таки отрицание случайности никак не помешало Галилею ни рассуждать об обработке косвенных наблюдений (Hald 1990, с. 149 – 160), ни отделить вращение солнечных пятен вместе с диском Солнца от их случайного передвижения относительно него.

Примечания

1. Вот словаКеплера (1618 – 1621/1921, с. 850):

Я построил всю свою астрономию на гипотезах Коперника о мире, на наблюдениях Тихо Браге, и, наконец, на философии магнетизма [исходящего из Солнца] *англичанина Уильяма Гильберта.*

2. Этот источник мы будем обозначать буквами NA. Мы сохраняем дополнительную пагинацию, которую указал переводчик английского издания (W. H. Donahue) по первоначальному изданию 1609 г., повторенную и в латинском переиздании книги (*Ges. Werke*, Bd. 3).

3. У Кеплера (1619, конец кн. 3/1997, с. 255 – 279) встречается рассуждение о средних, никак не связанное с уравниванием наблюдений. Обсуждая книгу J. Bodini 1576 г., посвященную весьма своеобразному приложению трех основных средних (арифметического, геометрического и гармонического) в общественной жизни, он выразил и некоторые собственные мысли об устройстве государств с различными политическими системами.

Ввиду какой-то ошибки указанные страницы в издании 1997 г. вставлены не там, где они должны были бы быть (редакционное примечание).

4. Вот родственное высказывание (Кеплер NA, с. 523/256):

Поскольку первое и третье положения […] *довольно хорошо согласуются друг с другом, некий менее вдумчивый человек решит, что* [действительное] *положение следует установить по ним, другие же* [наблюденные] *положения каким-нибудь образом примирить с ними. И я сам довольно долго пытался достичь этого.*

5. Там же мы находим:

От того, что Юпитер возвысился до середины неба [до кульминации], *произошло то, что мне больше нравится геометрия, выраженная в физических вещах, а не отвлеченно, а поскольку Юпитер выказывал сухость Сатурна, – больше нравится натурфилософия, а не геометрия.*

И вот другое примечательное утверждение Кеплера (1601, § 69/1979, с. 103): “Всё, что происходит в людских делах, зависит от свободной воли людей, которая является отображением (image) [?] Бога, а не порождением природы или других причин”. Но если уж война началась, продолжает Кеплер, то “солдаты и вожди будут особо предрасположены к уловкам, битвам и атакам” в определенные дни года (которые он указывает без особого пояснения).

6. Ввиду денежных затруднений Кеплеру всё-таки пришлось вернуться к их составлению.

7. Кеплер (1601, § 40/1979, с. 97) не преминул заметить, что аспекты существуют лишь для земного наблюдателя. Там же, в § 38 (с. 97), Кеплер указал, что “добавил” три аспекта к прежним пяти, признававшихся древними, см. также (1619, кн. 4, гл. 5, Теорема 14/1997, с. 347). Он, видимо, исходил из геометрических и иных соображений “изящества” (см. рисунки аспектов, добавленные в издании 1979 г.), но в принципе подразделение событий на *обычные* и *примечательные* весьма сложно и притом субъективно. И снова в том же сочинении (например, §§ 52 – 62) мы находим не только утверждение о связи аспектов с метеорологическими явлениями, но прогнозы погоды на следующий год, основанные на ожидаемых расположениях светил.

8. Но вот и курьезный пример из того же сочинения (Gingerich 1973a, с. 297):

Меня позвали ужинать и передо мной […] *поставили салат. Думается мне, – я сказал, – что если* [его составные части] *целую вечность летали бы по воздуху, то в конце концов из них мог бы образоваться салат. Мог бы, – отозвалась моя прекрасная, – но не такой приятный, как мой*.

Более серьезный пример представился в связи с появлением Новой звезды. Кеплер (1604/1977, с. 337) отказался считать это событие случайным, притом что оно произошло в определенном месте и в определенное время, которые он также посчитал примечательными. Противное противоречило бы его общим воззрениям, но вот обстоятельства появления Новой мы бы сочли всё же случайными.

Библиография

Кеплер

(1596, латин.), *Mysterium Cosmographicum. Ges. Werke*, Bd. 1. Berlin – München, 1938, pp. 1 – 80. 2-е изд.: 1621. *Ges. Werke*, Bd. 8. Berlin – München, 1963, pp. 5 – 128. Его немецкий перевод: *Weltgeheimnis*. Augsburg, 1923.

(1601, латин.), On the most certain fundamentals of astrology. *Proc. Amer. Phil. Soc.*, vol. 123, pp. 85 – 116.

(1604, нем.), Thorough description of an extraordinary new star. *Vistas in Astronomy*, vol. 20, 1977, pp. 333 – 339.

(1606, латин.), *Über den Neuen Stern im Fuß des Schlangenträger*. Würzburg, 2006.

(1609, латин.), *Neue Astronomie*. München – Berlin, 1929. *New Astronomy.* Cambridge, 1992.

(1610, нем., латин. вставки), Tertius interveniens. *Ges. Werke*, Bd. 4. München, 1941, pp. 149 – 258.

(1615, латин.), *Новая стереометрия винных бочек.* М., 1935.

(1618 – 1621, латин.), Epitome of Copernican Astronomy. Книги 4-я и 5-я: *Great Books of the Western World*, vol. 16. Chicago, 1952, pp. 845 – 1004.

(1619, латин.), *Welt-Harmonik*. München – Berlin, 1939. *Harmony of the World.* Philadelphia, 1997.

(1634, латин.); *Somnium*. Madison – London, 1967.

Другие авторы

Данилов Ю. А., Смородинский Я. А. (1973), Иоганн Кеплер: от *Мистерии* до *Гармонии*. *Успехи физич. наук*, т. 109, № 1, с. 175 – 209.

Розенталь И. С., Сщкщлщв В. С. (1956), *Учебник латинского языка.* М.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1973a), Boscovich's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 9, pp. 306 – 324.
--- (1973b), Mathematical treatment of astronomical observations. Там же, т. 11, с. 97 – 126.
--- (1974), On the prehistory of the theory of probability. Там же, т. 12, с. 97 – 141.
--- (1978), Kepler, Johannes. В книге Kruskal W. H., Tanur Judith M., редакторы, *Intern. Enc. of Statistics*, vols 1 – 2. New York, vol. 1, pp. 487 – 488.
Bernoulli J., Бернулли Я. (1713, латин.), Искусство предположений, ч. 4-я. В книге автора *О законе больших чисел.* М., 1986, с. 23 – 59.
Caspar M. (1958), *Kepler*. Stuttgart.
Caspar M, von Dyck W. (1930), *J. Kepler in seinen Briefen*, Bde 1 – 2. München – Berlin.
Christianson J. (1968), Tycho Brahe's cosmology from the Astrologia of 1591. *Isis*, vol. 59, pp. 312 – 318.
Eisenhart C. (1971), *The development of the Concept of the Best Mean of a Set of Measurements from Antiquity to the Present Day*. Presidential address, 131st Annual Meeting, Amer. Stat. Assoc. Fort Collin, Colorado, audience notes. Не опубликовано.
--- (1976), [Discussion of invited papers on history of statistics]. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, vol. 46, pp. 355 – 357.
Galilei G. (1613, итал.), History and demonstrations concerning sunspots and their phenomena. В книге автора *Discoveries and Opinions.* Garden City, N. Y., 1957, pp. 88 – 144.
--- (1623, итал.), The assayer. В книге Galilei и др., *Controversy on the Comets of 1618.* Philadelphia, 1960, pp. 151 – 336.
Gingerich O. (1973a), Kepler. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 7, pp. 289 – 312.
--- (1973b), Kepler's treatment of redundant observations. *Intern. Kepler-Symposium. Weil der Stadt, 1971*. Hildesheim, Bd. 1, pp. 307 – 314.
Grant E. (1961), N. Oresme and the commensurability or incommensurability of the celestial motions. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 1, pp. 420 – 458.
Hald A. (1990), *History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750.* New York.
Hellman C. D. (1970), Brahe. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 2, pp. 401 – 416.
Kant I. (1755), Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels. *Ges. Schriften*, Bd. 1. Berlin, 1910, pp. 215 – 368. [Erlangen, 1988; Всеобщая естественная история и теория неба. *Соч.*, т. 1. М., 1963, с. 117 – 262.].
Laplace P.-S. (1796), *Exposition du système du monde. Oeuvr. Compl.*, t. 6. Paris, 1884. Перепечатка издания 1835 г. Также *Изложение системы мира*. СПб, 1861.
--- (1798 – 1825), *Traité de mécanique céleste*, tt. 1 – 5. *Oeuvr. Compl.*, tt. 1 – 5. Paris, 1878 – 1882. Том 2: 1798.

Oresme N. (XIV в., латин.), *De proportionibus proportionum* и *Ad pauca respicientes*. Madison, 1966. Латино-англ. издание.

VII. Ахенваль, Готфрид

Род. 20 окт 1719 г. в Эльбинге (Германия),
умер 1 мая 1772 г. в Гёттингене

Achenwall, Gottfried
Leading Personalities in Statistical Sciences
New York, 1997, pp. 5 – 6
Перепечатка: *Encyclopedia of Statistical Sciences*
(2-е изд.), vol. 1. Hobokan, New Jersey, 2006, pp. 26 – 27

Ахенваль родился в семье купца. В 1738 – 1740 гг. он обучался философии, математике, физике и истории в Йене, затем учился в Галле юриспруденции и государствоведению, хотя занятий историей не забросил. Видимо в 1742 г. Ахенваль на короткое время вернулся в Йену, после чего продолжил свое образование в Лейпциге. В 1746 г. он стал доцентом в Марбурге, а в 1748 г. – экстраординарным профессором в Гёттингене и ординарным профессором юриспруденции и философии с 1753 г. Там он основал Гёттингенскую школу статистики, самым известным членом которой стал А. Л. Шлёцер (1735 – 1809). В 1752 г. Ахенваль женился, но в 1754 г. его жена умерла, и он остался бездетным.

В своей научной работе Ахенваль следовал за основателем государствоведения Германом Конрингом (1606 – 1681) и впервые систематически изложил эту дисциплину, притом уже на немецком, а не латинском языке. И по Конрингу, и по Ахенвалю целью статистики было описание климата, географического положения, политической структуры и экономики данного государства, оценка его населения и сообщение сведений по его истории; соотношения между количественными данными не изучались.

Для Ахенваля [1, с. 1] “так называемой статистикой” являлось государствоведение данной страны. С 1741 г. “статистики” начали описывать государства в табличной форме, что облегчало использование количественных данных, но Ахенваль возражал против этой практики. Даже в 1806 и 1811 гг. [5, с. 670] табличная статистика осуждалась, поскольку числа не могли отражать дух нации.

Тем не менее, Ахенваль [4, гл. 12] ссылался на Зюссмильха [VIII], рекомендовал принимать государственные меры, способствующие возрастанию населения, проводить переписи населения и даже заметил (с. 187), что его “вероятную оценку” можно получить по “годичным бюллетеням смертей, рождений и женитьб”.

Разрыв между статистикой (в современном смысле) и государствоведением не был в то время так значителен, как позднее. Аналогичную картину представляют нам рукописи Лейбница 1680-х годов (впервые опубликованные в 1866 г.): он был и политическим арифметиком, и ранним сторонником табличных описаний (в числах или без них) [10, с. 222 – 227, 255].

Библиография

1. Achenwall G. (1748), *Vorbereitung zur Staatswissenschaft*. Göttingen. В сокращенном варианте вошло в [2].

2. --- (1749), *Abriß der neuesten Staatswissenschaft der vornehmsten europäischen Reiche und Republicken zum Gebrauch in seinen academischen Vorlesungen*. Göttingen.

3. --- (1752), *Staatsverfassung der europäischen Reiche im Grundrisse*. Göttingen. Это второе издание сочинения [2]. Последующие издания: 1756, 1762, 1767, 1768, 1781 – 1785, 1790 – 1798. К 1768 г. заглавие стало иным: *Staatsverfassung der heutigen vornehmsten europäischen Reiche und Völker*.

4. --- (1763), *Staatsklugheit nach ihren Grundsätzen*. Göttingen. 4-е изд., 1779.

5. John V. (1883, нем.), The term “Statistics”. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 46, 1883, pp. 656 – 679.

6. --- (1884), *Geschichte der Statistik*. Stuttgart.

7. Lazarsfeld P. (1961), Notes on the history of quantification in sociology – trends, sources and problems. *Isis*, vol. 52, pp. 277 – 333. Перепечатка: Sir Maurice Kendall, R. L. Plackett, редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, pp. 213 – 269.

8. Leibniz G. W. (1986), *Sämtliche Schriften und Briefe*, Reihe 4, Bd. 3. Berlin.

9. Schiefer P. (1916), *Achenwall und seine Schule*. München. Диссертация.

10. Sheynin O. B. (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259.

11. Solf H. H. (1938), *G. Achenwall. Sein Leben und sein Werk.* Forchheim, Oberfranken. Диссертация.

12. Westergaard H. (1932), *Contributions to the History of Statistics*. London. Перепечатки: Нью-Йорк, 1968; Гаага, 1969.

13. Zahn F., Meier F. (1953), Achenwall. *Neue deutsche Biogr.*, Bd. 1, pp. 32 – 33.

VIII. Зюссмильх, Иоганн Петер

Род. 3 окт. 1797 г. в Берлине, умер 22 марта 1767 там же

Süssmilch, Johann Peter
Leading Personalities in Statistical Sciences
New York, 1997, pp. 73 – 75
Перепечатка: *Encyclopedia of Statistical Sciences*
(2-е изд.) vol. 13
Hobokan, New Jersey, 2006, pp. 8489 – 8491

Соавтор: J. Pfanzagl. При перепечатке 2006 г. статья появилась анонимно, т. е. была ошибочно приписана редакторам *Энциклопедии*.

Зюссмильх родился в богатой семье и получил классическое образование. Забросив юриспруденцию, которой он начал было заниматься, он стал изучать богословие (Галле, 1727 г.), а в 1728 г. продолжил свои занятия в Йене, где дополнительно занялся философией, математикой и физикой и даже частным образом преподавал математику.

В 1732 г. Зюссмильх защитил диссертацию по физике "О сцеплении и притяжении тел" и вернулся в Берлин, став там частным учителем старшего сына фельдмаршала фон Калкштейна. В 1736 г., в какой-то степени вопреки своему пожеланию, он был посвящен в сан капеллана (армейского священника) и в этом качестве участвовал в Первой Силезской войне (Пруссии против Австрии, 1740 – 1742). В 1741 г. он стал священником, а в 1750 г. – членом Оберконсистории (управления церковными делами). В 1737 г. Зюссмильх женился. У него было 10 детей, и один из его сыновей стал обербургомистром Бреслау, а его племянник Бауман упомянут в выходных данных книги [15]. В 1763 г. он перенес инсульт, в 1766 г. – второй, и вскоре после этого умер.

Зюссмильх, конечно же, верил, что размножение рода человеческого заповедано Богом (Бытие 1:28) и что поэтому правители обязаны поощрять женитьбы и заботиться о своих подданных. Вполне последовательно, он осуждал войны и излишнюю роскошь и заявлял, что благосостояние бедных полезно государству и способствует богатым. В одном из своих сочинений Зюссмильх [16] указал на необходимость изучать зависимость смертности от климата и географического положения места и разумно заявил, что бедность и невежество способствуют распространению эпидемий. Его логически понятные и настойчивые призывы помогать бедным привели его к непрестанным столкновениям с властями Берлина и министрами Пруссии.

Зюссмильх опубликовал много трудов по статистике населения, политической арифметике в широком смысле и языкознанию. В основном ввиду его исследований в последней области он был избран в 1745 г. в Берлинскую академию наук по классу филологии. Его главное сочинение, в основном объединившее все его работы по статистике населения, называлось *Божественный порядок* … [15]. Эйлер (которого Зюссмильх неоднократно упоминал) активно участвовал в подготовке второго издания этой книги и был соавтором по меньшей мере одной из ее глав, "О скорости возрастания и периоде удвоения [населения]", частично перепечатанной в собрании его сочинений [8, с. 507 – 532] и впоследствии расширенной им [7]. Один из выводов Зюссмильха и Эйлера, а именно, что население возрастает в геометрической прогрессии, подхватил Мальтус.

Основной целью Зюссмильха, заметной уже в заглавии [15], было доказательство божественного провидения, поскольку оно проявлялось в законах статистики населения. Он таким образом следовал прочно установившейся традиции и должным образом ссылался на Граунта и религиозного философа Дерхама, автора двух влиятельных книг [3; 4].

Статистические законы, а, точнее, приближенное постоянство некоторых показателей (относительного количества женитьб, числа умерших и т. д.), нельзя непосредственно сравнивать с законами Кеплера или Ньютона, которые эти великие ученые также считали божественными. Но богословский статистический подход Зюссмильха в скором времени вышел из научного обихода и стал даже вредным: набожная эрцгерцеговиня австрийская, Мария Терезия, запретила *Божественный порядок* в Австрии и (нынешней) Венгрии как слишком протестантский по духу.

Сочинения Зюссмильха оставались влиятельными в основном ввиду собранного в них статистического материала, а не строгости теоретических изысканий. Так, он неверно осреднял данные по городам и сельским местностям (совсем не учитывал соответствующих весов), см. критические замечания в [19]. И всё же с него по существу ведут начало статистика населения и даже моральная статистика. Он проложил дорогу для Кетле, а его таблица смертности применялась еще и в XIX в.

Библиография

1. Birg H., редактор (1986), *Ursprünge der Demographie in Deutschland. Leben und Werk J. P. Süssmilch's*. Frankfurt/Main.

2. Crum F. S. (1901), The statistical work of Süssmilch. *Publ. Amer. Stat. Assoc.*, New ser., vol. 7, pp. 335 – 380.

3. Derham W. (1713), *Physico-theology.* London. Примерно 15 последующих изданий вплоть до 1798 г.

4. --- (1714), *Astrotheology*. London. Примерно 12 последующих изданий вплоть до 1777 г.

5. Döring H. (1835), Süssmilch. В книге *Die gelehrten Theologen Deutschlands im 18. und 19. Jahrhundert*. Neustadt an der Orla, Bd. 4, pp. 451 – 456. Перепечатка в микрофильменном издании *Deutsches biogr. Archiv*. München, ca. 1990.

6. Esenwein-Rothe I. (1967), J. P. Süssmilch als Statistiker. В книге *Die Statistik in der Wirtschaftsforschung. Festgabe für Rolf Wagenführ*. Berlin, pp. 177 – 201.

7. Euler L. (1767), Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain. Перепечатка в [8, pp. 79 – 100].

8. --- (1923), *Opera omnia*, ser. 1, t. 7. Leipzig – Berlin.

9. Förster J. C. (1768), *Nachricht von dem Leben und Verdiensten Süssmilchs.* Перепечатка: Göttingen, 1988.

10. Hecht J. (1987), J. P. Süssmilch: A German prophet in foreign countries. *Population Stud.*, vol. 41, pp. 31 – 58.

11. John V. (1884), *Geschichte der Statistik*. Stuttgart.

12. --- (1894), Süssmilch. *Allg. Deutsche Biogr.*, Bd. 37, pp. 188 – 195.

13. Паевский В. В. (1935), Демографические работы Л. Эйлера. В мемориальном сборнике *Л. Эйлер*. М.-Л., с. 103 – 110.

14. Pearson K. (1978), *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*. Лекции 1921 – 1933 гг. Редактор E. S. Pearson. London.

15. Süssmilch J. P. (1741), *Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben*. Berlin.
Последующие издания: 1765 и 1775 (почти идентичные). Посмертное издание, редактор C. J. Baumann: 1775 – 1776, тт. 1 – 3. Третий том содержит Anmerkungen und Zusätze (т. е. примечания и дополнения) к первым двум томам, в основном написанные редактором. Он же редактировал позднейшие два или три издания: 1787 – 1788; 1790 – 1792 (?) и 1797 (?). Перепечатка издания 1765 г. совместно с т. 3 1776 г.: Göttingen – Augsburg, 1988.

Перевод Предисловия и Оглавления *Божественного порядка* издания 1765 г. см. Шейнин О. Б. (2006), *Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики.* Берлин, также в www.sheynin.de. Оглавлением является перечень 566 параграфов книги, суть каждого из которых автор изложил в одной или двух фразах.

16. --- (1758), *Gedancken von den epidemischen Krankheiten und dem größeren Sterben des 1757ten Jahres*. Перепечатка: [18, с. 69 – 116].

17. --- (1979 – 1984), *“L’ordre divin” aux origines de la démographie*. Редактор J. Hecht. Paris. Первый том (1979): французские переводы статей о жизни и трудах Зюссмильха, библиография этих трудов и обширнейшая библиография сочинений о нем. Второй том (1979): перевод отобранных кусков *Божественного порядка* (1765). Третий том (1984): авторский, предметный и географический указатели к *Божественному порядку.*

18. --- (1994), *Die königliche Residenz Berlin und die Mark Brandenburg im 18. Jahrhundert. Schriften und Briefe*. Редактор J. Wilke. Berlin. Содержит перепечатку [16], публикации нескольких рукописей Зюссмильха и, частично, его переписки, и его биографию, основанную на архивных источниках.

19. Westergaard H. (1932), *Contributions to the History of Statistics*. Перепечатки: Нью-Йорк, 1968; Гаага, 1969. Глава о Зюссмильхе перепечатана в Sir Maurice Kendall, R. L. Plackett, редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, pp. 150 – 158.

IX. Работы Даниила Бернулли по теории вероятностей и статистике

Daniel Bernoulli’s work on probability
RETE. Strukturgeschichte der Naturwissenschaften,
Bd. 1, 1972, pp. 273 – 300.
Перепечатка: Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2.
London, 1977, pp. 105 – 132

1. Введение

Между 1738 и 1780 гг. Даниил Бернулли (1700 – 1782) опубликовал 8 мемуаров по нашей теме. Несколько авторов описали 7 из них: Todhunter (1865); Cantor (1901/1965, pp. 624 – 641); Netto (Cantor 1908/1965, pp. 221 – 257); Смирнов (1959), но недостаточно подробно, восьмой же с нашей точки зрения оставался неизвестным. Бернулли решил важные задачи статистики населения, астрономии и теории ошибок при помощи вероятностных методов; в теории вероятностей он ввел понятие о моральном ожидании (впервые предложенное швейцарским математиком Габриелем Крамером, 1704 – 1752); первым, притом систематически, применил дифференциальные уравнения; и предвосхитил знаменитую модель случайных процессов Эренфестов. Вторым после Ламберта Бернулли предложил принцип наибольшего правдоподобия и близко и независимо подошел к интегральной теореме Муавра – Лапласа (Шейнин 1970). Наконец, он первым приложил теорию вероятностей в нескольких областях знания (астрономия, медицинская статистика, экономика) и по своему влиянию на Лапласа его можно сравнить с Муавром.

Отдельные параграфы нашей статьи посвящены моральному ожиданию, урновым задачам и различным приложениям теории вероятностей к статистике и теории ошибок, причем в п. 4.3 воспользовались нашей заметкой (1970b), а в конце мы добавили несколько слов о Даламбере и Бюффоне. В Библиографии мы указали наши переводы нескольких сочинений; все они (как и этот сборник) опубликованы в крохотном числе экземпляров, но доступны в Интернете.

Здесь же мы упомянем, что Todhunter (1865, § 1055), сообщил о споре между Бернулли с одной стороны и Риццети и Риккати с другой о некоторых азартных играх в связи с книгой Бернулли (1724) и о неудачной попытке Риццети ввести иное определение математического ожидания. Сам Бернулли решил в своей книге несколько задач на азартные игры и обсуждал их в переписке с Гольдбахом (Fuss 1843, письма №№ 10 – 15 и 20, 1724 и 1725 гг.)[1].

2. Вероятностное рассуждение в астрономии

Подобные рассуждения встречались в работах нескольких ученых начиная с Ньютона[2], но Бернулли (1735) был первым, предложившим количественные подсчеты. Он доказывал, что взаимное расположение плоскостей планетных орбит не могло быть случайным, и вот одно из его рассуждений (1735/1987, с. 306).

Наибольшее угловое расстояние между этими плоскостями (между Землей и Меркурием) составляло 6° 54′; плоскости остальных четырех известных в то время планет находились внутри этого угла. Считая, что расположения плоскостей независимы друг от друга, Бернулли посчитал, что соответствующая вероятность (точнее, он указал соотношение шансов), $(6° 54′/90°)^5 = (1/13)^5$, слишком низка и взаимное расположение планет не могло быть случайным. Заметим, что Лаплас (1812/1886, с. 261) по существу повторил рассуждение Бернулли.

Отделение случайного от необходимого (от предначертания) было основной целью Арбутнота в 1712 г., а затем и Муавра, первое издание 1718 г. *Учения о шансах* которого содержало посвящение Ньютону, перепечатанное в третьем издании (1756, с.

329). В нем он заявил, что именно для достижения этой цели будет исходить "из Вашей [Ньютона] философии".

Бернулли далее отыскивал разумное расположение солнечного экватора относительно планетных орбит и вновь применил для этого вероятностные рассуждения, о которых отрицательно отозвался Эйлер в письме Бернулли. Сохранились ответы автора (Fuss 1843, с. 436 – 439, письма 1737 г. №№ 9 и 10). Бернулли решил, что Эйлер ознакомился с соответствующим рассуждением "поверхностно и в страшной спешке" и что он, Бернулли, считал, и продолжает считать, что солнечный экватор расположен так, что среднее арифметическое наклонностей всех планет окажется наименьшим, см. также с. 321 – 322 мемуара.

3. Моральное ожидание

Николай Бернулли придумал особо интересную азартную игру и описал ее в письме Монмору (Montmort 1708/1713, с. 402). После публикации мемуара Бернулли (1738) в Петербурге она стала общеизвестна (и мы не будем описывать ее) и была названа *петербургской*. Ее парадоксальная суть состояла в том, что, противореча здравому смыслу, математическое ожидание одного из двух игроков оказывалось бесконечным.

Бернулли (1738, § 3) посчитал, что богатый и бедный по-разному воспринимают один и тот же (небольшой) выигрыш в азартной игре и что, конкретно, выгода dy от выигрыша dx обратно пропорциональна переменному капиталу x игрока:

$$dy = cdx/x, \; c > 0.$$

Так в теории вероятностей появилось первое дифференциальное уравнение, из которого следовало, что

$$y = f(x) = c \ln x/\alpha, \; c > 0,$$

где α – первоначальный капитал игрока. Соответственно, математическое ожидание заменялось моральным

$$\frac{\sum p_i f(x_i)}{\sum p_i}. \qquad (1)$$

Даже в справедливой игре с нулевым математическим ожиданием каждого игрока их моральные ожидания оказывались отрицательными и (Бернулли, § 13) это является советом "природы" вообще избегать азартных игр.

Последующую часть мемуара Бернулли посвятил приложениям морального ожидания, затем описал замечания Николая Бернулли 1732 г. на рукопись мемуара и приложил текст письма Крамера Николаю Бернулли, в котором тот предложил сам термин *моральное ожидание*.

Крамер неявно ввел формулу (1) и принял

$$f(x) = \min(x; 2^{24}) \text{ или } f(x) = \sqrt{x}.$$

Последующие формулы Даниила Бернулли таковы.

1. Моральное ожидание выигрыша игрока в петербургской игре:

$$z = \frac{m_1 f(x_1) + m_2 f(x_2) + ... + m_n f(x_n)}{m_1 + m_2 + ... + m_n},$$

$$f(x_i) = (1/2^i) \ln \frac{\alpha + 2^{i-1}}{\alpha}, \; m_i = (1/2)^i.$$

Ожидание капитала оказывается равным

$$x = \sqrt{\alpha+1}\sqrt[4]{\alpha+2}\sqrt[8]{\alpha+4}...$$

и сумма s, необходимая для уравнивания игры, будет определена из уравнения

$$\sqrt{\alpha - s + 1}\sqrt[4]{\alpha - s + 2}\sqrt[8]{\alpha - s + 4}... - s = 0.$$

При больших значениях α $s \approx \Delta x$ и потому конечно.

2. Морские перевозки. Пусть вероятность благополучного рейса равна p, $1 - p = q$, стоимость груза A, капитал грузовладельца α. Тогда при перевозке груза на одном корабле моральное ожидание капитала оказывается равным

$$z = C\frac{p\ln[(A + \alpha / \alpha] + q\ln\alpha/\alpha}{p+q} = pC \ln[(A + \alpha)/\alpha],$$

а сам капитал

$$x = \alpha e^{z/C} = \alpha[(A + \alpha)/\alpha]^p.$$

При перевозке груза, поровну распределенного на n кораблях, k из которых гибнет, $k = 0, 1, 2, …, n$,

$$z(n) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k p^{n-k} q^k \ln[(A/n)(n-k) + \alpha]. \qquad (2)$$

Бернулли привел числовой пример для $n = 1$ и 2 и указал (но не доказал), что z монотонно возрастает с n и ограничено сверху математическим ожиданием $Ap + \alpha$, которое не зависит от правой части (2) и определяется заменой логарифма на его аргумент.

Мы доказали это утверждение, которое, впрочем, обосновал Лаплас (1812, гл. 10), см. также Буняковский (1846, § 44); сейчас, в переводе, мы опускаем наше доказательство.

Многие авторы после Лапласа возвращались к моральному ожиданию, а Фурье (1819) и Остроградский пытались усовершенствовать это понятие. Фурье заявил, что функция, описывающее это ожидание, должна выбираться для каждого человека отдельно. Об исследовании Остроградского известно только по его общему описанию 1836 г. Фуссом (перевод: Остроградский 1961, с. 293 – 294): Остроградский

Не принял гипотезы Даниила Бернулли. Он выражает моральное удовлетворение некоторой произвольной функцией физического удовлетворения и ему удается дать решение главных вопросов, связанных с моральной удачей, с той широтой и той точностью, какой только можно пожелать[3].

Моральное ожидание стало модным и Лаплас (1812/1886, с. 189) поэтому даже ввел новый термин для "простого" ожидания, назвав его *математическим*; впрочем, это нововведение, кажется, сохранилось лишь во французском и русском языках. В конце XIX в. экономисты начали разрабатывать теорию предельной полезности, исходя из идеи Бернулли и тем самым опровергли мнение (Bertrand 1888, с. 66) о бесполезности морального ожидания:

Теория морального ожидания стала классической, и никогда это слово не употреблялось более точно. Она изучалась, ее преподавали, она разъяснялась в книгах поистине знаменитых. На этом успех прекратился; она никак не была и не могла быть применена.

Вот примечательное, но не совсем, правда, определенное замечание Бернулли из письма 1742 г. (Fuss 1843, с. 496): "Я полагаю, что математику с полным правом можно применить и в политике". Указав, что эту мысль одобрил Мопертюи, он продолжал: "Если в политике произвести столько же наблюдений, сколько в физике, появится совершенно новая наука".

4. Статистика

4.1. Оспа и ее вариоляция. В середине XVIII в. эпидемии оспы опустошали Европу и Северную Америку, а оспопрививание не было еще известно. Истории этих эпидемий и вариоляции (инокуляции) оспы, т. е. не вполне безопасного переноса ее ослабленной формы от больного здоровому, посвящена обширная литература (Condamine 1759; 1763; Губерт (1896); Karn 1931). В своем первом мемуаре Кондамин перечислил медицинские и моральные и религиозные[4] возражения против вариоляции и закончил его следующей фразой:

Практика вариоляции во Франции стала всеобщей с тех пор, как была инокулирована семья английского монарха. Она спасла миллион жизней, не считая потомства спасенных.

Всеобщей вариоляция всё же не стала, о чем свидетельствовала ее активная защита в позднейшей публикации Даниила Бернулли (1766). Во втором мемуаре Кондамин (с. 464) упомянул семью Бернулли:

В Базеле г-да Бернулли, одно лишь имя которых может разъяснить сомнительное мнение по многим вопросам, не удовольствовались открытым заявлением в поддержку вариоляции, и заручились одобрением на первые опыты у факультетов медицины и теологии в Базеле. Младший из двоих братьев и единственный женатый из них решил подать пример, и в 1756 г. инокулировал двух своих младших сыновей, а в прошлом году – их старшего брата.

Речь, видимо, шла о самом Данииле Бернулли (холостом) и о его брате Иоганне II (1710 – 1790), у которого действительно было три сына, родившихся, однако, в 1744, 1757 и 1759 гг. Разрешение факультета теологии было необходимо, см. Прим. 4.

Карн привела соответствующие статистические данные и рассмотрела мемуар Бернулли (1766) и работы последующих авторов. Вот начало ее статьи:

Метод, который мы здесь применили для определения влияния смертности от какого-либо заболевания на продолжительность жизни, основан на предложениях, высказанных в первую очередь Даниилом Бернулли.

В своем основном мемуаре 1766 г.[5] Бернулли сообщает об имеющихся статистических данных об эпидемиях оспы и (в § 5) определяет при помощи дифференциального уравнения соотношение между возрастом в годах, x, числом лиц, доживших до него, ξ, и числом тех, кто при этом не заболел оспой, s, приняв $(1/n)$ за часть населения, ежегодно заболевающего оспой (1 человек из n) и $(1/m)$ – за соответствующую смертность:

$$s = \frac{m\xi}{1+(m-1)e^{x/n}}. \quad (3)$$

В соответствии со статистическими данными он принял $n = m = 8$, что означало, что ежегодно от оспы погибала 1/64 часть населения. См. также Todhunter (1865, §§ 398 – 407) и современное изложение Dietz & Heesterbeek (2002).

С § 11 Бернулли вводит в рассмотрение вариоляцию и вычисляет среднюю продолжительность жизни при условии, что она пожизненно предохраняет от оспы. Допустив, что от вариоляции умирает 1 человек из 200, он заключил, что эта процедура удлиняет среднюю продолжительность жизни с 26 лет 7 месяцев до 29 лет 9 месяцев.

4.2. Продолжительность женитьб. Мемуар Бернулли (1768b) появился сразу же после его же поясняющего теоретико-вероятностного исследования (1768a). В этом исследовании он рассмотрел задачу об извлечении из урны полосок двух различных цветов, и мы перейдем к ней в п. 6.1, однако сформулируем ее уже сейчас.

В урне находится $2n$ полосок, поровну белых и черных, причем и те, и другие перенумерованы и полоски разных цветов с совпадающими номерами считаются парой. Требуется определить число пар после $(2n - r)$ извлечений без возвращения, если вероятности извлечь полоску каждого цвета либо совпадают, либо нет.

Ясно, что эта урновая задача равносильна определению числа женитьб, остающихся после определенного времени либо при совпадающих, либо при различных смертностях мужчин и женщин. Впрочем, Бернулли не учел некоторой зависимости между продолжительностями жизни супругов, возникающей ввиду сходного образа жизни.

Определение продолжительности женитьб было важно в первую очередь для института страхования жизни (для страхования *на две жизни*). Эту же тему исследовал Struyck (1740/1912, с. 229). Вот его рассуждение, основанное на статистике страховых обществ: из 444 мужчин в возрасте 30 – 34 лет лишь 262 проживут еще 20 лет, а из 471 женщин той же возрастной группы – только 308. Следовательно, из 100 мужчин останется 59, а из 59 женщин – 39, так что число женитьб сократится от 100 до 39. Подобные вычисления элементарны, но их точность явно недостаточна.

4.3. Соотношение полов у новорожденных. Первое решение соответствующей задачи предложил Арбутнот в 1712 г., и оно повлекло за собой исследование Муавра и его вывод интегральной предельной теоремы. В связи с этой же задачей Николай Бернулли неявно ввел в теорию вероятностей экспоненциальную функцию отрицательного квадрата (Montmort 1713, с. 280 – 285; Шейнин 1968, только в перепечатке 1970 г., с. 232, и 1970, с. 201 – 203; Юшкевич 1986).

Мемуар Бернулли (1770 – 1771) был также посвящен этой теме и мы (1970) заметили в нем рассуждение, которое, примени он интегрирование взамен суммирования, независимо привело бы его к той же предельной теореме. Далее, в мемуар включена первая, очень небольшая табличка нормального распределения, а точнее, функции $\exp(-x^2/100)$ при $x = 1(1)5$ и $10(5)30$ с четырьмя значащими цифрами. Бернулли также рассуждал об “истинном” значении соотношения мужских и женских рождений, но выбора так и не сделал (что было разумно).

Вот начало его мемуара при предварительном допущении равенства вероятностей появления младенцев каждого пола. Вероятность того, что из $2N$ новорожденных половина окажется мальчиками, равна

$$P = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2N-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots 2N} = q(N).$$

Эту дробь он вычислил не по формуле Валлиса, и не по локальной теореме Муавра – Лапласа, а применив дифференциальные уравнения. Определив $q(N - 1)$ и $q(N + 1)$ и оба соответствующих значения Δq, он получил

$$dq/dN = - q/(2N + 2),\ dq/dN = - q/(2N - 1)$$

и “в среднем” $dq/dN = -q/(2N + 0.5)$. Бернулли решил это уравнение, приняв с достаточной точностью, что

$$q_0 = q(12) = \frac{1.12826}{\sqrt{4N+1}}$$

и обнаружил, что для μ порядка $\sqrt{N}$ вероятность числу мальчиков примерно равняться m равна

$$P(m = N \pm \mu) = q\exp(-\mu^2/N).$$

Во второй части мемуара Бернулли принял, что вероятности рождений полов находятся в отношении a/b. Приравняв вероятности рождений m и $(m + 1)$ мальчиков, снова из общего числа рождений N, он получил ожидаемую величину

$$\mathrm{E}m = M = \frac{2Na-b}{a+b} \approx \frac{2Na}{a+b},$$

что, разумеется, было очевидно. Заметим, что ни здесь, ни в урновых задачах (п. 6) Бернулли не отличал искомых величин от фактически вычисляемых им математических ожиданий.

Более интересно его определение вероятности произвольного m при том же порядке величины μ:

$$P(m = M + \mu + 1) - P(m = M + \mu) \equiv$$

$$d\pi = \pi - (a/b)\pi\frac{2N-M-\mu}{M+\mu+1}d\mu,\ -\frac{d\pi}{\pi} = \frac{\mu+1+\mu a/b}{m+\mu+1}d\mu.$$

После последующих преобразований ответ оказался таким:

$$P(m = M \pm \mu) = \pi = P(m = M)\exp\left(-\frac{(a+b)\mu^2}{2bM}\right).$$

5. Теория ошибок. Уравнивание прямых наблюдений

5.1. Бернулли (1769; 1778). Бернулли предположил, что плотность распределения ошибок наблюдения является “полуэллипсом” или полуокружностью радиуса r, который устанавливается субъективно по наибольшей возможной ошибке. Вместо обычного среднего арифметического $\bar{x}$ из наблюдений x_1, x_2, …, x_n некоторой константы Бернулли (1769) предложил взвешенное среднее

$$\hat{x} = \frac{\sum p_i x_i}{\sum p_i},\ p_i = r^2 - (\hat{x} - x_i)^2. \qquad (4a; 4b)$$

Вычислять следовало методом последовательных приближений, начиная с равенства $\hat{x} = \bar{x}$.

В дальнейшем Бернулли (1778) поступил иначе. Заявив, что выбор среднего арифметического равнозначен стрельбе вслепую, он предложил взамен оценку наибольшего правдоподобия[6]. Сформулировав затем несколько разумных требований к плотности распределения ошибок наблюдения, но добавив к ним условие ее пересечения с осью абсцисс почти под прямым углом, он остановился на полуокружности и записал функцию правдоподобия в виде

$$\{[r^2 - (x - x_1)^2]\,[r^2 - (x - x_2)^2]\ \ldots\ [r^2 - (x - x_n)^2]\}^{1/2},$$

где x – искомая абсцисса центра полуокружности. Впрочем, для упрощения вычислений Бернулли возвел это выражение в квадрат, т. е. перешел от полуокружности к дуге параболы. Соответствующего изменения дисперсии искомого результата он, разумеется, не заметил.

Бернулли представил уравнение правдоподобия лишь для трех наблюдений в виде уравнения пятой степени и почему-то не указал, что оно сводится к равенству

$$x = \frac{\sum p_i x_i}{\sum p_i},\ p_i = \frac{1}{r^2 - (x - x_i)^2}$$

с весами, обратными весам (4b) и возрастающими к краям вариационного ряда.

Это эвристически противоречило его утверждению о стрельбе вслепую и не могло бы быть одобрено его современниками. В наше время, однако, подобное поведение апостериорных весов считается оправданным для некоторых распределений.

В конце § 10 Бернулли заметил, что среднее из двух крайних наблюдений “менее часто ошибочно”, чем он полагал “до соответствующего исследования”. Он, видимо, основывался на своем собственном опыте, о котором нам известно по недостаточно определенному сообщению Хубера (Huber 1959, с. 37 – 38) и по письму его самого Президенту Петербургской академии наук 1728 г. (Смирнов 1959, с. 437). В нем Бернулли указал, что произвел “довольно много наблюдений касательно кровообращения, движения мускулов, дыхания, питания, зрения, образования голоса и др.” Наконец, известно также (Тихомиров 1932), что он составил инструкции метеорологическим станциям в Сибири, и, видимо, хорошо представлял себе практику метеорологических наблюдений.

Эйлер (1778) комментировал мемуар Бернулли (1778), но мы только заметим, что его рекомендация с хорошим приближением приводила к среднему арифметическому, но была сформулирована так, что, будь она известна Гауссу, позволила бы ему естественным образом предложить принцип наибольшего веса, действительно принятый им в 1823 г. в качестве предположения при окончательном обосновании МНКв.

5.2. Бернулли (1780). Его последний теоретико-вероятностный мемуар был посвящен маятниковым наблюдениям. Мы первыми вспомнили о нем, а забыт он был видимо потому, что его название наводило на мысль о практической механике.

Бернулли (§ 22) указал, что существует два типа ошибок маятниковых наблюдений: *хронический* и *моментный*; влияние первых часто пропорционально соответствующему интервалу времени, вторые же действуют пропорционально корню из этого интервала. Этот вывод он сделал на основе нормального закона (§§ 13 – 17), см. п. 4.3. Пусть число колебаний секундного маятника в течение суток равно $2N \approx 86\,400$, из которых $(N + \mu)$ замедлены, а $(N - \mu)$ убыстрены с периодами $(1 + \alpha)$ и $(1 - \alpha)$ соответственно. Эта простая схема означала, что количество положительных (например) ошибок имело симметричное биномиальное распределение и что погрешность маятника после большого числа колебаний окажется нормально распределенной.

В своей прежней работе Бернулли (1770 – 1771) , см. п. 4.3, заметил, что при $N = 10\,000$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi N}}\int_0^{\mu} \exp(-x^2/N)dx = 1/2$$

если $\mu = 47.25$. Теперь же, при $N = 43\,200$, он получил для половинной вероятности

$$47.25(43\,200 \div 10\,000)^{1/2} \approx 100$$

и заметил, что при общая суточная ошибка окажется равной

$$\delta = 2N - [(N + \mu)(1 + \alpha) + (N - \mu)(1 - \alpha)] = -\,2\mu\alpha,$$

и при $\alpha = 0.01$ и $|\mu| \le 100$ $|\delta| < 2^s$ и $|\delta| > 2^s$ равновероятны. Он таким образом фактически воспользовался вероятной ошибкой. Кроме того, Бернулли указал, что годичная и часовая ошибки будут равны соответственно $\delta\sqrt{365}$ и $\delta/\sqrt{24}$. Это, конечно, сразу следовало из нормального закона, но после работ Гаусса известно, что то же свойство (для средней квадратической ошибки) имеет место вне зависимости от этого закона.

Нетрудно заметить, что Бернулли рассмотрел только простейшую схему действия погрешностей (ускорение было равно замедлению). При треугольном распределении он также пришел бы к нормальному закону, но только при помощи не известной ему формы центральной предельной теоремы. Далее, колебания Бернулли молчаливо посчитал независимыми, что было вряд ли верно, не обобщил своих рассуждений на наблюдения вообще и никак не связал своих выводов с прежними результатами 1778г. (п. 5.1).

С другой стороны, Бернулли впервые применил нормальное распределение в теории ошибок, впервые явно подразделил ошибки на случайные и систематические (правда, лишь в простейшем варианте) и впервые же применил вероятную ошибку.

6. Урновые задачи

6.1. Бернулли (1768). Одну из урновых задач Бернулли применил для нужд статистики (п. 4.2). После извлечения очередной полоски оставшееся число парных полосок уменьшится на $2x/r$. Действительно, как он заметил,

$$\mathrm{E}x = [x(r-2x)/r] + (2x/r)(x-1) = x - 2x/r.$$

Подобные же выкладки для последующих извлечений привели Бернулли к общей формуле: после $(2n - r)$ извлечений

$$x = r(r-1)/(4n-2)$$

и, при $r, n \to \infty$,

$$x = r^2/4n. \qquad (5)$$

Эту же формулу Бернулли вывел независимо при помощи дифференциального уравнения. Если r уменьшится на dr, то соответствующее dx будет равно либо нулю ($r - 2x$ случаев), либо dr ($2x$ случаев), так что при начальном условии $r = 2n$ если $x = n$

$$dx = [(r-2x)\cdot 0 + 2xdr] \div r,\ x = r^2/4n.$$

Если же белые полоски извлекаются чаще, чем черные, то

$$x = st/n, \qquad (6)$$

где s и t – количества черных и белых полосок, остающихся в урне. Формулу (6) он получил и при помощи аналогичного дифференциального подхода и затем обобщил свой результат на полоски нескольких цветов. При $s = t = r/2$ формулы (6) и (5), конечно же, совпадают.

Во второй части мемуара (с § 11) Бернулли решал ту же задачу для полосок двух цветов, полагая, что

$$ds/s = \varphi\, dt/t,$$

где φ – постоянный или переменный “закон” относительной вероятности извлечения полосок, и специально рассмотрел случай $\varphi = 2$ и сравнил его с вариантом $\varphi = 1$, т .е. с формулой (5). По существу он изучал сравнение двух гипотез, ср. п. 4.3.

6.2. Бернулли (1770). Начальная задача была такой: в первой урне находится n белых шариков, во второй – столько же черных. Найти x, число белых шариков в первой урне после r циклических перекладок шара из урны в урну.

Комбинаторным методом он получил

$$x = (1/2)n\{1 + [(n-2)/n]^r\} \approx (1/2)n\,(1 + e^{-2r/n}), \qquad (7)$$

а дифференциальный подход привел его к

$$dx = -(x/n)dr + [(n-x)/n]dr, \quad (8)$$

откуда легко может быть получено приближенное выражение в предыдущей формуле. В § 6 Бернулли, вполне в духе своей *Гидродинамики* (1738b), сравнил дифференциальный подход с непрерывным перемешиванием жидкостей, а в § 8 обобщил свое исследование на случай трех урн и шариков трех различных цветов.

Комбинаторным методом он установил в этой второй задаче число белых шариков в каждой урне после r циклических перекладок и заметил (§ 9), что полученные им формулы могли быть выведены суммированием некоторых бесконечных рядов. Именно, сумма первого, четвертого, седьмого, … членов ряда $[(n-1)+1]^r$, деленная на n^{r-1} окажется равной числу белых шариков в первой урне; соответственно, суммы второго, пятого, восьмого, … и третьего, шестого, девятого, … членов того же ряда определят их число в остальных урнах. Аналогичное вычисление, как он добавил, можно сформулировать и для более простой первой задачи.

Далее Бернулли вычисляет указанные суммы; для первой урны в случае больших n и r он получает

$$A = (1/n^{r-1})[C_r^0(n-1)^r + C_r^3(n-1)^{r-3} + C_r^6(n-1)^{r-6} + \ldots] \approx$$

$$\frac{(n-1)^r}{n^{r-1}}[1 + (r^3/3!n^3) + (r^6/6!n^6) + \ldots] \approx ne^{-r/n}S, \quad (9)$$

где S, сумма ряда в среднем выражении, удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$Sdr^3/n^3 = d^3S$$

и потому равна

$$S = \alpha e^{r/n} + ße^{-r/2n}\sin(r\sqrt{3}/2n) + \gamma e^{-r/2n}\cos(r\sqrt{3}/2n). \quad (10)$$

Наконец, ввиду начальных условий $\alpha = 1/3$, $ß = 0$ и $\gamma = 2/3$.

Аналогичные формулы Бернулли вывел для остальных урн, затем снова применил дифференциальный подход. Обозначив количества белых шариков в урнах через x, y и $[n-(x+y)]$, он исходил из уравнений

$$dx = -(x/n)dr + [(n-x-y)/n]dr, \; dy = -(y/n)dr + (x/n)dr$$

и, правда, лишь после нелегких вычислений, достиг полного совпадения с предыдущим результатом.

Исследуя полученные формулы, Бернулли вычисляет число перекладок, после которых число белых шариков в первой урне окажется наибольшим, и, что особенно интересно, замечает наступление предельного состояния, – равенства числа шариков каждого цвета в каждой урне. Этот последний факт (относительно соответствующих математических ожиданий) легко обосновать ссылкой на существование предельной матрицы перехода в однородных цепях Маркова, физики же могли бы усмотреть здесь вероятностную модель когда-то общепринятой термической смерти (конечной) Вселенной.

Todhunter (1865, §§ 417 – 420) решил вторую задачу, применив разностные уравнения и операционное исчисление. Он также заметил, что исходные дифференциальные уравнения во второй задаче можно записать в симметричном виде

$$dx = (dr/n)(z - x),\ dy = (dr/n)(x - y),\ dz = (dr/n)(y - z),$$

и что сумма S равна

$$S = (1/3)[e^{\alpha r/n} + e^{\beta r/n} + e^{\gamma r/n}],$$

где α, ß и γ – три различных значения $\sqrt[3]{1}$.

Величина x в первой задаче, см. формулу (7), а также S и A, см. формулы (10) и (9), зависят от дискретного “времени” r/n, что характерно для неоднородных по времени случайных процессов. Аналогичная зависимость имеет место для отношения s/ξ, см. формулу (3).

Пусть N шариков (например, 100) пронумерованы по порядку и распределены в две урны. Урна A содержит P_0 (например, 90), урна B, следовательно, $Q_0 = (N - P_0)$ шариков. […] *Кроме того, в мешочке находятся N лотерейных билетов, пронумерованных от 1 до N. Через каждую единицу времени один билет вынимается* [из мешочка] *и вкладывается обратно. Каждый раз, когда вынут некоторый номер, шарик с тем же номером перепрыгивает из той урны, в которой он лежит, в другую, и остается там до тех пор, пока его номер не выпадет снова.*

Такова знаменитая модель Эренфестов (Эренфест 1907/1972), недавно проверенная экспериментально (Кас 1964, с. 108):

Всего 2 минуты времени на компьютере заняли 200 000 перекладок в этой модели с 16 384 условными шариками. Вначале все шарики были в урне A, но их число […] *убывало экспоненциально до достижения равенства при 8192 шариков* […] *в каждой урне. После этого колебания были незначительны*.

Кац не преминул, однако, заметить, что каждая динамическая система со временем сколь угодно близко вернется в первоначальное состояние (Пуанкаре).

Модель Эренфестов можно описать уравнениями (8), а поскольку Лаплас также исследовал ее,то более правильно было бы называть ее моделью Даниила Бернулли – Лапласа – Эренфестов.

Об урновых задачах у Бернулли см. также Urban (1932).

7. Приложение

7.1. Даламбер. Мы сослались на него и на его критику Бернулли в п. 2. Он опубликовал немало мемуаров и заметок по теории вероятностей[7], в которых высказывал свои сомнения в ее основных принципах и критиковал других ученых. Эту теорию он даже не относил к "точным и верным исчислениям ни по принципам, ни по результатам" (1768b, с. 309 – 310). Будучи иногда совершенно ошибочными, его выводы вряд ли непосредственно повлияли на современников или последующих авторов, однако они всё же свидетельствовали о недостаточной строгости некоторых положений теории вероятностей и, особенно, принципов ее приложения.

Даламбер трезво оценивал практическую невозможность осуществления редких событий при первом же испытании, и потому подсчеты ожидаемых выигрышей в азартных играх представлялись ему бесполезными, и он также заявил, что необходимо качественно отличать абсолютную достоверность от *наивысшей вероятности*. Рассмотренные совместно, эти высказывания означали, что не следует ожидать неожиданной удачи, но понимать, что рано или поздно произойдет какая-то редкостная неприятность.

Каким-то образом Даламбер не согласился с введением в статистику населения двух разных понятий о продолжительности жизни, – вероятной и средней, – и даже посчитал это различие дополнительным доводом против теории вероятностей. Гюйгенс, однако, прекрасно разобрался в нем, притом уже в переписке 1669 г.

Даламбер также допустил ошибки при комментировании мемуара Бернулли 1766 г. о вариоляции оспы (п. 4.1), но высказал и дельные мысли. Так, он заявил, что необходима дополнительная статистическая проверка параметров эпидемий оспы (чисел n и m у Бернулли) и что выводы о преимуществе вариоляции нельзя основывать лишь математически. Не всякий, как он указал, согласится продолжить свою жизнь на два года, но зато пойти пусть на малый риск немедленной смерти. Кроме того, как он добавил, инокуляция детей сопряжена с моральными проблемами (что прекрасно понимал и Кондамин). Собственные математические рассуждения Даламбера о вариоляции не вполне удачны, но заслуживают серьезного внимания (Dietz & Heesterbeek 2002, с. 12 – 13). В целом Даламбер одобрял вариоляцию, но полагал необходимым материально компенсировать семьи погибших от нее или выдавать им специальные медали.

Наконец, Даламбер не согласился с рассуждением Бернулли о закономерности малых наклонностей планет (п. 2), назвав его *доводом к человеку*, но не разъяснил своей точки зрения.

7.2. Бюффон. В истории теории вероятностей Бюффон известен в связи со своим *Опытом* (1777). В нем содержатся

1. Примеры вычисления геометрических вероятностей (§ 23). Именно он окончательно ввел в теорию вероятностей это понятие.

2. Текст его письма Крамеру 3 октября 1730 г. (§ 6), в котором Бюффон утверждал, что цена денег субъективна. Бернулли (п. 3) придал этому утверждению количественный характер.

3. Текст его письма Бернулли 1762 г. (§ 8, прим.), в котором Бюффон ввел *среднего человека*, который впоследствии стал центральным понятием у Кетле:

Таблицы смертности всегда относятся к среднему человеку, т. е. к людям вообще, вполне хорошо себя чувствующим или больным, здоровым или немощным, крепким или тщедушным.

4. Обсуждение петербургской игры (см. п. 3). Бюффон (§§ 15 – 16) указал на противоречие между здравым смыслом и математическим вычислением и предложил несколько вариантов разрешения этого парадокса, одно из которых было принято Даламбером. Оно состояло в том, чтобы низкие вероятности считать равными нулю, и с этим согласился и Бернулли в ответе на письмо Бюффона (§8, прим.).

Примечания

1. В указанном источнике этой переписке 1723 – 1730 гг., 71 письмо, посвящены Письма 10 – 15 (1724 г.) и 20 (1725 г.). с. 199 – 226 и 240 – 241.

2. Мы имеем в виду общеизвестное утверждение Ньютона (Вопрос 31 из его *Оптики* 1704 г.), см. Шейнин (2005, с. 43).

3. Поскольку Остроградский не опубликовал своего исследования, позволительно предположить, что он в какой-то степени разочаровался в нем.

4. См. White (1896), который привел и многие другие примеры противодействия теологов медицинским открытиям. Он, впрочем, противопоставил теологию религиозной практике.

5. Вначале Бернулли (1760) опубликовал популярный очерк, в котором пылко описывал громадную пользу вариоляции. Его основной мемуар предварялся в том же источнике анонимным сообщением о нем от имени Парижской академии наук.

6. Здесь и ниже – современные термины.

7. Разобраться в них трудно; библиографию его работ см. Paty (1988).

Библиография

Daniel Bernoulli, Даниил Бернулли

(1724), *Exercitationes quaedam mathematicae.* В книге автора (1996, pp. 297 – 362).

(1735, латин. и франц.), Recherches physiques et astronomiques […] Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des planètes […]. В книге автора, только франц. вариант (1987, pp. 303 – 326).

(1738a, латин.), Опыт новой теории измерения жребия. В книге *Теория потребительского поведения и спроса*. СПб, 1999, с. 11 – 27.

(1738b, латин.), *Гидродинамика*. Ленинград, 1959.

(1760), Reflexions sur les avantages de l'inoculation. В книге автора (1982, pp. 268 – 274). Размышления о выгоде вариоляции. В книге Шейнин (2007, с. 40 – 47).

(1766), Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. В книге автора (1982, pp. 235 – 267). Опыт нового исследования смертности, вызванной оспой, и выгоды вариоляции для ее предотвращения. В книге Шейнин (2007, с. 48 – 85).

(1768a), De usu algorithmi infinitesimalis in arte coniectandi specimen. В книге автора (1982, pp. 276 – 287).

(1768b, латин.), О средней продолжительности браков при всяком возрасте супругов и о других смежных вопросах. В книге Птуха М. В. (1955), *Очерки по истории статистики в СССР*, т. 1. М., 1955, с. 453 – 464.

(1769, рукопись, латин.), The most probable choice between several discrepant observations and the formation therefrom of the most likely induction. В книге *Festschrift for Lucien Le Cam.* New York, 1997, pp. 358 – 367.

(1770), Disquisitiones analyticae de nouo problemate coniecturale. В книге автора (1982, pp. 306 – 324).

(1770 – 1771), Mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata. Там же, с. 326 – 338, 341 – 360).

(1778, латин.), The most probable choice between several discrepant observations and the formation therefrom of the most likely induction. *Biometrika*, vol. 48, 1961, pp. 1 – 13; Pearson & Kendall (1970, pp. 157 – 167). Наиболее вероятный выбор из нескольких не согласующихся друг с другом наблюдений и соответствующее составление наиболее подходящего вывода. В книге Шейнин (2006, с. 237 – 254).

(1780), Specimen philosophicum de compensationibus horologicis, et veriori mensura temporis. В книге автора (1982, pp. 376 – 390).

(1982 – 1996), *Werke*, Bde. 1 (1996), 2 (1982), 3 (1987). Basel.

Bernoulli D., D'Alembert J. Le Rond (1971), *Smallpox Inoculation*. Nottingham. Переводы (L. Bradley): Bernoulli (1766), D'Alembert (1761, pp. 26 – 45; 1768a).

Другие авторы

Буняковский В. Я. (1846), *Основания математической теории вероятностей*. СПб.

Губерт В. О. (1896), *Оспа и оспопрививание*, т. 1. СПб.

Остроградский М. В. (1961), *Педагогическое наследие. Документы о жизни и деятельности*. Ред., И. Б. Погребысский, А. П. Юшкевич. М.

Смирнов В. И. (1959), Даниил Бернулли. В книге Bernoulli (1738b/1959, с. 433 – 501).

Тихомиров Е. И. (1932), Инструкции русским метеорологическим станциям в XVIII веке. *Изв. Гл. геофизич. Обс.*, № 1 – 2, с. 3 – 12.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1968), On the early history of the law of large numbers. *Biometrika*, vol. 55, pp. 459 – 467. Pearson & Kendall (1970, pp. 231 – 239).

--- (1970a), К истории предельных теорем Муавра – Лапласа. *История и методология естественных наук*, вып. 9, с. 199 – 211.

--- (1970b), Daniel Bernoulli on the normal law. *Biometrika*, vol. 57, pp. 199 – 202.
--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также www.sheynin.de.
--- (2006), *Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de.
--- (2007), *Третья хрестоматия по истории* … Берлин. Также www.sheynin.de.
Юшкевич А. П. (1986), Николай Бернулли и издание "Искусства предположений". *Теория вероятностей и ее приложения*, т. 31, с. 333 – 352.
Anonymous (1766), Sur une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. *Hist. Acad. Roy. Sci. 1760 avec Mém. math. et phys. pour la même année*, pp. 179 – 194. О новом исследовании смертности, вызванной оспой, и о выгоде вариоляции для ее предотвращения. В книге Шейнин (2007, с. 34 – 39).
Bertrand J. (1888), *Calcul des probabilités.* Paris. Перепечатки: Нью-Йорк, 1970, 1972.
Buffon G. L. L. (1777), Essai d'arithmetique morale. *Oeuvr. philos*. Paris, 1954, pp. 456 – 488. Опыт моральной арифметики. В книге Шейнин (2007, с. 93 – 125), частичный перевод.
Cantor M. (1901, 1908), *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Bde. 3 – 4. New York, 1965.
Condamine C. M. (1759), Sur l'inoculation de la petite vérole. *Hist. Acad. Roy. Sci. 1754 avec Mém. math. et phys. pour la même année*, pp. 615 – 670 Мемуаров.
--- (1763), Second mémoire sur l'inoculation de la petite vérole contenant la suite de l'histoire de cette méthode et de ses progrès, de 1754 à 1758. Там же, с. 439 – 482 Мемуаров.
D'Alembert J. Le Rond (1761), Sur l'application de calcul des probabilités à l'inocualtion de la petite vérole. *Opusc. Math.*, t. 2. Paris, pp. 26 – 97.
--- (1768a), Sur la durée de la vie. Там же, t. 4. Paris, pp. 92 – 98.
--- (1768b), Sur le calcul du probabilités. Там же, с. 283 – 310.
De Moivre A. (1718, 1738, 1756), *Doctrine of Chances*. Перепечатка последнего издания: Нью-Йорк, 1967.
Dietz K., Heesterbeek J. A. P. (2002), Daniel Bernoulli's epidemiological model revisited. *Math. Biosciences*, vol. 180, pp. 1 – 21.
Ehrenfest P., Ehrenfest T. (1907, нем.), О двух известных возражениях против Н-теоремы Больцмана. В книге Эренфест П. *Сборник статей.* М., 1972, с. 89 – 97.
Euler L. (1778, латин.), Observations on the foregoing dissertation of Bernoulli. *Biometrika*, vol. 48, 1961, pp. 13 – 18; Pearson & Kendall (1970, pp. 167 – 172). Замечания к предшествующему рассуждению прославленного Бернулли. В книге Шейнин (2006, с. 254 – 267).
Fourier J. B. J. (1819), Extrait d'un mémoire sur la théorie analytique des assurances. *Annales de chimie et de physique*, t. 10, pp. 177 – 189. Сам мемуар, видимо, не был опубликован.
Fuss P. N. (1843), *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII siècle*, t. 2. Petersbourg.

Gridgeman N. T. (1960), Geometric probability and the number π. *Scripta math*., vol. 25, pp. 183 – 195.
Huber F. (1959), *Daniel Bernoulli als Physiologe und Statistiker*. Basel.
Kac M. (1964), Probability. *Scient. American*, vol. 211, No. 3, pp. 92 – 108.
Karn M. N. (1931), An inquiry into various death-rates and the comparative influence of certain diseases on the duration of life. *Annals of Eugenics*, vol. 4, pp. 279 – 326.
Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London.
Laplace P. S. (1812), *Théorie analytique des probabilités. Oeuvr. Compl*., t. 7. Paris, 1886.
Montmort P. R. (1708), *Essai d'analyse sur les jeux de hazard*. Paris, 1713. Перепечатка: Нью-Йорк, 1980.
Netto E. (1908), Wahrscheinlichkeitsrechnung. В книге Cantor (1908/1965, pp. 221 – 257).
Paty M. (1988), D'Alembert et des probabilités. В книге Rashed R., редактор *Sciences à l'époque de la Révolution française*. Paris, pp. 203 – 265.
Pearson E. S., Kendall M. G., редакторы (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability*. London.
Struyck N. (1740, голл.), Hypothèses sur l'espèce humaine. В книге автора *Oeuvres qui se rapportent au calcul des chances*. Amsterdam, 1912, pp. 165 – 249.
Todhunter I. (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability*. New York, 1949, 1965.
Urban F. M. (1932), Das Mischungsproblem des Daniel Bernoulli. *Atti del Congr. Intern. Matematici 1928*, t. 6. Bologna, pp. 21 – 25.
White A. D. (1896), *History of the Warfare of Science with Theology in Christendom*, vols 1 – 2. London – New York, 1898. Большое число последующих изданий вплоть до 1955 г.

X. Открытие принципа наименьших квадратов

The discovery of the principle of least squares
Historia Scientiarum, vol. 8, 1999, pp. 249 – 264

1. Введение

1.1. Цель статьи и обозначения. Наша тема более или менее известна, и мы сами опубликовали несколько соответствующих статей (1979, 1993, 1994, 2007а). Строгие математические описания обоснований метода наименьших квадратов (МНКв) предлагались неоднократно, например Петровым (1954) и Хальдом (1998). Тем не менее, продолжают появляться новые подробности, а некоторые, казалось бы давно установленные, факты начинают подвергать сомнению и мы постараемся заново обсудить весь имеющийся материал.

В п. 2 мы кратко описываем работу предшественников Гаусса; п. 3 посвящен раннему применению принципа наименьших квадратов (ПрНКв) Гауссом, а в п. 4 описывается ознакомление с этим принципом друзей и коллег Гаусса еще до появления мемуара Лежандра (1805) и, наконец, в п. 5 мы кратко обсуждаем вычислительную сторону вопроса. Послесловие, написанное только сейчас, опровергает хулу, выблеванную на Гаусса.

Ссылки на письма Гаусса Ольберсу и Шумахеру мы обозначаем сокращенно: Г – О и Г – Ш; W-i обозначает том i трудов (*Werke*) Гаусса, а W/Erg-i – ссылка на дополнительный том i его трудов (Ergänzungsreihe). Наконец, мы часто упоминаем комментаторов Brosche & Odenkirchen (1996 – 1997), обозначая этот источник БиО.

1.2. Условие, принцип и метод наименьших квадратов. Условие наименьших квадратов

$$\Delta w_1^2 + \Delta w_2^2 + \ldots + \Delta w_n^2 = \min \qquad (1)$$

накладывается на остаточные свободные члены Δw_i несовместной системы n линейных уравнений с m неизвестными ($m < n$)

$$a_i x + b_i y + c_i z + \ldots + w_i = 0,\ i = 1, 2, \ldots, n \qquad (2)$$

с целью определить разумный набор значений (оценок) неизвестных. Иначе: эта система решается по ПрНКв.

Термином метод наименьших квадратов (МНКв) мы называем только теорию, опубликованную Гауссом в 1823 – 1828 гг., а под неизвестными мы будем понимать и их оценки, полученные по ПрНКв.

1.3. Предшествующие методы решения несовместных систем линейных уравнений. Эти методы мы описали раньше (1993, § 4). Один из них состоял в решении всех подсистем из m уравнений каждая (что было возможно при $m = 2$ и, быть может, $m = 3$) и осреднении полученных для каждого неизвестного частичных решений. В XIX в. было доказано, что при подходящем взвешивании подсистем (чего никогда не делали) этот метод равносилен ПрНКв.

2. Предшественники Гаусса

2.1. Лежандр (1805). Он (с. 72 – 73) первым опубликовал условие (1):

Особенно следует поступать так, чтобы крайние ошибки без учета их знака были заключены в самые тесные как только возможно границы. Из всех принципов, которые могут быть предложены [для решения систем (2)] *нет, как я полагаю, более точного и простого в применении, чем тот, который мы использовали в настоящей работе. Он состоит в том, чтобы привести к минимуму сумму квадратов ошибок. Этот метод устанавливает своего рода равновесие между ошибками, которые, поскольку оно не позволяет преобладать крайним, подходит для выявления состояния системы, наиболее приближающейся к истине.*

Утверждение о крайних ошибках неверно: “самые тесные границы” для них обеспечивает метод минимакса[1]. Далее, нельзя приводить к минимуму никакую функцию от ошибок, поскольку они неизвестны, фактически же приводят сумму квадратов остаточных свободных членов.

2.2. Эдрейн (1809). В мемуаре 1808 г., – а фактически 1809 г. (Hogan 1977), – он обосновал нормальный закон ошибок наблюдений, вывел условие наименьших квадратов и применил его к решению нескольких важных задач (Шейнин 1965; Dutka 1990). Теоретическая часть его исследования была неудовлетворительна, но одно (из двух) его обоснований нормального закона повторили Джон Гершель и Максвелл.

2.3. Хубер. До последнего времени считалось, что швейцарский астроном и математик Даниил Хубер применил условие (1) до 1802 г. (Шейнин 1993, с. 49), однако Dutka (1990), видимо, опровергнул это мнение. Он обнаружил забытую статью Spieß (1939), автор которой (с. 12) сослался на самого Хубера, упомянувшего Лежандра и его "критерий наим. квадратов".

3. Гаусс

3.1. Открытие. Гаусс пришел к условию (1) в 1794 или 1795 г., о чем и сообщил в своих работах (1806; 1809a; 1809b, § 186), а также в своих письмах , например Г – О, 30.7.1806, W/Erg-4, с. 305; Лапласу 30.1.1812, W-10, часть 1-я, с. 373; Г – Ш 3.12.1831 и 6.7. 1840, W/Erg-5, ч. 1, с. 292 и ч. 2, с. 387.

В письме Лапласу Гаусс упомянул важное обстоятельство:

Впрочем, мое <u>*частое*</u> *применение этого метода началось только в 1802 г., и с тех пор я использую его, можно сказать, ежедневно в своих астрономических вычислениях, относящихся к новым* [к малым] *планетам*.

И вот другое утверждение Гаусса (1809b, § 186): "Впрочем, наш принцип, которым мы пользуемся с 1795 г., еще недавно был изложен известным Лежандром […].". Выражение "наш принцип" разозлило Лежандра. В письме Гауссу 31.5.1809 (W-9, с. 380) он в сильных выражениях заявил, что приоритет в науке устанавливается только по публикациям. Не получив ответа, он (1820, с. 79 – 80) обвинил Гаусса в присвоении условия (1): Если его утверждение

Не является решающим, то оно по крайней мере ясно, и, особенно, крайне удобно. В соответствии с подобной системой история науки будет описываться намного проще. Открытие не будет больше принадлежать тому, кто его установил, но разве это важно?! […] *Разве подобная система приемлема? До сих пор* […] *она не приходила нам в голову.* […] *Мы полагали, что открытия неизменно обеспечены тому, кто первым обнародовал его, и что все противоречащие притязания могут подвергнуть* [иных лиц] *подозрениям в оскорбительном складе характера*.

Гаусс ответил на эту критику только в упомянутом письме Лапласу. Указав дату своего открытия и описав его применение в своей работе, он спросил риторически:

Мог бы я говорить об этом принципе, о котором я уже в 1803 г. сообщил своим друзьям в качестве части своего в то время подготавливаемого труда [*Теории движения* 1809 г.] *как о методе, воспринятом от г-на Лежандра*?

И всё же лучше было бы сказать в 1809 г. (см. выше): "Был изложен и опубликован Лежандром". Известны и другие подобные эпизоды, касающиеся Гаусса, см., например, Biermann (1966, с. 17 – 18), который тем не менее указал, что "Что запрещено обычному автору, должно быть вполне разрешено гауссам, и по меньшей мере мы обязаны уважать его основания". Он указал источники, подтверждающие, что Гаусс вообще не любил ссылаться на других авторов.

Да, но Гаусс (1823а, § 17) имел повторную возможность подправить свое высказывание 1809 г., однако, напротив, вообще не упомянул Лежандра[2]: на предположении о нормальном распределении

Основан способ, давно уже применявшийся нами, главным образом в астрономических вычислениях, а теперь применяемый многими вычислителями под названием [которое предложил Лежандр] *метода наименьших квадратов*.

Он не считал вклад Лежандра серьезным. Вот, действительно, еще одна фраза из его письма Лапласу: "Я не тороплюсь публиковать отдельные отрывки, и поэтому г-н Лежандр опередил меня". В письме Ольберсу 24.1.1812 (W/Erg-4, с. 494), т. е. всего за неделю до этого, Гаусс отрицательно отозвался о необоснованных правилах уравнивания наблюдений и добавил (как, впрочем, и в письме Лапласу), что удивлен, что ПрНКв не был открыт сотню лет назад. Более того (Г– Ш 24.6.1850, W-6, с. 89), Гаусс долгое время считал, что лишь открыл этот принцип заново.

3.2. Нормальное распределение. Очень возможно, что Гаусс вывел его в 1798 г. Именно тогда он (W-10, ч. 1, с. 533) записал в своем дневнике знаменитую фразу: "Защитил теорию вероятностей от Лапласа". В своих письмах Гаусс (Г – О 24.3.1807 и 24.1.1812, W/Erg-4, с. 329 и 493 – 494) объяснил, что в то время (1798 г.) доказал, что метод [Бошковича] уравнивания наблюдений, который применил Лаплас, не соответствует принципам теории вероятностей. А в письме Лапласу (п. 3.1) Гаусс вежливо указал, что МНКв "сближается с принципами исчисления вероятностей". Действительно, при нормальном распределении ошибок наблюдений этот метод является самым разумным[3].

В другом месте Гаусс (1821, с. 143) заявил, что в 1797 г. (!) "впервые" исследовал уравнивание наблюдений "при помощи основных законов теории вероятностей" и

Скоро убедился, что разыскание вероятнейших значений неизвестных величин было бы невозможным, не будь известна функция, которая представляет собой вероятность ошибок.

Далее Гаусс описал ход своих рассуждений (опубликованных в 1809 г.), и никаких других дат не указал.

3.3 Первая форма принципа. Гаусс (Г – О 30.7.1806, W/Erg-4, с. 305) заметил, что к тому времени его *метод* "настолько изменился, что почти уже не напоминает своего первоначального вида, набросок которого Вы [Ольберс] имели". Тогда же Гаусс (1806) повторил это разъяснение и добавил, что "особенно" совершенствовал свой метод "в прошлую зиму".

По контексту следует, что Гаусс имел в виду астрономическую теорию своего метода, но вполне возможно, что включал в него и обработку наблюдений. Действительно, он сообщил там же, что еще не видел работы Лежандра и что применяет свой метод вот уже 12 лет. Припоминая (п. 3.2), что Гаусс занимался теорией вероятностей в 1797 – 1798 гг., мы полагаем, что с 1805 или 1806 г. он вернулся к ней и по существу, и в методологическом смысле (п. 3.4).

Мы не согласны с БиО (с. 19), которые склонны полагать, что Гаусс не вывел нормальных уравнений до 1805 или 1806 г. Они (с. 12) даже утверждают, что Gerardy (1977) не нашел этих уравнений в рукописях Гаусса 1802 – 1807 гг., но это недоразумение, см. в указанной статье с. 10 – 11. БиО (с. 12) заключили, что Гаусс был вынужден прибегать к итерационным методам, что вряд ли верно, см. § 5.2. Имеются серьезные основания полагать (Stewart 1995b, с. 209), что Гаусс сразу же придумал свой знаменитый способ решения нормальных уравнений: в июне 1798 г. он (W-10, ч. 1, с. 533) записал в своем дневнике: *Problema eliminationis ita solutum ut nihil desiderari possit* (Задачу исключения решил так, что ничего [большего] не нужно желать).

Но мы заметим еще, что эта фраза напоминает последующее выражение Гаусса (1823а, § 32), в котором он сослался на оценку сравнительной точности неизвестных при их последовательном исключении: *Nihil amplius desiderandum relinquere videtur* (Ничего лучшего и желать не надо). Стюарт полагает, что Гаусс уже в 1798 г. был в состоянии оценивать точность, но это менее очевидно.

И вот наш последний источник (Гаусс, примерно 1805, с. 161):

В течение этого промежуточного времени [с октября 1801 г.] *я так много вновь и вновь изменял в своем первоначально примененном методе, так много добавил и для многих его частей проложил совсем иные пути, что между тем способом, каким я вначале действительно вычислял планетные орбиты и тем, как я это выполняю в нынешнем сочинении, можно отыскать лишь незначительное сходство*[4].

3.4. Вероятностный подход. Переход от старой формы к новой произошел "в особенности прошлой зимой" (Гаусс 1806), т. е. в начале 1806 г. или в самом конце 1805 г. Над первичным немецким текстом *Теории движения* Гаусс начал работать осенью 1806 г. и закончил эту работу в апреле (быть может мае) 1807 г., затем стал переводить рукопись на латинский язык, набор же по-видимому "начался" в ноябре[5].

Раздел, посвященный вероятностной обработке наблюдений, был, видимо, закончен последним (им заканчивается книга); вот что указал сам Гаусс (Г – О 24.3.1807, W/Erg-4, с. 329): "Я теперь работаю над [этой] проблемой, основываясь на исчислении вероятностей". Представляется, что *работаю* означало *занимаюсь отделкой* или *разрабатываю практическую часть*, или быть может *изучаю метод оценивания точности неизвестных*. Действительно, трудно представить, чтобы Гауссу к тому времени требовалось что-либо еще. Вспомним также, что немецкий вариант рукописи он закончил в апреле-мае 1807 г.

3.5. Опубликованный текст *Теории движения*. Можно полагать, что Гаусс уделил много внимания улучшению своего изложения, а может быть и существа ПрНКв при переводе текста на латинский язык. Вот свидетельство Ольберса (О – Г 27.6.1809, W/Erg-4, с. 436):

Вы действительно были правы, когда сказали мне, что после последовательных усовершенствований Ваш метод в его нынешнем виде вряд ли напоминает свою первоначальную форму. И латинская переработка, как мне кажется, насколько я припоминаю немецкий текст после его поверхностного просмотра, еще намного улучшила метод.

Немало можно сказать о методических недостатках *Теории движения* (например, о ее § 177), но в любом случае Гаусс действительно постарался всё усовершенствовать, см. его соответствующее высказывание (1806) в п. 3.3. ПрНКв в этом сочинении включал

a) Вывод нормального закона распределения ошибок наблюдения[6].

b) Следствие: появление условия (1).

c) Определение сравнительной точности неизвестных.

Гаусс (§ 184) привел и пример уравнивания наблюдений. Взяв 4 наблюдения с тремя неизвестными, он выписал соответствующую систему нормальных уравнений и решил ее. Промежуточные вычисления он опустил и о вычислительной стороне дела он почти ничего не сказал, см. п. 5.3.

4. Применение открытия и сообщение о нем

В 1986 г. толковый американский статистик не поверил в раннее (до 1805 г.) применение Гауссом ПрНКв и превознес до небес заслуги Лежандра, а по поводу оповещения друзей об этом принципе просто оклеветал Гаусса. Таков был первый случай оскорбления великого ученого со времени его смерти. Мы (1993, § 7) опровергли эти измышления, равно как и сопутствующее низложение Эйлера (чего уж мелочиться!), однако и до сих пор (2007 г.) статистическое сообщество считает этого пакостника полубогом. См. п. 6.

4.1. Применение принципа наименьших квадратов. Итак, для чего Гаусс применял условие (1) до 1805 г.?

1. Он “видимо” сформулировал это условие при уравнивании аппроксимаций [при вычислении квадратных корней] и отыскании законосообразности в распределении простых чисел, см. May (1972, с. 299), который, однако, не развил своей мысли. Но вот частично относящееся сюда замечание (Maennchen 1918, с. 19 – 20):

Напрашивается вопрос, как при помощи этих двух приближенных значений можно подойти возможно ближе к истинному значению. В более общей форме этим вопросом, как известно, Гаусс усиленно занимался и нашел его завершение в знаменитом методе наименьших квадратов.

Feci quod potui, faciant meliora potentes! (Я сделал всё, что мог. Кто может, пусть сделает лучше.)

2. Обработка градусных измерений (Гаусс 1799b). Эту попытку Гаусса рассматривали БиО и заключили, на с. 19, что дошедший до нас текст не позволяет доказать, что он применял при этом ПрНКв. Мы, однако, убеждены, что ни в одном случае нельзя доказать подобного отрицательного вывода, см. п. 5.1.

Эти же авторы замечают, что в письме Шумахеру 3.12.1831 W/Erg-5, ч. 1, с. 292) Гаусс не указал, что применял при этой обработке ПрНКв[7], но мы с этим не согласны. Вот, действительно, выдержка из этого письма:

Указанное Вами место у Цаха [в его журнале] *мне хорошо известно. Упомянутое там приложение м. наим. кв. относится к опубликованному ранее в том же журнале извлечению из таблицы уравнения времени Улугбека*

(см. ниже). В другом письме Гаусс (Г – О 24.1.1812, W/Erg-4, с. 493) упоминает обе заметки на равных основаниях.

Это уравнивание исследовал Dutka (1996), который полагает (но не доказывает), что Гаусс применял-таки ПрНКв. Не смогли этого доказать и Gilstein & Leamer (1983, с. 946). Видимо, окончательного ответа здесь нельзя ожидать.

3. Редуцирование таблицы Улугбека уравнения времени (Гаусс 1799a). Dutka (1996, с. 362) считает, что здесь Гаусс действительно применил условие (1); сам Гаусс так и утверждал (Г – О 24.1.1812, W/Erg-4, с. 493; Г – Ш 3.12.1831, W/Erg-5, ч. 1, с. 292). БиО, однако (с. 43), утверждают, что заключение Дутки не убедительно, но они не сослались на Бренделя (Гаусс 1799a, с. 67), который комментировал указанную работу и опередил Дутку в своем выводе.

4. Определение элементов орбит четырех первых малых планет. Гаусс заявил, что применял при этом свой *метод*, см. его письма Цаху (Гаусс 1806), Ольберсу (24.1.1812, W/Erg-4, с. 493) и Лапласу (30.1.1812, W-10, ч. 1, с. 373). В двух последних случаях он упомянул МНКв. И вот не известное ранее письмо Гаусса Маскелайну 19.5.1802, Roy. Greenwich Obs., шифр 4/122:2):

Получив наблюдения д-ра Ольберса вплоть до 17-го апреля, я по любознательности попытался применить к ним тот же метод, который употребил в своих вычислениях, относящихся к Церере, и который без всяких произвольных допущений так точно обеспечивает истинное коническое сечение, как только возможно по сути задачи и точности наблюдений.

Утверждения Гаусса не являются общепризнанными. Marsden (1995, с. 185), например, усомнился в них и указал, что [во всяком случае] Гаусс "очень неохотно" применял условие (1). Нельзя ли, впрочем, добавить: неохотно стрелял из пушки по воробьям? БиО (с. 11) одобрительно ссылаются на Марсдена и дополнительно указывают, что Gerardy (1977), по его словам, описал первое применение ПрНКв (с 1803 г.) в геодезических вычислениях.

Мы никак не согласны с ними, потому что Gerardy видимо имел в виду первое применение в геодезии, и мы еще раз отсылаем читателей к нашему п. 5.1.

5. Уравнивание геодезических сетей. Используя архивные материалы, Gerardy (1977) заметил, что в 1802 – 1807 гг. Гаусс принял участие в геодезических работах (частично для своего собственного удовольствия) и заключил (с. 19, прим. 16), что он начал применять ПрНКв не позже, чем в 1803 г.

4.2. Оповещение друзей и коллег до 1805 г. Мы (1993, § 7.2) уже указали, что Гаусс сообщил о своем открытии Бесселю, теперь же назовем в этой же связи и его, и еще нескольких лиц.

1. Ольберс. Гаусс (4.10.1809, W/Erg-4, с. 441) спросил его, не помнит ли он, что узнал о ПрНКв от него, Гаусса, в 1803 г., а затем и в 1804 г. Позже, 24.1.1812, Гаусс (там же, с. 493) снова обратился к нему, спросив теперь, готов ли Ольберс подтвердить этот факт в печати. На этот раз ответ Ольберса (10.3.1812, там же, с. 495) известен: "Да, охотно, с готовностью", при первом же удобном случае. Но с 1812 по 1815 год включительно Ольберс опубликовал лишь несколько сообщений о наблюдении комет (см. *Catalogue of Scientific Literature* Королевского общества за XIX в.), и случай выполнить обещание представился лишь позже (Olbers 1816, с. 192 прим.):

Уже в июне 1803 г. Гаусс любезно сообщил мне об этом методе как о давно используемым им и указал, как его применять.

Много позже Гаусс (Г – Ш 3.12.1831, W/Erg-5, ч. 1, с. 292) заметил по поводу Ольберса: "хоть это признание было сделано от чистого сердца, я бы его ни в коей мере не одобрил, спроси он меня заранее"; он, Гаусс, всё объяснил в 1809 г. и не нуждался ни в каких подтверждениях. Это, конечно, было запоздалым отказом от прежней просьбы, но у Гаусса скорее вообще раньше не было установившегося мнения по этому вопросу.

Отвечая на письмо Лапласа от 15.11.1811, Гаусс (30.1.1812, W-10, ч. 1, с. 374) указал, что сообщил о ПрНКв нескольким лицам, в том числе Ольберсу в 1803 г., "который наверняка должен помнить об этом". Он, Гаусс, полагает, *Что все те, кто знает меня, поверили бы мне на слово так же, как и я от всего сердца поверил бы, скажи г-н Лежандр, что был знаком с этим методом до 1795 г.*

Мог ли Гаусс к тому времени получить ответ на свою просьбу, отосланную лишь 6 дней ранее, от Ольберса? Трудно сказать, притом Ольберс ответил в марте (см. выше), так что вряд ли он стал бы сообщать что-то предварительно. Поэтому представляется, что если Гаусс и хотел заручиться обещанием Ольберса до своего ответа Лапласу, то передумал и ожидать ответа не стал. Это еще раз свидетельствует о том, что Гаусс, видимо, колебался. Заметим, наконец, что Лаплас очевидно хотел получить ответ Гаусса для своей вскоре вышедшей (в 1812 г.) *Аналитической теории вероятностей*. Там, в гл. 4-й, он действительно четко рассказал о заслугах Гаусса и Лежандра.

И Sartorius von Waltershausen (1856, с. 43), не указав, правда, своего источника, сослался на слова Гаусса: "Мне могли бы в самом деле поверить".

2 – 3. Тот же автор (там же) заметил, что Гаусс разъяснил свой метод Ольберсу и двум другим ученым, [Вольфгангу] Больяй и "одному знакомому из Южной Германии". Примерно тогда же Сарториус фон Вальтерсгаузен (12 и 28.8.1856, W/Erg-2, с. 157 и 158 – 159) обменялся письмами с Больяй. Вот что он написал:

Гаусс при случае рассказал мне, что сообщил Вам о методе наименьших квадратов. Вам известно, какой спор с французами произошел по этому поводу. Нет ли у Вас какой-либо подробной записи или замечания об этом?

Больяй ответил:

О шуме во Франции я совсем ничего не слыхал. […] *Я бы советовал не приходить в ярость, чтобы не затемнять прекрасный свет мягкого и великого ушедшего Солнца* [Гаусс умер 23 февраля 1855 г.] *грубой бурей.* – Contemne et vinces [Презирай и побеждай]. […] *Мой сын* [Янош, один из открывших неевклидову геометрию] *переписал письмо* [Гаусса]*, и я посылаю Вам эту его копию. Само письмо примерно 1802 или 1803 г. могло бы в указанном смысле служить доказательством, но оно* […] *сгорело.* […] *Он несомненно сообщал мне по случаю правила, полезные для применения, но я не нашел ничего в записанном виде.*

Сомнительно, чтобы "шум" во Франции продолжался так долго.

4. Мы (Шейнин 1993, с. 51) заметили, что Бессель (1832, с. 27) ознакомился с условием (1) до 1805 г. "по устному сообщению Гаусса", а БиО (с. 14 – 15) привели выдержку из соответствующего письма Бесселя Гумбольдту 19.4.1844 (Felber 1994, с. 174).

5. Линденау. В том же письме Лапласу 30.1.1812 Гаусс (W-10, ч. 1, с. 373) упомянул Линденау: в июне 1798 г. он, Гаусс, выяснил, что МНКв

Сближается с принципами исчисления вероятностей. Запись об этом содержится в дневнике моих математических занятий, который я вел и который в те дни показал г-ну Де Линденау.

Эта "запись" (п. 3.2) не упоминает МНКв, но вряд ли Гаусс не сказал ничего о нем своему собеседнику (хотя быть может и не пояснив ему суть дела).

6. Фон Цах. Гаусс (1799b) опубликовал письмо в журнале Цаха по поводу опечатки в данных о градусных измерениях и в частности указал: "Я обнаружил эту ошибку, когда применил свой метод, пример (Probe) которого я Вам представил". Здесь Цах добавил: "Об этом в другой раз".

Много позже Гаусс (Г – Ш 3.12.1831, W/Erg-5, ч. 1, с. 292) заметил, что действительно упомянул о своем методе Цаху, "однако не разъяснил ему его сути". И, вопреки мнению БиО (с. 15), мы не считаем, что разъяснение Гаусса полностью оправдывает молчание Цаха, которого Шумахер в предшествующем письме Гауссу (30.11.1831, W/Erg-5, ч. 1, с. 290) обвинил в нежелании защитить Гаусса: "другого раза так и не произошло"[8]. В пользу Цаха можно, однако, привести дальнейшие доводы, см. ниже, но представляется, что ему всё же следовало поступить решительнее.

В качестве редактора журнала он согласился с утверждением Гаусса (1806):

И мне [Гауссу] *приятно, что в 1802 г. я не ознакомил читателей со своим методом*[9] *вычисления орбит Цереры и Паллады*. […] *Ибо с тех пор я всё еще работал над его усовершенствованием*.

Цах (1813, с. 98 Прим.) еще раз косвенно признал научный приоритет Гаусса, на этот раз уже в качестве автора:

Прославленный д-р Гаусс владел этим методом с 1795 г. и с выгодой применил его при определении элементов эллиптических орбит четырех новых [малых] *планет, что усматривается из его замечательной работы* [*Теории движения*].

В *Теории движения* этого, однако, не усматривается.

Некоторые неблагоприятные высказывания о Цахе содержатся в переписке Гаусса со своими коллегами, включая Бесселя (Шейнин 1995, с. 171, Прим. 14). Тем не менее, по крайней мере в 1801 – 1802 гг. Цах отправлял Гауссу вполне дружественные письма (Брендель 1924, с. 17 и 12).

Есть еще одно обстоятельство. Анонимная рецензия на *Теорию движения*, опубликованная в том же 1809 г. в *Monatliche Correspondenz* содержала несколько строк об интересующем нас разделе этого труда, и, в частности (с. 191), следующее:

Это исследование привело его [Гаусса] *к недавно примененному для той же цели Лежандром методу наименьших квадратов*[10]*, который* [Гаусс], *однако, употреблял в своих вычислениях с 1795 г.*

и уже в то время сообщил некоторым из своих математических друзей.

Таково было еще одно (см. выше) редакторское согласие Цаха с утверждением Гаусса. На титульном листе соответствующего тома журнала было указано: "Издается под редакцией Барона Ф. Фон Цаха". Более того, Дутка (1996, с. 357), который и обнаружил указанное место в анонимной рецензии на *Теорию движения*, естественно приписал ее самому Цаху.

БиО (с. 43) утверждают, однако (но не доказывают), что рецензентом был Линденау. Впрочем, описывая посещение Линденау в 1809 г., Гаусс (Г – О, 12.9.1809, W/Erg-4, с. 439) сообщил, что "он очень жаловался, что астрономы так мало поддерживают его в выпуске М. С." Gresky (1968, с. 22) заметил, что в 1805 г. Цах передал редактирование своего журнала Линденау ("на многие зимние месяцы" и весьма лестно характеризовал своего помощника), см. с. 5 его тома 11.

Но в любом случае мы оставляем Линденау в нашем списке как одного из тех, кому Гаусс по меньшей мере частично сообщил о своем открытии, а Цаха оставляем по меньшей мере в качестве поверившего Гауссу.

7. Гаусс (Г – Ш 6.7.1840, W/Erg-5, ч. 2, с. 387) наверняка сообщил о ПрНКв и нескольким другим лицам (хотя быть может не столь известным):

Я весьма определенно вспоминаю, что часто, рассказывая о своем методе другим (как, например, в течение своего обучения в 1795 – 1798 гг. действительно происходило много раз), намеревался биться на что угодно, что Тобиас Майер в своих вычислениях уже применял тот же метод.

И, наконец, что заметил, например, Plackett (1972, с. 250), Лаплас (1812/1886, с. 353) признал научный приоритет Гаусса: за много лет до 1805 г. "он пришел к той же идее [что и Лежандр], которую часто использовал и о которой сообщил многим астрономам".

5. Гаусс: вычислительный аспект

Утверждалось, что по меньшей мере вплоть до 1807 г. Гаусс не применял нормальных уравнений (п. 3.3) и что в 1809 г. он не помышлял о вычислениях, связанных с ПрНКв (п. 5.3), а по поводу итераций некоторые авторы (БиО, с. 12) забывали, что Гаусс (п. 5.2) был зачинателем этого вида вычислений. См. об этом ниже.

5.1. Невозможность опровержения его научного приоритета. Астрономы продолжали применять более или менее произвольные методы решения систем (2), см. п. 1.3, и после всеобщего признания ПрНКв. Так, при калибровке термометров Бесселю (1826, с. 229), который составил систему из 26 исходных (не нормальных) уравнений с тем же числом неизвестных, пришлось отказаться от условия (1).

Гаусс (Г – Ш 24.6.1850, W/Erg-5, ч. 3, с. 90) обвинил Майера (который всё-таки, см. п. 4.2.7, не владел ПрНКв), в уравнивании наблюдений "не в соответствии с каким-либо последовательным принципом, а лишь доморощенными сочетаниями”. Он сослался на рукописи Майера, но возможно, что вычисления в них были в основном такими же, как и в его опубликованном сочинении 1750 г. Однако, сам Гаусс в более раннем письме Шумахеру того же года (там же, с. 66 – 67) описал свой собственный аналогичный метод вычислений, который он применил, правда, к калибровке анероидов, а не к исследованию либрации Луны, как Майер.

И кроме того Гаусс (1809b, § 185) указал, что “часто” допустимы вычислительные “вольности” при переходе от исходных уравнений к нормальным, и, например, Ньюком в 1897 г. (Шейнин 2002, с. 157) воспользовался этим замечанием (как, можно полагать, и сам Гаусс).

Уместно добавить, что по этой и другим причинам никакое повторение проведенных Гауссом вычислений не может послужить поводом для опровержения его утверждений о ранних применениях им ПрНКв. Среди этих других причин мы назовем:

b) Ошибки или опечатки в вычислениях. Гаусс действительно совершал ошибки, видимо потому, что не всегда проверял себя, см., например, Gerardy (1977) или его собственную методологическую заметку (1823b) с неверно решенной системой нормальных уравнений (перепутаны знаки *dx* и *dy*). Maennchen (1918, с. 65 и след.), который специально исследовал вычисления Гаусса, заметил, что тот вычислял “необычно быстро”, что и служило одной из причин ошибок.

c) Возможное (и, разумеется, неизвестное) взвешивание наблюдений.

d) Применение ПрНКв подчас лишь при пробных или вспомогательных вычислениях. О примыкающих утверждениях см. Брендель (1924) и Galle (1924, с. 9).

Есть и другие основания не доверять опровергателям, а именно их явное нежелание считаться ни с утверждениями самого Гаусса, ни с единодушным мнением его современников (двое из них указаны чуть выше, и к ним присоединился Лаплас, конец п. 4.2). Они, наконец, не считают нужным знакомиться с перепиской Гаусса.

5.2. Итерации. Гаусс был зачинателем метода геодезической релаксации, или по меньшей мере его нециклического одношагового варианта. Он (Г – Герлинг 26.12.1823, W/Erg-3, с. 298 – 302) указал, что применял итерации для решения нормальных уравнений[11] при уравнивании наблюдений на станции (т. е. при установлении окончательных значений углов или направлений на данном пункте триангуляции). Заметим, что Гаусс складывал все свои уравнения и включал суммарное уравнение в свою систему, обеспечивая контроль каждого шага приближений.

Гельмерт (1872, с. 133 – 136) описал метод итераций и упомянул Гаусса, но не дал точной ссылки, которую позднее привел Forsythe (1951), см. также Шейнин (1963). Гаусс (1828, §§ 18 – 20) также описал метод, который сейчас назывался бы блочной релаксацией Гаусса – Зейделя (Stewart 1995b, с. 230), сам же он (§ 20) назвал его “последовательными приближениями”. Тем самым Гаусс впервые применил впоследствии широко распространенный в геодезии метод группового уравнивания.

Dedekind (1901) засвидетельствовал, что в своих лекциях по МНКв Гаусс уделял много внимания итерациям и описал его пояснение, которое совпало с указанным им в письме Герлингу (см. выше). Итерации могут применяться для уравнивания по ПрНКв без составления нормальных уравнений, см., например, Black (1938), но нельзя сказать, поступал ли так Гаусс.

5.3. Алгоритм Гаусса. И всё же метод последовательных исключений неизвестных из нормальных уравнений[12] был у Гаусса основным, хотя бы потому, что итерации не обеспечивали оценки точности.

Алгоритм Гаусса очень прост, и Березкина (1970) даже заявила, что его знали и применяли древние китайские ученые. Она сослалась на *Математику в девяти книгах*, законченную наверняка до 150-го года до н. э. (и переведенную ей же на русский язык в 1957 г.), но написанную, видимо, несколькими авторами в течение какого-то периода времени.

Книга 8-я этого труда, как она (с. 165) указала, содержит разработанный алгоритм для решения линейных систем из n уравнений со столькими же неизвестными, отличающийся от гауссова лишь тем, что все операции производились на счетной доске. Березкина также описала содержащееся в указанном сочинении решение системы

$$x + (1/2)y = 48,\ (2/3)x + y = 48.$$

Впрочем, достоинство алгоритма Гаусса существенно возрастает с числом уравнений в системе и оказывается намного проще, если (как для нормальных уравнений) матрица системы симметрична и положительно определена. Добавим, что

a) Гаусс (1809b, §§ 183 – 184; 1823a, § 21) мог оценивать сравнительную точность неизвестных в процессе решения системы (хотя, конечно, при некоторых дополнительных вычислениях), см. также Шейнин (1994, с. 260).

b) Гаусс (1811, § 13; 1828, § 5 и след.) ввел исключительно удобные обозначения, так что его алгоритм стал теоретически изящным и простым. Статистики, начиная с Пирсона, правда, не воспользовались ими, что существенно затруднило их знакомство с теорией ошибок.

c) Либо сам Гаусс, либо его последователи придумали простое средство для контроля каждого шага вычислений, начиная с перехода от уравнений (2) к нормальным уравнениям, см. также п. 5.2, письмо Гаусса Герлингу, и Гельмерт (1872, § 14).

Вряд ли поэтому можно считать древних ученых предшественниками Гаусса. Некоторые авторы (Farebrother 1996, с. 208), правда, несколько условно полагают иначе, ссылаясь на другие описания древней китайской математики, но мы не видим, как можно оспорить наши выводы. Сам Farebrother (1999), кстати, не повторил впоследствии своего утверждения.

5.4. Гаусс никогда не забывал о вычислениях. Stewart (1995a, с. 5) заявил, что “В самой Теории движения нет рассуждений о вычислениях”. Он не сказал ничего нового, а его подтекст вводит в заблуждение и во всяком случае он (1995b, с. 227) впоследствии по существу отказался от своего замечания.

В *Теории движения*, сразу же после обоснования ПрНКв и до установления точности неизвестных, Гаусс (§ 180) указал, что его принцип “заслуживает внимания также на том основании, что численное определение неизвестных приводит к очень удобному способу вычислений”. В § 185 он добавил, что должен “воздержаться до другого случая” для изложения вычислительной стороны дела, “чтобы слишком не отвлекаться от нашей цели”. И очень скоро он (1810, с. 151) заметил, что “исключение [неизвестных] представляет собой в высшей степени тягостную работу, если число неизвестных сколько-нибудь велико”. Можно поэтому полагать, что подробное изложение своего алгоритма было для Гаусса (1811) в большой степени самостоятельной целью, отложенной по методической необходимости на два года[13].

В более широком смысле можно сказать, что Гаусс (Maennchen 1918, с. 3) часто подходил к своим открытиям при помощи “мучительно точных вычислений”. Автор продолжал: “В сочинениях Гаусса мы находим целые таблицы, одно составление которых заняло бы всю жизнь многих из вычислителей обычного склада”. Заметим, что Менхен совсем не рассматривал геодезических и астрономических вычислений Гаусса.

Признательность. Мы сами обнаружили местонахождение письма Гаусса Маскелайну (п. 4.1.4), но его ксерокопии смог получить проф. Куртис Уилсон. Он также любезно разрешил нам привести выдержку из этого письма.

Примечания

1. Vallee Poussin (1911, с. 2), как заметил Harter (1977, с. 17), бездоказательно утверждал, что Лежандр ввел условие (1), поскольку не знал, как свести к минимуму наибольшую по абсолютной величине ошибку.

2. Он (1821, с. 143), правда, упомянул Лежандра в малоизвестном автореферате этого сочинения.

3. Свойства оценок неизвестных, полученных по МНКв, зависят от закона распределения ошибок наблюдения (Петров 1954), но мы не будем здесь описывать этот известный факт.

4. Ольберс вернул этот *Набросок* (прим. 1805) Гауссу в 1805 г. (О – Г 2.11.1805, W/Erg-4, с. 276), что и позволяет установить дату его составления. Прежний вариант 1802 г. (Г – О 6.8.1802, там же, с. 65) утерян, см. замечание редактора (Шиллинга) на той же странице.

5. Брендель (W-12, с. 162 – 163) установил эти даты по переписке Гаусса с Ольберсом (письма 29.9.1806 и 28.4, 26.5 и 29.10. 1807, W/Erg-4, с. 308, 350 – 351, 365 и 388). Мы отвергаем любую возможность преднамеренного обмана в другом источнике (Гаусс – Лаплас 30.1.1812, W-10, ч. 1, с. 373), в котором Гаусс заявил, что хотел объединить все свои методы “В обширном труде (который я начал [составлять] в 1805 г. и немецкая рукопись которого была закончена в 1806 г.)”. И в любом случае обман не помог бы, поскольку мемуар Лежандра появился в 1805 г. Фон Цах тщетно рекомендовал Гауссу опубликовать свой труд по- французски (Г – О 24.3.1807, W/Erg-4, с. 330); об отношениях Гаусса с французскими учеными см. Reich (1996). Гаусс ровным счетом ничего не опубликовал на этом языке, хотя согласился с идеей Бертрана о переводе на французский своих сочинений по обработке наблюдений. Просмотреть выполненный перевод (Гаусс 1855) он успел лишь поверхностно (Bertrand 1855).

6. Странно, что этот вывод недостаточно известен. Так, комментаторы, как и сам Гаусс (§ 176), предполагают существование априорного равномерного распределения ошибок наблюдений, что, однако, уже следует из гауссова постулата среднего арифметического (Whittaker & Robinson 1924, с. 219 Прим.).

7. Дутка (1996, с. 368) приписывает это упущение (?) общему разочарованию Гаусса в уравнивании, вызванному неполнотой данных или какими-то ошибками.

8. Вряд ли известно аналогичное утверждение Герлинга (1861, с. 274): “Несмотря на разнообразные поиски, я не смог найти никаких указаний на то, когда же этот *другой раз* произошел, и произошел ли он на самом деле”.

9. Гаусс мог иметь в виду и ПрНКв, см. п. 3.3.

10. Как анонимный автор указал чуть раньше, этот метод был применен Гауссом при определении планетных орбит.

11. Гаусс (1823b, с. 130) дважды применил (по-немецки) термин *нормальное уравнение*. Здесь, в письме Герлингу, он, однако, назвал их *условными* и далее, в том же письме (с. 301 – 302), сохранил этот термин для уравнений (2)!

12. Ясно также, что (работая лишь с таблицей логарифмов) ему пришлось проделывать и серьезные предварительные вычисления.

Мы (1979, с. 53) перечислили некоторые вычислительные работы Гаусса в геодезии, в том числе составление и решение системы 55 нормальных уравнений.

13. Позднее Гаусс (1823a, § 31) заявил, что в § 182 *Теории движения* он [уже] указал “ собственный алгоритм”, однако изложение в этом параграфе трудно назвать четким алгоритмом. Приведенные два слова из § 31 мы здесь перевели с его немецкого (1887 г.), а не русского перевода.

6. Послесловие: Антистиглер

Пора назвать по имени того пакостника, который посмел осквернить память Гаусса (п. 4.1). Это – Стефан Стиглер, автор двух книг (1986; 1999), первую из которых мы тщетно обличали и до появления первоначального английского текста нынешней статьи. Ни один человек не поддержал меня в печати, а двое статистиков настойчиво советовали мне прекратить свою критику; появление книги 1999 г. показало, что они были совершенно неправы.

И более того. Несколько лет назад Стиглера избрали Президентом Международного статистического института (и он отслужил положенный срок), а два журнала отказались рассматривать предложенную нами тему, – критику Стиглера. Редактор одного из них (*Math. Intelligencer*) отмолчался, во втором случае (*Intern. Z. f. Geschichte u. Ethik* (!) *der Naturwissenschaften, Technik u. Medizin*, в просторечии NTM) мне посоветовали обратиться в статистический журнал.

Гёттингенское научное общество им. Гаусса, которое только и изучает его наследие, молчит, а Броше и Оденкирхен (БиО, как мы сокращенно ссылались на них), которые опубликовали свою статью в *Сообщениях* этого общества, упомянули Стиглера только мельком и по другому поводу. Более того, наше письмо в общество (2007) с предложением сказать свое слово осталось без ответа.

Далее, Healy (1995, с. 284) косвенно заявил, что Стиглер – лучший историк статистики XX в., а Хальд (1998, с. xvi) назвал книгу Стиглера *эпохальной*! И это несмотря на то, что (не говоря о Гауссе и Эйлере, см. ниже) книга является лишь очерком, описанием нескольких (правда, весьма важных) эпизодов, а не историей, на что он претендует, см. нашу слишком мягкую рецензию (*Centaurus*, vol. 31, 1988, pp. 173 – 174).

Подробнее всего все пакости Стиглера и их опровержение описаны в нашей книге (2006), см. содержащийся там именной указатель, но на одном отвратительном эпизоде мы обязаны остановиться.

Стиглер (1986, с. 145) заявил, что Гаусс "выпрашивал у друзей неохотные свидетельства о том, что он сообщил им о методе до 1805 г." А в 1999 г., перепечатывая свою статью 1981 г. того же пошиба, добавил (с. 322):

Ольберс действительно поддержал Гаусса […], *но только после семи лет неоднократного подстрекательства".*

Для отвода глаз он привел ссылку на автора (Plackett 1972), который ничего подобного не заявлял. Существо дела мы описали в п. 4.2.1, притом с указанием источников, которые Стиглер и не думал просмотреть.

Второй отвратительный факт в той же книге это намеренное умалчивание о свидетельстве Бесселя (п. 4.2.4), о котором Стиглер знал из нашей статьи 1993 г. (он на нее здесь ссылался). Подчеркнем: одно это свидетельство уже почти полностью опровергает клевету Стиглера.

Далее, упоминая фон Цаха, его журнал и публикации 1806 – 1807 гг. в нем, в которых Гаусс не назван в связи с МНКв, он (с. 322 – 323) забывает (?) о рецензии 1809 г. в нем же (п. 4.2.6) и кроме того утверждает (с. 320), что заявление Гаусса о применении им ПрНКв с 1795 г. было "опрометчивым".

Нет, это совсем не всё.

1. Стиглер (1986, с. 27) оклеветал Эйлера, но после нашей статьи 1993 г. спокойно заявил (1997, с. 318), что (в другом случае) Эйлер

поступил в соответствии “с великой традицией математической статистики”.

2. Мы (п. 2.1) указали на две ошибки Лежандра, Стиглер же (1986, с. 13) заявил, что “По своей полной ясности формулировка принципа наименьших квадратов [у Лежандра] является непревзойденной”.

3. Автор одной негодной книги заявил, что Пуассон ввел усиленный закон больших чисел, а Гаусс вывел нормальный закон как предельный (наша рецензия: *Isis*, vol. 92, 2001, pp. 184 – 185), и его-то Стиглер (1999, с. 52) объявил первоклассным ученым.

4. Стиглер (1999, с. 3) объявил книгу Портера “отличной”; мы, однако, рецензировали ее (*Centaurus*, vol. 31, 1988, pp. 171 – 172) и пришли к противоположному выводу. Живые Портеры важнее мертвого Гаусса … В 2004 г. тот же Портер опубликовал объемистую книгу о Карле Пирсоне, в которой окончательно выказал себя невежей. Так (с. 37), мы должны знать, что “даже математика” не может “доказать” четвертого измерения …; подробности см. в нашей рецензии в *Вопр. истории естествознания и техники*, № 2, 2007, с. 191 – 195.

5. Еще в 1983 г., основываясь на явно предубежденных вероятностных предпосылках, Стиглер заявил, что Бейес не был автором его посмертно опубликованного мемуара 1764 г. В 1999 г., перепечатывая свою статью, Стиглер (с. 301) отделался от своих критиков крохотных примечанием, хоть его сенсация уже заслуженно забыта.

6. Стиглер (1986) не прочь забывать своих предшественников. На с. 89 – 90 он описывает перебранку между Муавром и Симпсоном вслед за нами (1973a, с. 279), но не упоминая нас. На с. 217 – 218 он исследует один некогда оживленно комментировавшийся вывод, относящийся к статистике населения, и о его опровержении, но не указывает, что сообщил об этом Чупров (письмо Маркову 10 марта 1916 г., см. Ондар (1977, № 72; англ. перевод 1981 г., с. 84 – 85). А раньше Стиглер (1977) описал (упоминавшееся в геодезической литературе) обвинение Гаусса Лежандром (с. п. 3.1), не указав нашу предшествующую статью (1973b, с. 124 Прим. 83).

Как же объяснить необычайную популярность Стиглера – голого короля? Дремучим невежеством в истории статистики, полным безразличием к клевете на Гаусса (у тех, кто это понял), совершенно недостаточным общим кругозором в науке, повальным пренебрежением рецензентами своей работы (примеров сколько угодно, включая рецензии видных специалистов той же книги Стиглера). И, конечно, еще и тем, что Стиглер выпустил свою первую книгу на пустом месте. В гораздо меньшей степени нечто подобное уже произошло: на негодное исследование истории теории вероятностей Майстрова 1967 г. ссылаются до сих пор!

В 2006 г. *Искусство предположений* Якоба Бернулли появилось в английском переводе специалиста по древним языкам … Нашу рецензию на этот перевод (*Вопр. истории естествознания и техники* № 1, 2007, с. 178 – 180) нам пришлось закончить словами И. А. Крылова: “Беда, коль пироги начнет печи сапожник, а сапоги тачать – пирожник!”

Мы закончим ссылкой на крупного современного ученого и историка науки, покойного К. Трусделла, который чрезвычайно пессимистически оценивал отношение к науке в сегодняшнем мире. Вот одно из его высказываний [1984, с. 292]:

Знание больше не является целью научного обучения. […] *Ныне, по определению, истина отвергается как отжившее суеверие.*

Библиография

Березкина Е. И. (1970), Китай. Глава в книге *История математики с древнейших времен до начала XIX столетия*, т. 1. Редактор А. П. Юшкевич. М., с. 156 – 178.

Ондар Х. О., редактор (1977), *О теории вероятностей и математической статистике.* М. Англ. перевод: 1981.

Петров В. В. (1954), О методе наименьших квадратов и его экстремальных свойствах. *Успехи математич. наук*, т. 9, с. 41 – 62.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1963), Adjustment of a trilateration figure by frame structure analogue. *Emp. Surv. Rev.*, vol. 17, pp. 55 – 56.

--- (1965), О работах Эдрейна в теории ошибок. *Историко-математич. исследования*, вып. 16, с. 325 – 336.

--- (1973a), Finite random sums. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 9, pp. 275 – 305.

--- (1973b), Mathematical treatment of astronomical observations. Там же, т. 11, с. 97 – 126.

--- (1979), Gauss and the theory of errors. Там же, т. 20, с. 21 – 72.

--- (1993), On the history of the principle of least squares. Там же, т. 46, с. 39 – 54.

--- (1994), Gauss and geodetic observations. Там же, с. 253 – 283.

--- (1995), Density curves in the theory of errors. Там же, т. 49, с. 163 – 196.

--- (2002), Newcomb as a statistician. *Historia Scientiarum*, vol. 12, pp. 142 – 167.

--- (2006), *История теории вероятностей и статистики в кратких высказываниях*. Берлин. Также www.sheynin.de

--- (2007a), *История теории ошибок*. Берлин. Также www.sheynin.de

--- (2007b), *Вторая хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики.* Берлин. Также www.sheynin.de

Adrain R. (1808), Research concerning the probabilities of errors which happen in making observations. Перепечатка: *American Contributions to Mathematical Statistics in the 19th Century*, vol. 1. Редактор S. M. Stigler. New York, 1980. Сквозная пагинация отсутствует.

Anonymous (1809), Рецензия на Gauss (1809b). *Monatliche Correspondenz*, Bd. 20, pp. 147 – 192.

Bertrand J. (1855), Sur la méthode des moindres carrés. *C. r. Acad. Roy. Sci. Paris*, t. 40, pp. 1190 – 1192.

Bessel F. W. (1826), Methode die Thermometer zu berichtigen. *Abhandlungen*, Bd. 3. Leipzig, 1876, pp. 226 – 233.

--- (1832), Über den gegenwärtigen Standpunkt der Astronomie. *Populäre Abhandlungen*. Hamburg, 1848, pp. 1 – 33.
Biermann K.-R. (1966), Über die Beziehungen zwischen Gauss und Bessel. *Mitt. Gauss-Ges. Göttingen*, Bd. 3, pp. 7 – 20.
--- (1983), Gauss als Mathematik- und Astronomiehistoriker. *Hist. Math.*, vol. 10, pp. 422 – 434.
Black A. N. (1938), The method of systematic relaxation. *Emp. Surv. Rev.*, vol. 4, pp. 406 – 413.
Brendel M. (1924), Über die astronomischen Arbeiten von Gauss. W-11, Tl. 2, Abt. 3. Отдельная пагинация.
Brosche R., Odenkirchen M. (1996 – 1997), Gauss und die Einführung der Methode der kleinsten Quadrate. *Mitt. Gauss-Ges. Göttingen*, No. 33, pp. 11 – 20; No. 34, pp. 43 – 44.
Dedekind R. (1901), Gauss in seiner Vorlesung über die Methode der kleinsten Quadrate. *Ges. math. Werke*, Bd. 2. Braunschweig, 1931, pp. 293 – 306.
Dutka J. (1990), Adrain and the method of least squares. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 41, pp. 171 – 184.
--- (1996), On Gauss' priority in the discovery of the method of least squares. Там же, т. 49, с. 355 – 370.
Farebrother R. W. (1996), Some early statistical contributions to the theory and practice of linear algebra. *Linear Algebra and Appl.*, vol. 237 – 238, pp. 205 – 224.
--- (1999), *Fitting Linear Relationships*. New York.
Felber H. J., редактор (1994), *Briefwechsel zwischen A. von Humboldt und F. W. Bessel.* Berlin.
Forsythe G. E. (1951), Gauss to Gerling on relaxation. *Math. Tables and Other Aids to Comp.*, vol. 5, pp. 255 – 258.
Galle A. (1924), Über die geodätischen Arbeiten von Gauss. W-11, Tl. 2, Abt. 1. Отдельная пагинация.
Gauss C. F., Гаусс К. Ф. (1870 – 1930), *Werke*, Bde 1 – 12. Göttingen.
--- (1799a), Mittelpunktsgleichung nach Ulughbe in Zeittertien. W-12, pp. 64 – 68. С комментарием М. Бренделя.
--- (1799b), [Письмо фон Цаху] 24.8.1799. W-8, pp. 136 – 137.
--- (примерно 1805), [Entwurf der Einleitung zur *Theoria motus*]. W-12, pp. 156 – 162.
--- (1806), [Письмо фон Цаху] 8.7.1806. W-6, pp. 275 – 277.
--- (1809a, нем.), Авторское сообщение о (1809b). В книге автора (1957, с. 150).
--- (1809b, латин.), Теория движения небесных тел, кн. 2, раздел 3. Там же, с. 89 – 109.
--- (1810, нем.), Авторское сообщение о Gauss (1811). Там же, с. 150 – 151.
--- (1811, латин.), Исследование об эллиптических элементах Паллады. Там же, с. 111 – 120.
--- (1821, нем.), Авторское сообщение о Gauss (1823b, ч. 1). Там же, с. 141 – 144.
--- (1823a, латин.), Теория комбинаций наблюдений, подверженных наименьшим ошибкам, части 1 – 2. Там же, с. 17 – 57.

--- (1823b, нем.), Приложение теории вероятностей к одной задаче практической геометрии. Там же, с. 129 – 133.
--- (1828), Теория комбинаций наблюдений …, Дополнение. Там же, с. 59 – 88.
--- (1855), *Méthode des moindres carrés*. Paris. [Paris, 1996.]
--- (1957), *Избранные геодезические сочинения*, т. 1. М.
--- (1995, латин. и англ.), *Theory of the Combination of Observations Least Subject to Error*. Philadelphia.
Gauss C. F., переписка (1860 – 1865), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H.-C. Schumacher.* Редактор C. A. F. Peters. Перепечатка (1975): W/Erg-5, Tl. 1 – 3. Hildesheim. Каждая часть с двойной пагинацией соответствует двум томам первоначального издания. Тома этого первоначального издания заканчивались письмами 11.2.1825, 1.3.1836, 31.12.1840, 29.4.1845, 10.9.1848, последний том начался письмом 20.9.1848.
--- (1899), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und W. Bolyai.* Редакторы Fr. Schmidt, P. Staeckel. Перепечатка (1987): W/Erg-2. Hildesheim.
--- (1900), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und W. Olbers*, Tl. 1. Редактор C. Schilling. Перепечатка (1976): W/Erg-4, Tl. 1. Hildesheim. На ч. 2 (1909, перепечатана там же) мы не ссылаемся.
--- (1927), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und Ch. L. Gerling*. Редактор C. Schäfer. Перепечатка (1975): W/Erg-3. Hildesheim.
Gerardy T. (1977), Die Anfänge von Gauss' geodätische Tätigkeit. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 102, pp. 1 – 20.
Gerling Ch. L. (1861), Notiz in Betriff der Prioritätsverhältnisse in Beziehung auf die Methode der kleinsten Quadrate. *Nachr. Georg-Augusts-Univ. u. Kgl. Ges. Wiss. Göttingen*, pp. 273 – 275.
Gilstein C. Zachary, Leaner Edw. E. (1983), The set of weighted regression estimates. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 78, pp. 942 – 948.
Gresky W. (1968), Aus Bernard von Lindenaus Briefen an Gauss. *Mitt. Gauss-Ges. Göttingen*, Bd. 5, pp. 12 – 46.
Hald A. (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. New York.
Harter H. L. (1977, дата предисловия), *Chronological Annotated Bibliography on Order Statistics*, vol. 1. Без места.
Healy M. G. R. (1995), Yates, 1902 – 1994. *Intern. Stat. Rev*., vol. 63, pp. 271 – 288.
Helmert F. R. (1872), *Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate*. Leipzig. Последующие издания: 1907, 1924.
Hogan E. R. (1977), Adrain: American mathematician. *Hist. Math.*, vol. 4, pp. 157 – 172.
Laplace P. S. (1812), *Théorie analytique des probabilités. Oeuvr. Compl.*, t. 7, No. 2. Paris, 1886. Перевод главы 4-й: Шейнин (2007b, с. 94 – 131).
Legendre A. M. (1805), *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes.* Paris. Перевод: Шейнин (2007b, с. 73 – 76).
--- (1820), *Nouvelles méthodes …, Supplément.* Paris. Перевод там же, с. 77.
Maennchen Ph. (1918), Gauss als Zahlenrechner. Перепечатка (1930): W-10, Tl. 2, Abt. 6. Отдельная пагинация.

Marsden B. G. (1995), 18- and 19-th century developments in the theory and practice of orbit determination. В книге *General History of Astronomy*, vol. 2B. Редакторы R. Taton, C. Wilson. Cambridge, pp. 181 – 190.
May K. O. (1972), Gauss. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 5. New York, pp. 298 – 315.
Olbers W. (1816), Über den verändlichen Stern im Halse des Schwans. *Z. f. Astron. u. verw. Wiss.*, Bd. 2, pp. 181 – 198.
Plackett R. L. (1972), Discovery of the method of least squares. *Biometrika*, vol. 59, pp. 239 – 251. Перепечатка в книге Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы, *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, 1977, pp. 279 – 291.
Reich K. (1996), Frankreich und Gauss, Gauss und Frankreich. *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte*, Bd. 19, pp. 19 – 34.
Sartorius von Waltershausen W. (1856), *Gauss zum Gedächtnis*. Перепечатка: Wiesbaden, 1965.
Spieß W. (1939), Kann man für D. Huber Ansprüche als Erfinder der Methode der kleinsten Quadrate geltend machen? *Schweiz. Z. Vermessungswesen u. Kulturtechnik*, Bd. 37, pp. 11 – 17, 21 – 23.
Stewart G. W. (1995a), Gauss, statistics and Gaussian elimination. *J. Comp. and Graph. Stat.*, vol. 4, pp. 1 – 11.
--- (1995b), Afterword. В книге Gauss (1995, pp. 207 – 241).
Stigler S. M. (1981), Gauss and the invention of least squares. *Ann. Stat.*, vol. 9, pp. 465 – 474.
--- (1986), *History of Statistics*. Cambridge (Mass.) – London.
--- (1999), *Statistics on the Table*. Cambridge (Mass.) – London.
Truesdell C. (1984), *An Idiot's Fugitive Essays in Science*. New York. Сборник перепечаток предисловий и рецензий автора по истории и философии науки.
Vallée Poussin Ch. J. de la (1911), Sur la méthode de l'approximation minimum. *Annales Soc. Scient. Bruxelles*, t. 35B, pt. 2, pp. 1 – 16.
Whittaker E. T., Robinson G. (1924), *Calculus of Observations*. London – Glasgow. [Уиттекер Э., Робинсон Г. (1935), *Математическая обработка результатов наблюдений*. М.]
Zach F. X. von (1813), Sur le degré du méridien mesuré en Piémont par le P. Beccaria. *Mém. Acad. Imp. Sci., Littérature, Beau-Arts Turin* за 1811 – 1812, sci. phys. et math., pp. 81 – 216.

XI. Карл Фридрих Гаусс

Родился 30 апреля 1777 г., умер 23 февраля 1855 г.

Statisticians of the Centuries
Редакторы C. C. Heyde, E. Seneta
New York, 2001, pp. 119 – 122

Гаусс родился в Брауншвейге в Германии, в простой семье, и посещал убогую школу. В десятилетнем возрасте он сблизился с помощником учителя М. Ф. Бартельсом, который позднее стал учителем Лобачевского (Юшкевич 1968, с. 232). В то время

Бартельс изучал математику вместе с Гауссом и познакомил его со своими влиятельными друзьями.

С 1792 по 1806 год Гаусса материально поддерживал герцог Брауншвейгский, Карл Вильгельм Фердинанд, и он смог закончить колледж (1796) и Гёттингенский университет (1798). Затем он вернулся в Брауншвейг и в 1799 г. защитил докторскую диссертацию в Хельмштедтском университете. Лишь в 1807 г. Гаусс стал директором Гёттингенской астрономической обсерватории (которая фактически открылась только в 1816 г.), и вся его дальнейшая жизнь была неизменно связана и с ней, и с тамошним университетом. Гаусс был дважды женат и имел нескольких детей, ни один из которых, однако, не стал ученым. Он умер в Гёттингене.

Гаусс считается одним из величайших математиков всех времен и народов. Он существенно ускорил развитие многих ветвей математики (например, алгебры и дифференциальной геометрии), по существу положил начало теории чисел, был выдающимся астрономом и геодезистом и вместе с В. Э. Вебером серьезно продвинул изучение геомагнетизма. Его влияние на развитие математической основы теории относительности оказалось "преобладающим" (Dunnington 1955, с. 349 со ссылкой на Эйнштейна без точных указаний). Гаусс в исключительной степени овладел древними языками и обладал восхитительным стилем в своем родном языке. Неудивительно, что до того, как ему удалось доказать возможность построения правильного 17-тиугольника при помощи циркуля и линейки, он колебался в выборе между математикой и языкознанием.

Гаусс оповещал о своих открытиях с большим опозданием (иногда лишь через много лет), и многие из них были опубликованы лишь посмертно; о своих занятиях *антиевклидовой* (как он ее называл) геометрией он умалчивал, хотя (успешно) предложил принять Лобачевского в члены–корреспонденты Гёттингенского научного общества. Его самого осыпали почестями ведущие академии, а в 1849 г. он стал почетным гражданином Брауншвейга и Гёттингена. В тех областях науки, которыми он занимался, ему не было равных, и он оставался одиноким (частично ввиду своего собственного характера). Он не любил ссылаться на других авторов и не приближал к себе более молодых ученых (К. Г. Я. Якоби, Дирихле). Гаусс придавал исключительное значение таким проблемам, как отношение человека к богу, но считал, что решить их невозможно. Он, далее, верил в просвещенную монархию, но в одном из своих писем упоминал, что в Венгрии после (подавленной впоследствии) революции 1848 г. можно ожидать наступления золотого века.

Как астроном, Гаусс более всего известен определением орбит первых малых планет по небольшому числу наблюдений. Неукоснительно проводя тщательные исследования и юстировки инструментов, он и Бессель независимо друг от друга положили начало новому периоду экспериментальной науки. Гаусс обнаружил основные систематические ошибки угловых измерений в геодезии и практической астрономии и указал способы исключения их влияния.

Примерно восемь лет он непосредственно участвовал в триангуляции королевства Ганновер, а после 1828 г. продолжал руководить этими работами, которая закончилась в 1844 г., и в одиночку вычислил ее. Его знаменитые исследования кривых поверхностей и конформных преобразований были навеяны геодезией.

В области теории вероятностей Гаусс решил несколько интересных задач, он изучал младенческую смертность и несколько лет ведал вдовьей кассой Гёттингенского университета. В 1841 г. Вебер описал его мнение о том, что вероятностные рассуждения следует дополнять “другими знаниями” и что теория вероятностей служит путеводной нитью в страховом деле и при определении надлежащего числа заседателей и свидетелей.

По меньшей мере с 1794 или 1795 г. Гаусс занимался обработкой наблюдений. Он решил. что избыточные системы физически независимых линейных уравнений следует решать по принципу наименьших квадратов, применял его в своих астрономических и геодезических вычислениях и рекомендовал его своим друзьям и коллегам. Обоснование этого принципа Гаусс опубликовал в 1809 г. Он постулировал, что среднее арифметическое непосредственно измеренной константы следует считать ее окончательным значением и использовал принцип наибольшего правдоподобия (обосновав его принципом обращенной вероятности). Таким образом Гаусс пришел к нормальному распределению ошибок наблюдения как к их единственно возможному четному, одновершинному и дифференцируемому закону. Принцип обращенной вероятности подразумевал априорное равномерное распределение ошибок, фактически же он следовал из указанного постулата. Гаусс назвал себя изобретателем принципа наименьших квадратов, хотя Лежандр опубликовал его в 1805 г. (обосновав его только качественно, да и то неверно). Для него приоритет всегда означал первенство в открытии.

В 1823 г. (с дополнением в 1828 г.) Гаусс предложил иное обоснование принципа наименьших квадратов. Он указал, что интегральная мера ущерба (более определенно: принцип наименьшей дисперсии) предпочтительнее наибольшего правдоподобия и отказался от своего постулата (и от единственности закона распределения). Нормальный закон всё-таки более или менее сохранил свою значимость ввиду центральной предельной теоремы (и оптимальности оценок метода наименьших квадратов при его реализации). В 1888 г. Бертран к тому же едко заметил, что для небольших значений $|x|$ любой четный закон $f(x) = a^2 - b^2x^2 \approx \alpha^2 \exp(-ß^2x^2)$, т. е. примерно нормален.

Также в 1823 г. Гаусс указал для одновершинных распределений неравенство типа Бьенеме – Чебышева и еще одно неравенство для четвертых моментов ошибок, равно как и не зависимую от закона распределения оценку для выборочной дисперсии m^2 и для ее собственной дисперсии Dm^2.

Ввиду какой-то элементарной ошибки формула для Dm^2 оказалась ошибочной; ее исправил Гельмерт (1904), а затем независимо Колмогоров и др. (1947). Формуле для m^2 Гаусс придавал большое значение как для несмещенной оценки σ^2, однако практически используют не m^2, а m – смещенную оценку σ, Гельмерт же посчитал, что важна лишь относительная несмещенность.

Гаусс также оценил точность оценок неизвестных исходной системы уравнений и их линейных функций. Частично ввиду использования исключительно целесообразных обозначений, его метод решения систем нормальных уравнений оказался стандартным. Он применял и итеративные методы (Dedekind 1901) и предложил правила для перевычислений для учета новых данных или изменения весов уравнений, – правила рекуррентного метода наименьших квадратов, как его назвали лишь сравнительно недавно обнаружившие его у Гаусса математики (геодезисты же знали о нем по меньшей мере со второй половины XIX в.).

В 1816 г. Гаусс доказал, что при нормальном распределении погрешностей e_i мера точности $h = 1/\sqrt{2}\sigma$ лучше всего оценивается функцией $\sum e_i^2$, а не $\sum|e_i|^k$ при любом ином натуральном k.

Вклад Гаусса в обработку наблюдений, несколько дополненный Гельмертом, определил состояние классической теории ошибок. Оно представлялось настолько совершенным, что геодезисты почти не обращали внимания на статистику, статистики же вряд ли изучали Гаусса и таким образом упустили возможность легче разработать дисперсионный анализ и теорию корреляции. Это положение почти не изменилось вплоть до середины XX в.

Библиография

Gauss C. F., Гаусс К. Ф.

(1973 – 1981), *Werke*, Bde 1 – 12. (Перепечатка издания 1870 – 1930 гг.) Hildesheim. В т. 11, ч. 2, содержатся обзоры работ Гаусса по геодезии (A. Galle) и астрономии (M. Brendel), каждый с отдельной пагинацией, а в т. 10, ч. 2 – обзор вычислительной работы Гаусса (Ph. Maennchen).

(1975 – 1987), *Werke*, Ergänzungsreihe, Bde 1 – 5. Hildesheim. Перепечатка переписки Гаусса.

(1957 – 1958), *Избранные геодезические сочинения*, тт. 1 – 2. М. Том 1-й содержит переводы всех сочинений Гаусса по теории ошибок с латинского и немецкого языков.

Другие авторы

Петров В. В. (1954), О методе наименьших квадратов и его экстремальных свойствах. *Успехи математич. наук*, т. 9, с. 41 – 62.

Субботин М. Ф. (1956), Астрономические и геодезические работы Гаусса. В мемориальном сборнике *Гаусс*. М., с. 243 – 310.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1979, 1993, 1994), Три статьи из *Arch. Hist. Ex. Sci.*, т. 20 и дважды т. 46. Среди литературы в первой статье упомянем Loewy (1906), May (1972) и Sofonea (1955).

--- (2007), *История теории ошибок.* Берлин. Также www.sheynin.de

Dedekind R. (1901), Gauss in seiner Vorlesung über die Methode der kleinsten Quadrate. *Ges. math. Werke*, Bd. 2. Braunschweig, 1931, pp. 293 – 306.
Dunnington G. W. (1955), *C. F. Gauss, Titan of Science*. New York.
Forbes E. G. (1978), The astronomical work of Gauss. *Hist. Math.*, vol. 5, pp. 167 – 181.
Hald A. (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. Среди литературы в этом источнике упомянем Helmert (1872), Plackett (1972), Seal (1967) и Sprott (1978).
Reinhardt H., редактор (1957), *C. F. Gauss. Gedenkband*. Среди статей в этом сборнике Volk O. Astronomie und Geodäsie bei Gauss, pp. 205 – 229. Книга переиздана под другим названием: *C. F. Gauss. Leben und Werk.* Berlin, 1960.
Sartorius von Waltershausen W. (1856), *Gauss zum Gedächtnis*. Wiesbaden, 1965.

XII. Бессель: критические замечания о его трудах

Bessel: some remarks on his work
Historia Scientiarum, vol. 10, 2000, pp. 77 – 83

1. Введение

1.1. Цель статьи. Мы указываем ошибки, найденные нами в трех сочинениях Бесселя (1823; 1838; 1843) и перечисляем ошибки в простейших вычислениях, допущенные им в ряде работ. Большинство из этих последних несущественны, а некоторые быть может были просто опечатками. Нисколько не отрицая заслуг Бесселя, мы тем не менее рисуем неприглядную картину, которая к тому же позволяет сомневаться в достоверности его более серьезных вычислений.

1.2. Бессель: общие сведения. Фридрих Вильгельм Бессель (1784 – 1846) был выдающимся астрономом и крупным математиком. Тщательные наблюдения позволили ему определить несколько астрономических констант, впервые измерить параллакс звезды и обнаружить личное уравнение (1823)[1]. В геодезии он сконструировал и применил металлические мерные жезлы для измерения базисов и (1841) вывел длительное время применявшиеся параметры *референц-эллипсоида Бесселя* (Strasser 1957, с. 39).

По отношению к экспериментальной науке вообще Гаусс и Бессель стали зачинателями ее нового периода. Они требовали неукоснительного исследования инструментов и выявления и возможно более полного исключения систематических ошибок из результатов наблюдений. Естественно поэтому, что Бессель обратился к теории вероятностей. Его основным достижением в этой дисциплине была попытка доказательства центральной предельной теоремы (1838), или, более непосредственно, определение плотности распределения совместного действия многих независимых ошибок, не обязательно распределенных по одному и тому же закону.

Известно, что ни Лапласу, ни Бесселю не удалось строго доказать эту теорему, которая поддалась, да и то не вполне, только Чебышеву[2], а затем уже полностью Маркову и Ляпунову. Мы рассматриваем соответственное сочинение Бесселя (1838), но только в связи с другой важной задачей, – исследованием функций случайных величин.

Статья Бесселя (1843) это текст его доклада, рассчитанного на широкий круг читателей, о заслугах великого английского астронома Уильяма Гершеля (1738 – 1822), выходца из Германии. Бессель пояснил, что его доклад был вызван появлением аналогичного, но гораздо более подробного исследования Араго[3].

В этом сочинении Бессель, в частности, обсуждал проблему двойных звезд, несколько сот которых обнаружил Гершель. Вероятность того, что все они являлись лишь видимыми двойными (что компоненты каждой их них далеки друг от друга) была поэтому пренебрегаема. Бессель вычислил ее, но ошибся при этом.

В те времена скорость движения звезд по направлению визирного луча еще не измеряли (эффект Доплера тогда только-только начали применять в астрономии), так что непосредственно установить, что данная двойная звезда – физическая, было невозможно.

Бессель (1848, с. 398) заявил, что

Через какое-то время первые главы всех учебников по наукам, основанным на опыте [по всем экспериментальным наукам]*, будут посвящены приложению теории вероятностей* [и статистики] *к искусству наблюдения.*

Он даже упомянул здесь медицину и государствоведение, хотя было бы вернее говорить о статистике и теории ошибок. В эту последнюю Бессель (1816, с. 141 – 142) ввел вероятную ошибку, весьма привлекательную, но намного менее подходящую меру точности, чем средняя квадратическая ошибка (Шейнин 1994, с. 260). Сам термин *теория ошибок* ввел Ламберт, но ни Гаусс, ни Лаплас им не воспользовались, но вот Бессель начал применять его с 1820 г.

Некоторые цели этой теории достигаются ее детерминированной ветвью, и Бессель (1839) решил одну соответствующую задачу. Металлический мерный жезл (напомним: он же изобрел его) длиной в несколько футов опирается на подставки в двух своих точках, расположенных, естественно, симметрично относительно его середины. Жезл изгибается под действием собственного веса, и Бессель определил при помощи составленных и решенных им дифференциальных уравнений, где именно должны быть расположены опорные точки, чтобы жезл укоротился меньше всего. Для современного инженера-строителя это исследование быть может и неинтересно, но в свое время оно, видимо, было новинкой.

Многочисленные и разнообразные вычисления, нередко достаточно сложные, и иногда носящие вероятностный характер, составляют неотъемлемую часть большого числа его сочинений. Вот, действительно, письмо Гаусса Шумахеру 27.12.1846 г. (Peters 1860 – 1865/1975, ч. 3, с. 270 первой пагинации):

Нельзя отрицать, что дух Бесселя, его умелое обращение с исчислением и бесстрашная настойчивость при длительных вычислениях непременно выявляются во многих его столь исключительных статьях.

2. Личное уравнение (1823)

Бессель установил существование личного уравнения (личной ошибки) астронома. Оказалось, что момент прохождения звезды через крест нитей окуляра астрономического прибора регистрируется каждым наблюдателем по-своему, причем в течение сравнительно короткого времени (быть может нескольких месяцев) разность таких моментов, зарегистрированная двумя астрономами, оставалась примерно постоянной.

Бессель сослался на Маскелайна, который в 1796 г. уволил своего помощника, поскольку обнаружил, что их наблюдения систематически разнятся на $0.^{s}8$. Далее он исследовал разности зарегистрированных моментов для нескольких пар астрономов и пришел к указанному выше заключению. Так как наблюдатели не могли работать одновременно, приходилось учитывать поправку за ход хронометра (который Бессель определял отдельно).

Однако, в одном случае, в котором этот ход определялся из самих наблюдений, выводы Бесселя просто никуда не годились. Вот полученные им уравнения; наблюдатели – сам Бессель и Вальбек, числа указаны в секундах времени, x – разность “Бессель” минус “Вальбек”, y_i – поправки за ход хронометра:

$$x + y_1 = 1.93, -x + y_1 = -0.36; -x + y_2 = -0.97, x + y_2 = 1.00;$$
$$x + y_3 = 1.10, -x + y_3 = -0.92; -x + y_4 = -0.09, x + y_4 = 1.96.$$

Решив каждую пару уравнений по отдельности, Бессель получил

$$x = 1.145; 0.985; 1.010; \text{и } 1.025$$

и указал (с. 220), что среднее арифметическое, 1.041, “вряд ли может быть ошибочным на величину в несколько сотых долей секунды”.

Этот вывод неприемлем[4], и, кроме того, значения y_i, которые Бессель вообще не указал, значительно отличались друг от друга:

$$y_i = 0.785; 0.015; 0.090; \text{и } 0.935.$$

Даже этого мало: эти величины не были независимыми; так, y_1 относилось к периоду 16-го – 17-го декабря 1820 г., а y_2 – к 17-му и 19-му декабря.

3. Ошибки наблюдения: действительно ли они распределены нормально (1838)?

Бессель (§ 11) представил три серии некоторых наблюдений Брадлея (числом 300, 300 и 470), добавил сводку своих собственных родственных результатов и заявил, что эти данные очень точно подчиняются соответствующим нормальным распределениям. И всё-таки и малые, и крупные погрешности встретились в этих наблюдениях чаще, а остальные ошибки – реже, чем это указывалось теорией.

За 20 лет до этого Бессель (1818) пришел к несколько иным выводам. Обсуждая те же наблюдения Брадлея, он так и указал, что крупные ошибки встретились "несколько чаще" чем требовалось, но что это несоответствие исчезло бы при большем числе наблюдений.

Первая часть этого утверждения недостаточно определенна (любой избыток крупных ошибок должен был быть уравнен недостатком каких-то иных погрешностей, ср. выше), вторая же часть заведомо неверна: для хорошего приближения к нормальному распределению (если оно действительно являлось предельным) было бы достаточно всего 30 или 40 наблюдений. И в любом случае непонятно, почему Бессель в 1838 г. несколько изменил свой вывод.

4. Функции случайных величин (1838)

Пусть две случайные величины, ξ и η, связаны функциональным уравнением $\eta = f(\xi)$ и ξ обладает плотностью распределения $\varphi_1(x)$. Требуется определить плотность η, $\varphi_2(x)$. Такова естественная и стандартная задача, ныне известная каждому начинающему изучать теорию вероятностей. Первым ее решил Лаплас, который, впрочем, не сформулировал ее достаточно четко (Шейнин 1973, § 3).

Бессель (§§ 1 – 2) рассмотрел два варианта этой задачи, имея в виду случайные ошибки наблюдений.

а) Ошибка ξ распределена равномерно на интервале $[-\pi/2; \pi/2]$ и $\eta = a\sin\xi$.

б) Ошибка ξ равномерно распределена на интервале $[-\alpha; \alpha]$ и $\eta = a\xi^2$.

Бессель определил искомую плотность в обеих задачах, (но не для общего случая):

$$\varphi_2(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}},\ |x| < a,\quad \varphi_2(x) = \frac{1}{4\alpha\sqrt{ax}},\ |x| < a\alpha^2.$$

Его дальнейшие вычисления соответствующих дисперсий и вероятных ошибок были, однако, неверны (Kummel 1882, с. 177 – 180).

а) Для первой задачи Бессель получил

$$m^2 = \frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a} x^2 \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{a^2}{4}$$

(правильно – $a^2/2$). Далее, поскольку

$$\frac{1}{\pi}\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{1}{2},$$

то тот же интеграл с верхним пределом, равным вероятной ошибке r, равен 1/4 и $r = a\sin\pi/4 = a\sqrt{2}/2$, а не $a\sqrt{3}/2$, как указал Бессель.

Куммель вычислил r гораздо проще, заметив, что эта вероятная ошибка равна η в точке $\xi = \pi/4$.

б) Во второй задаче Бессель верно вычислил m^2, но ошибся при определении r. Верное значение вероятной ошибки равно

$$r = \eta(\xi = \alpha/2) = a\alpha^2/4, \text{ а не, как он указал, } a\alpha^2/\sqrt[3]{4}.$$

5. Вероятность двойной звезде быть лишь видимой (1843, с. 471)

Пусть расстояние между некоторыми звездами второй и четвертой величин равно 4.″73. Полагая, что таких звезд всего 50 и 200 соответственно, Бессель указал, не приведя никаких вычислений, что вероятность случайного расположения звезд этих величин на указанном или меньшем расстоянии равна 1/400 000.

Число поверхностей небесной сферы диаметром 9.″46 равно

$$\frac{4\pi R^2}{\pi R^2}57.296^2\left[\frac{60.60}{4.73}\right]^2 = 7.61\text{x}10^9.$$

Имеется 10 000 (= 200x50) возможных размещений подобных пар звезд и поэтому

$$P = 10^4/7.61\text{x}10^9 = 1/761\ 000.$$

Конечно, низкое значение вероятности было почти очевидно.

6. Ошибки в простых вычислениях (1876)

Мы проверили бóльшую часть более простых вычислений, содержащихся в *Трудах* (1876) Бесселя и обнаружили 33 ошибки, не считая нескольких, указанных редактором. Вот их список; первая цифра обозначает номер тома *Трудов*.

1.1. Страница 4, последняя таблица. Разность в четвертой строке неверна.

1.2. Страница 5, Таблица 2. Разности в строках 1, 5 и 8 неверны.

1.3. Страница 60, Таблица 2. Разности в строках 6 и 2-я снизу неверны.

1.4. Страница 122. Взвешенное среднее из 7, 6 и 4 наблюдений неверно.

1.5. Страница 125, правая колонка в § 2.2. Среднее неверно.

1.6. Страница 152. Свободный член среднего уравнения для 1830 – 1834 гг. неверен.

1.7. Страница 193, правая колонка, строка 7-я снизу. Логарифм неверен.

1.8. Станица 226, последняя таблица. Оба числа в среднем уравнении неверны.

1.9. Страница 259, левая колонка, 3-я строка под таблицей. Две ошибки в применении тройного правила.

1.10. Страницы 268 – 269. Ошибки в вычислении взвешенных средних. Их верные значения в классах 2, 3 и 4: 37.146; 46.252 и 54.101.

2.1. Страница 68, таблица. Средние в 3-й и 2-й строках снизу неверны.

2.2. Страница 220, левая колонка. Средняя квадратическая ошибка 0.2288 неверна.

2.3. Страница 376, две строки ниже формулы (7*). Отношение $\sqrt{4}/\sqrt{5}$ вычислено ошибочно.

3.1. Страница 96, начало § 35. Неверен $\lg \varepsilon^2$.

3.2. Страница 206. Взвешенные средние в вариантах 2, 4 и 8 неверны.

3.3. Страница 207. То же в варианте 2.

3.4. Страница 209. То же в варианте 5.

3.5. Страница 225, левая колонка. Вычисление дроби, числитель которой равен $0.61(1.2311 - 2.66p - p^2)$ при $p = 0(0.05)0.20$. Вычисление верно только для $p = 0$.

3.6. Страница 298, правая колонка. Произведение разности двух чисел на третье число для астронома Понда неверно.

3.7. Страница 215, Таблица 2, год 1792-й. Взвешенное среднее неверно.

7. Выводы

Заключения из пп. 4 – 6, видимо, свидетельствуют о том, что Бессель не придавал большого значения простым вычислениям, или по меньшей мере тем, которые не влияли на значимость его исследований. Гаусс, можно напомнить, тоже не был безупречен: Maennchen (1918/1930, с. 65 и след.), который изучил его ошибки, полагал, что Гаусс вычислял слишком быстро и не всегда проверял полученные им результаты.

Ошибки, установленные в п. 2, заставляют нас добавить, что Бессель позволял себе недопустимые выводы (которые, однако, не опровергали его открытий).

Примечания

1. Личное уравнение астронома это систематическая ошибка, которую он допускает в силу своих физиологических качеств (особенностей). Она несколько изменяется в зависимости от его общего состояния, а также обстоятельств и методов наблюдения.

2. Чебышев опубликовал свое доказательство центральной предельной теоремы в 1887 г., но оно не было достаточно строгим. Не позже 1880 г. он привел в своих лекциях предварительное доказательство, заметил, что оно не было строгим и добавил (Чебышев 1936, с. 224), что предела допущенных при выводе погрешностей “не может дать сколь-нибудь удовлетворительным образом математический анализ в настоящем своем состоянии”.

3. *Annuaire publié par le Bureau des longitudes* pour 1842, pp. 249 – 608. Возможно включено в полное собрание его сочинений (Arago 1854) и в сборник переводов написанных им биографий (Араго 1859).

4. В письме Ольберсу 2.8.1817 г. Гаусс (Schilling 1900/1976, с.659 – 660) сообщил, что Бессель возможно слишком доверял одному из своих наблюдений.

Признательность. Нам приятно поблагодарить рецензентов, которые посоветовали расширить первоначальный вариант этой статьи.

Библиография

F. W. Bessel, Ф. В. Бессель

1816. Untersuchung über die Bahn des Olbersschen Kometen. *Abh. Preuss. Akad. Wiss.* [Berlin], math. Kl., 1812 – 1813, pp. 119 – 160.
1818. *Fundamenta astronomiae*. Königsberg. Немецкий перевод соответствующего места см. Schneider I., редактор (1988), *Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie von den Anfangen bis 1933*. Darmstadt.
1823, нем. Личное уравнение при наблюдениях прохождений звезд. В книге автора (1961, с. 219 – 225).
1838, нем. Исследование о вероятности ошибок наблюдений. Там же, с. 226 – 258.
1839, нем. Влияние силы тяжести на фигуру жезла и т. д. Там же, с. 187 – 199.
1841. Über einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde. *Abh.*, Bd. 3, pp. 55 – 62
1843. Über Sir William Herschel. *Abh.*, Bd. 3, pp. 468 – 478.
1848. Über Wahrscheinlichkeitsrechnung. В книге автора *Populäre Vorlesungen*. Hamburg, pp. 387 – 407. Год первоначальной публикации не указан.
1876. *Abhandlungen*, Bde 1 – 3. Leipzig.
1961. *Высшая геодезия и способ наименьших квадратов*. М.

Другие авторы

Араго Ф. (1859), *Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров.* СПб.
Чебышев П. Л. (1936), *Теория вероятностей.* Лекции 1879/1880 г. М.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1973), Finite random sums. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 9, pp. 275 – 305.
--- (1994), Gauss and geodetic observations. Там же, т. 46, с. 253 – 283.
--- (2007), *История теории ошибок.* Берлин. Также www.sheynin.de
Arago F. (1854), *Oeuvres complètes*, t. 2. Paris – Leipzig.
Kummel C. H. (1882), On the composition of errors from single causes of error. *Astron. Nachr.*, Bd. 103, pp. 177 – 206.
Maennchen Ph. (1918); Gauss als Zahlenrechner. Перепечатка: Gauss C. F. (1930), *Werke*, Bd. 10, Tl. 2, Abh. 6.
Peters C. A. F., редактор (1860 – 1865), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher*. Перепечатка: C. F. Gauss, *Werke, Ergänzungsreihe* Bd. 5, Tl. 1 – 3. Hildesheim, 1975.
Schilling C., редактор (1900), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und W. Olbers*, Tl. 1. Перепечатка: там же, т. 4, ч. 1. Hildesheim, 1976.

XIII. Адольф Кетле (1796 – 1874) как статистик

Quetelet as a statistician

Arch. Hist. Ex. Sci., vol. 36, 1986, pp. 281 – 325

1. Введение

1.1. Статистика до Кетле. Граунт (1662/2005, с. 86) утверждал, что сведения о населении позволяют упорядочить “торговлю и управление”, а Зюссмильх, в середине XVIII в., собрал обширные материалы и пытался определить условия, благоприятные и для возрастания населения, и для общества в целом, хотя его главной целью было доказать “Божественный порядок” в движении населения. Тем не менее, его вряд ли можно назвать зачинателем статистики населения: он в основном изучал его *вообще*, а не для данной страны, притом на низком уровне.

В XIX в. стали необходимы национальные статистические службы и периодические статистические исследования, в основном о населении отдельных районов или страны, и именно к середине этого столетия можно отнести постепенное зарождение, – при решающем участии Кетле, – статистики населения.

В конце XVIII в. и позже Лаплас определял население Франции по выборочным данным и установил погрешность своего результата, а в 1817 г. Парижская академия наук учредила ежегодную премию за статистические исследования (Delambre 1819, с. LX – LXII) и в течение нескольких последующих лет наградила нескольких ученых, см. *Мемуары* Академии, опубликованные в 1824 и 1827 гг. Фурье был редактором четырех томов статистических исследований Парижа и департамента Сена (1821 – 1829), которые включали изучение населения, экономики, медицинских и метеорологических условий[1.1].

В 1817 г., отчитываясь о работе Парижской академии наук, Деламбр (1819, с. LXX) указал, что

Геодезические измерения, наблюдения температуры и состояния атмосферы, обычных заболеваний, целебности воздуха, пищи и воды, выставки произведений искусства, минералогические описания, без сомнения относятся к статистике[1.2]. […] *Но эта наука никак не имеет целью совершенствование теорий.*

Он (с. LXVII) полагал, что цель статистики – “собирать и упорядочивать представляемые факты, непосредственно относящиеся к национальной экономике” (к климату, территории, почвам, водам, населению и экономике). Кроме того, он (с. LXVIII) утверждал, что статистика

Сильно отличается от политической экономии, которая рассматривает и сравнивает действие институтов и исследует основные причины богатства и процветания народов. Эти соображения […] *нисколько не являются главными целями статистики, которая почти никогда не занимается обсуждениями и не рассматривает предположения. Политическую арифметику* […] *также следует отличать от статистики.*

Академия в целом, видимо, придерживалась того же мнения и о методологии статистики, и об области ее приложений[1.3].

В течение большей части XIX в. общественность продолжала интересоваться результатами моральной статистики, т. е. проявлениями свободной воли человека (в основном женитьбами, самоубийствами, преступлениями)[1.4]. Кант (1763/1912, с. 111) утверждал, что относительное число женитьб устойчиво, что было известно и Зюссмильху (1765, гл. 4)[1.5], а Лаплас (1819) подметил устойчивость ежегодных доходов от национальной лотереи.

Официальная судебная статистика, публиковавшаяся во Франции с 1827 г. ([France] *Compte général* 1827 – 1900), была немедленно замечена несколькими статистиками (в том числе Кетле, п. 4). Несколько строк ранней истории моральной статистики посвятил Чупров (1897, с. 403):

Возрождением своим в 20-х годах нашего столетия нравственная статистика обязана больше всего общему оживлению теоретической мысли, первый толчок к которому был дан блестящей школой французских математиков. Не меньшее влияние оказало появление богатых материалов по некоторым областям нравственной статистики, преимущественно по статистике уголовной.

Больше всего и *не меньшее* плохо согласуются друг с другом, но в целом утверждение Чупрова верно. Он не добавил, что именно французские математики, и, видимо, в первую очередь Фурье, обратили внимание Кетле на статистику (пп. 1.2 и 5.1).

Фрейденталь (1966, с. 8)[1.6] разделил статистические сочинения, опубликованные до Кетле, на две группы:

В работах одной было слишком много формул и слишком мало (или вообще не было) эмпирических чисел, в работах другой – много чисел и мало или вообще не было науки.

Табличную статистику, которая применялась в естествознании и в XIX в., Фрейденталь, видимо, отнес ко второму виду.

К первому виду можно отнести отдельные куски работ Пуассона. Лишь труды Лапласа (следовало бы упомянуть и его великих предшественников), как добавил Фрейденталь, относились к обеим группам. И во всяком случае (п. 6.1), до Кетле статистика вряд ли существовала как научная дисциплина.

1.2. Кетле как естествоиспытатель. Работу Кетле в метеорологии мы (1984, § 5.3) описали отдельно. Он собирал и систематизировал наблюдения и ввел в эту науку элементы теории вероятностей. В своих письмах 1850 – 1851 гг. к нему Фарадей (там же, с. 79, Прим. 50)[1.7] высоко оценил его наблюдения атмосферного электричества, а в 1841 г. назвал его работы “достойным примером активности и мощности”. В 1875 г. В. П. Кёппен (там же, с. 79) назвал бельгийские метеорологические наблюдения “самыми продолжительными и исключительно ценными”.

Кетле (там же, § 4.4) разумно полагал, что метеорология (и вообще естествознание) существует отдельно от статистики. Да, звездная статистика, к примеру, является в первую очередь областью астрономии, но можно было бы указать, что статистика постепенно внедряется в естествознание. А единого статистического метода Кетле ни разу не упомянул; впрочем, см. п. 2.1.

В 1853 г. Кетле был председателем Морской конференции для принятия единообразной системы метеорологических наблюдений на море (Кетле 1974, Мемориальный сборник, с. 56 – 57), а Hankins (1908, с. 25 – 27) описал другие его усилия по организации наблюдений на национальном и международном уровнях. Кетле был пионером антропометрии, и этот термин он сам [34, с. 671] и ввел по рекомендации Гумбольдта. Его сочинения содержат многие десятки страниц с измерениями частей человеческого тела и он повлиял на Гальтона (п. 6.2). Сам же он, видимо, последовал примеру Беббеджа (Шейнин 1980, с. 328).

Еще до Гальтона Кетле [41, с. 74; 4, т. 2, с. 126; 7, с. 132 – 134] заинтересовался развитием таланта с возрастом и утверждал [4, т. 2, с. 111 прим.], что можно изучать "влияние памяти и на способность к пониманию, и на силу запоминания"[1.8]

Ломбар, основатель медицинской климатологии, посвятил свою монографию 1877 – 1880 гг. нескольким ученым, в том числе "уважаемой памяти Кетле", см [IV, п. 8]. Кетле, правда, не изучал эпидемических болезней, которые в те времена связывали с метеорологическими условиями (см. в этой же статье). Его работы содержат также сведения о смертности в различных возрастных группах в зависимости от метеорологических условий (п. 2.4).

Дарвин (Шейнин 1980, с. 344) благоприятно отозвался об одном разумном замечании Кетле терапевтического характера, но Кетле в двух случаях высказал мнения, противоречащие выводам великого ученого. Он (там же, с. 333) сравнил вариации в размерах тел мужчин и женщин и сообщил, что у женщин они значительнее, Дарвин же (с. 353) утверждал противное. Во-вторых, он [7, с. 37; 10, т. 2, с. 36] повторил общепринятое, но отвергнутое Дарвиным (1868/1885, с. 382) мнение о том, что "части тела, наименее подверженные изменениям [например, голова], и являются самыми существенными".

Кетле ни разу не сослался на Дарвина и [6, с. 259] выступил против эволюции: "Растения и животные остались такими, какими они вышли из рук Творца. Некоторые виды, правда, исчезли, а другие постепенно появились".

Основными темами исследований Кетле были статистика населения и моральная статистика. Молодым человеком он встретился с самыми выдающимися математиками Франции, включая Лапласа, и вернулся оттуда ревностным сторонником статистических исследований [34, с. 669]: "Склонность к статистике особенно развилась [у меня] в 1822 г., во время моего пребывания в Париже".

1.2.1. Отступление: Альфонс Декандоль, 1806 – 1893. Мы упоминаем его в п. 4.4., здесь же обращаем внимание на широту его взглядов о применении статистического метода и повторяем (Шейнин 1980, с. 332), что в некотором смысле он оставался статистиком всю жизнь. Он (De Candolle 1833, с. 333) признавал, что "Каждая отрасль человеческих знаний нуждается в статистическом методе, который по существу является лишь количественным методом". О последнем см. [IV, п. 4].

Декандоль упомянул географию, медицину и (с. 334) "количество и географическое распределение живых существ". Там же он определил статистику как науку, которая

Состоит в умении объединять цифры, сочетать и вычислять их способом, наиболее подходящим, чтобы приводить к достоверным результатам. Но, строго говоря, она является лишь отраслью математики.

Это утверждение напоминает современное определение, которое также явно не упоминает вероятностных представлений, – но имеет их в виду. А что полагал по этому поводу Декандоль? Количественный метод, на который он ссылался (см. выше), не имеет с ними ничего общего.

Много позднее, в 1855 г., он (Шейнин 1980, с. 332) восторженно отозвался о значении статистики в естествознании и добавил, что любит “подчинять цифры законам логики и здравого смысла”. Это сразу же напоминает знаменитое изречение Лапласа (1814/1999, с. 863, правый столбец): “Теория вероятностей есть, в сущности, ни что иное, как здравый смысл, сведенный к исчислению”[1.9].

В 1830 – 1833 гг. Декандоль опубликовал несколько статей и некоторое число рецензий о судебной статистике в *Bibliothèque universelle*, а через год, там же, свое исследование холерной эпидемии в Париже. Затем он оставил статистику населения и медицинскую статистику, но оказался одним из создателей географии растений, – дисциплины, непосредственно связанной со статистикой. Впрочем, в 1873 г. он (Шейнин 1980, с. 345, Прим. 41) посвятил короткую главу одной из своих книг устойчивости чисел несчастных случаев и преступлений и упомянул Кетле и Бокля.

Декандоль (Pilet 1971) получил классическое образование, в 1825 г. стал бакалавром наук, позднее изучал юриспруденцию и в 1829 г. заслужил докторскую степень по этой науке, однако в 1835 г. стал после своего отца заведующим кафедрой ботаники Женевского университета.

1.3. Цель статьи. Мы пытаемся подчеркнуть математическую сторону творчества Кетле[1.10] и по этой причине обращаем внимание на статистические проблемы смертности и преступности. И мы также считаем желательным подробно описать мнения Кетле о целях и методологии статистики и о предварительном исследовании наблюдений, притом тем более, что границы статистики неясны. Литература о Кетле огромна, но мы и здесь старались придерживаться более математически ориентированных комментаторов. Заметим, что очерки Hankins (1908) и Lottin (1912), хоть и считаются как бы стандартными, были с самого начала малоудовлетворительны. В пределах нашей темы мы описали сочинения Кетле гораздо подробнее, чем было сделано до сих пор[1.11]. В частности, поскольку Кетле часто повторялся, мы подчас ссылаемся сразу на несколько его сочинений.

1.4. Сочинения Кетле. Его статистические труды покрывают период 1826 – 1873 гг. Кнапп (1871, с. 342) разделил его на три интервала, границы которых определил книгами Кетле *О человеке* [4] 1836 г. и *Социальная система* [7] 1848 г. Кнапп (с. 352 и 358) также заявил, что после 1836 г. Кетле больше ничего не достиг, а лишь расширял свои труды по моральной статистике и продолжал составлять и изучать таблицы смертности.

Другие авторы были несколько иного мнения, но все согласны в том, что Кетле действительно довольно рано выдохся и что его более поздние работы малоинтересны[1.12]. Наиболее благожелательный комментатор (Waxweiler 1905, с. 492) полагал, что “После 1859 г. публикации Кетле главным образом состояли из перепечаток, дополнений или согласования наблюдений или прежних работ”.

Мы всё же замечаем, что Кетле исследовал таблицы смертности и после 1859 г. и что эта сторона его деятельности не изучена. Кроме того, что косвенно следует из п. 6.1, он совершил всё, что мог на самом деле, и, наконец, что в 1859 г. ему исполнилось примерно 63 года.

2. Статистика

2.1. Цели статистики. Во времена Кетле статистические данные не были надежны (п. 2.3), и понятно, что он [6, с. 266] не считал статистику научной дисциплиной. Много раньше Кетле [39, с. iv] заметил, что

Статистика […] *последней включилась в сословие наук.* […] *В своей начальной стадии все науки наблюдения* […] *были искусством.* […] *Статистика поэтому должна вступить* […] *на тот же путь, что и науки наблюдения.*

Непонятно: включилась, но пока еще является искусством!

Кетле придерживался широких взглядов на цели статистики и защищал их [14, с. 177]:

Между тем, для некоторых школ статистика еще является бесплодной наукой, которая сводится к установлению, потребляли ли вавилоняне или жители Карфагена говядину или баранину, и каково было население знаменитого города Фивы [Египет] *с его сотней ворот.*

Это, возможно, было преувеличением, но нельзя не вспомнить Парижскую академию наук (п. 1.1) и английские научные общества. В 1831 – 1833 гг. (Mouat 1885, с. 15, который цитировал официальный документ), т. е. даже позже, чем Кетле высказал свое замечание, исследования статистической секции Британской ассоциации по продвижению наук были ограничены

Фактами, которые относились к человеческим обществам, могли быть выражены числами и при достаточном увеличении их числа обещали установить общие законы.

Кетле был членом постоянной комиссии этой секции. Он счел, что указанные цели “были слишком ограничены […] и предложил […] учредить в Лондоне статистическое общество”. Такое общество было действительно создано в 1834 г., но объявило о своем отказе от изучения собираемых данных. Это ограничение, однако, вскоре забыли, по крайней мере фактически (Woolhouse 1873, с. 39). Но что именно предлагал Кетле? Вначале он [6, с. 432] выступил против крайностей:

Одни хотят свести всё к числам и заключить науку в обширный сборник таблиц; другие, напротив, видимо боятся чисел и полагают, что они представляют лишь неполное и поверхностное понятие о вещах. Оба эти уклона равным образом вредны[2.1].

Первые это несомненно государствоведы, вторые – сторонники количественного метода, см. [IV, п. 4]. Вот другое высказывание Кетле из того же источника (с. 261): “Статистика не ограничивается добросовестным перечислением составных частей государства […], она может успешно продолжать свои исследования”. И он (с. 269) сравнил статистику с архитектором, противопоставляя его подносчику материалов. Наконец, он верил, что статистические исследования помогут улучшить общество (п. 3.2)[2.2].

Там же Кетле (с. 268) убеждал, что различные статистические сведения должны после их обработки стать сравнимыми и объединены “наиболее благоприятным образом”. Он [21, с. 225] даже заявил, что “основная цель статистики” достигается тем, что эти материалы становятся сравнимыми, ср. п. 2.3, и косвенно включил в статистику исследование причин (п. 2.4).

Кетле [10, т. 1, с. 101] полагал, что статистика должна “объединять элементы” общества. Более понятны его замечания, что понижение почтовых тарифов в Англии (там же, с. 422) и Бельгии (т. 2, с. 173) привело к возрастанию числа писем и прибыли почтовых ведомств. Обсуждая железнодорожные тарифы, он [6, с. 353] разумно указал, что “существует наибольшая [выгода], которую возможно достичь и которую нельзя определить иначе, как при помощи доброкачественных статистических документов”. Кетле, правда, не заметил, что максимумов выгоды может быть несколько. Наконец, он [6, с. 351; 10, т. 1, с. 419] рекомендовал изучать изменения, происходящие после прокладки телеграфных линий и строительства железных дорог “в населении городов, цене земли, в основных центрах различных отраслей промышленности и вообще во всех общественных сделках”[2.3].

В 1873 г. Кетле [11, Введение] косвенно сравнил “общую” статистику и международную [метрическую] систему мер и весов с такими изобретениями, как фотография, телеграф, и паровой двигатель. Он не определил примененный им термин, но упомянул и “замечательный труд” Фурье (1821 – 1829) (п. 1.1) и “статистику земных явлений”. Возможно, что он таким образом начал понимать статистический метод в более широком смысле, чем раньше (п. 1.2).

2.2. Предварительное исследование наблюдений. Это исследование является одной из стадий статистических изысканий. При обилии статистических материалов их предварительное исследование служит для выявления в них каких-либо особенностей (например, систематических влияний), а во времена Кетле требовалось и устанавливать в них грубые ошибки.

Кетле [18, с. 330; 4, т. 2, с. 321] не сразу понял это:

Я всегда рассуждал в предположении, что наши результаты основаны на столь большом числе наблюдений, что в значениях их средних не входит больше ничего случайного, но здесь [см. п. 5.1] *это совсем не так*[2.4].

Затем он, однако, отказался от излишнего оптимизма, указывая, например [21, с. 210; 6, с. 332], что при регистрации смертей допускаются систематические ошибки, см. также п. 2.4. И он [21, с. 206] неоднократно убеждал в необходимости оценки исходных данных:

Здравая критика должна руководить выбором материалов, а их использование следует подчинять наиболее суровым логическим правилам; с этого начинается наука.

И позднее [10, т. 1, с. 102 – 103]: "Статистика имеет целью оценивать значимость документов, которые она собирает, и выводить из них заключения". Он [9, с. LXV] даже указал, что

Статистический документ не достоверен, а лишь вероятен. Значение рассматриваемого результата состоит в оценке этой вероятности и этим вообще определяется вся польза статистического исчисления[2.5].

Неудивительно, что он [10, т. 1, с. 112] полагал "математические поправки" ненужными:

Можно ли вводить математические поправки в числа, в то время, когда мы убеждены, что ошибки, пренебрегаемые нами, намного их превосходят?[2.6]

Но в той же книге Кетле (с. 267) сослался на несколько противоречащее этому решение 1867 г. международного статистического конгресса[2.7].

Письма Кетле [6] содержат большое число рекомендаций и замечаний о статистических исследованиях, как, например:

"Простейшее средство установить переменные причины состоит в разделении чисел, которые предполагаются искаженными ими, на группы" (с. 199)[2.8].

Выводы вполне могут быть искажены, "если исходить из систематической [предустановленной] идеи" (с. 285).

Вопросы следует задавать только об "абсолютно необходимых сведениях, притом таких, которые наверняка могут быть получены" (с. 289).

Предварительные исследования должны выявить "не происходили ли внезапные изменения" и установить их причины (с. 304).

Предыдущая цель может быть достигнута графически (с. 305). При предварительном исследовании наблюдений действительно применяются простейшие средства.

Исходные данные следует проверять по сравнению друг с другом статистических показателей, относящихся к различным провинциям страны (с. 308 – 311).

Как правило, от выборочных исследований [в их простейшей форме] следует отказываться (с. 293): "Этот метод работы очень быстр, но предполагает неизменность отношения [или показателя вообще] при переходе от одного департамента к другому".

Слишком много подразделений в статистических данных это "роскошь в цифрах, вид научного шарлатанства" (с. 278).

Кетле посвятил по меньшей мере два мемуара [20; 25] оценке надежности статистических данных. В первом из них он изучил различные материалы, заново вычислил население каждой провинции Бельгии и выявил крупные ошибки и даже подлоги в официальных данных. Его целью было установить надлежащую основу для набора в территориальную армию. Во втором мемуаре Кетле выявил ошибки в регистрации движения населения.

2.3. Стандартизация. Кетле серьезно занимался стандартизацией данных. В 1846 г. он [6, с. 364] с разочарованием заметил, что каждое государство, видимо, "находит удовольствие" в том, чтобы добиться невозможности "какого-либо вида согласования" данных.

По его инициативе произошло несколько важных национальных и даже международных событий. Так (Waxweiler 1905, с. 480), в 1828 г. он

Потребовал сплошной переписи населения [Бельгии], *которая на самом деле и была предписана* [в том же году] […] *на 1830 г. и о содержании которой правительство несколько раз консультировалось с ним*.

В 1841 г. в Бельгии была учреждена Центральная статистическая комиссия под [непременным] председательством Кетле (там же, с. 488)[2.9], притом в 1853 г. именно в Брюсселе прошла первая сессия Международного статистического конгресса, он же активно участвовал в каждой ее сессии. В своем кратком выступлении на сессии в Лондоне он (*Congrès* 1856 – 1874, 1861, с. 207 – 208) заявил, что "Статистика, не обладающая единообразием, это наука, неспособная обеспечить обществу всё благо, которое она может и должна дать". В качестве председателя одной из секций на той же сессии, он (с. 119 – 121) указал в своем отчете на необходимость единообразия в статистике населения.

Через несколько лет Кетле с соавтором [9, с. ii – v] перепечатали этот отчет и опубликовали *Проект международной статистики* (*Projet de statistique international*) (с. vii – x), ранее розданный делегатам сессии. Сочинение этих авторов было первым статистическим справочником о населении Европы (включая Россию) и США с критическим изучением исходных данных.

Сессии Международного статистического конгресса облегчили постепенное признание метрической системы мер[2.10], в чем Кетле (Waxweiler 1905, с. 488) непосредственно участвовал: "В 1839 г. правительство [Бельгии] направило его в Париж и в Италию, чтобы убедиться в соответствии бельгийских мер и весов французским".

См. также п. 1.2 по поводу участия Кетле в стандартизации метеорологических наблюдений на море.

2.4. Смертность. Возможно следуя Лапласу, Кетле [6, с. 43 – 47; 7, с. 209] считал институт страхования жизни важным, и понятно, что в связи с этим он начал изучать смертность. Вот начало одного из его ранних мемуаров [37, с. 495]:

Учреждение в наших провинциях обществ страхования жизни, которые могут стать весьма полезными, если будут руководствоваться похвальными намерениями[2.11]*, и желание убедиться в их укреплении, подводит нас к исследованию законов смертности и в то же время к изучению того, что относится к законам рождений.*

В то время, или во всяком случае “еще в начале этого столетия” [36, с. 19], таблицы смертности были “искажены самыми очевидными ошибками, притом даже преднамеренными”. Этот факт видимо объясняет, почему в 1826 г. он [37, с. 505] полагал, что равномерный (начиная с 12-летнего возраста) закон смертности, введенный Муавром, соблюдается “без особых уклонений от действительности”[2.12].

В течение всей своей научной жизни Кетле составлял [26; 19; 13] и изучал [24; 30; 36] существующие таблицы смертности[2.13]. Уже в 1826 г. он [37, с. 502 – 504] опубликовал данные о смертности в Брюсселе с их разбивкой по полу и возрастам. Через несколько лет он [2, с. 36 – 40] составил таблицу смертности для Бельгии в отдельности для мужчин и женщин и заметил (с. 33), что различие между полами начали указывать в таких таблицах “лишь в последнее время”.

В нескольких сочинениях (например, [4]) Кетле пытался изучить такие причины смертности, как цена хлеба, оценивал младенческую смертность[2.14] и смертность особых категорий населения[2.15]. Он также обсуждал метеорологические факторы, например, температуру воздуха [37, с. 501] и влияние сезонов или месяцев [2, с. 70; 4, т. 1, с. 188; 42] и сформулировал выводы для возрастных групп по отдельности. Кетле [42] собрал достаточно сведений, чтобы составить сводную таблицу ежемесячной смертности в соответствии с большим числом условий, но не сделал этого. Впрочем, подобную таблицу мы упоминаем в конце п. 4.2. В одном из своих мемуаров Кетле [21] обсуждал постоянные и переменные (в частности, периодические) факторы смертности, в другом сочинении (п. 5.5) – ее естественные и возмущающие причины.

3. Средний человек.

3.1. Социальная физика. Статистика населения ведет начало от Петти и Граунта. Вводя термин *политическая арифметика* (название его сочинения 1690 г.), Петти, видимо, имел в виду изучение населения и социально-экономических условий данного государства при помощи статистических данных.

В 1794 г. Кондорсе [IV, п. 5, Прим. 5.1] предложил иной термин, *социальная математика*, который, однако, не прижился. Далее, примерно в 1823 г. Конт (Comte 1839/1908, с. 4) в свою очередь ввел *социальную физику*, но (Sarton 1935/1962, с. 237) не определил его. Сартон также процитировал письмо Конта 1824 г. (Comte 1973, с. 127), из которого следовало, что социальная физика не была связана со статистикой:

Ты найдешь [в моих трудах] *объяснение противоречий и явных аномалий, которые этот* [исторический] *ход* [человеческого духа] *представляет тем, кто ограничивается поверхностным обзором. Я верю, что достиг понимания,* […] *что в развитии рода человеческого существуют столь же определенные законы, как закон падения камня*.

На этом введение новых терминов не закончилось. Пуассон (Шейнин 1978, с. 296 – 297) обозначил статистику населения, медицинскую статистику и страховую науку единым выражением *социальная арифметика*, и, наконец, Кетле [40, с. 4; 41, с. 2] назвал изучение введенного им же *среднего человека* (п. 3.2) *социальной механикой*. Впрочем, впоследствии он перешел к *социальной физике*, что разозлило Конта (1839/1908, с. 4):

Это выражение и столь же незаменимый термин <u>позитивная философия</u> были составлены 17 лет назад в моих первых трудах по политической философии. […] *Недавно оба эти существенные выражения были в известной степени испорчены порочными попытками некоторых писателей присвоить их. Они нисколько не понимали их истинного назначения, хотя я с самого начала старательно установил их основной смысл, тщательно и однообразно применяя их. Я должен в первую очередь указать на это злоупотребление в отношении первого термина ученым бельгийцем, выбравшим его в последние годы в качестве заглавия сочинения, в котором говорится только лишь о простой статистике*.

Lottin (1912, с. 360), а затем Lazarsfeld (1961/1977, с. 235, Прим. 52) противопоставили Конта Кетле. Так, Лазарсфельд указал, что

Конт пытался вывести из истории общие тенденции развития, которые могли бы быть продолжены в будущее, тогда как Кетле направлял свои усилия на поиски точных закономерностей, которые помогли бы объяснить современное социальное положение[3.1].

По отношению к Кетле это мнение не совсем верно, см. пп. 2.1 и 3.2. Лоттин (см. выше) справедливо заметил, что Конт не применял математических (в частности, вероятностных) методов в своей социальной физике.

Так что же Кетле понимал под этим термином? Вначале он [6, с. 263] заявил. что социальная физика это “особая наука”, образованная “ансамблем […] законов”, которые управляют “социальным телом”. Позднее он [7, с. 234] добавил, что “Социальное тело имеет свою анатомию, которая неподходяще называется статистикой”[3.2]. Наконец, Кетле [10, т. 1, с. 152] решил, что “наука” (на с. 150 он упомянул социальную физику) должна по возможности изучать законы размножения человека, развития его умственных способностей и склонностей к добру и злу, исследовать влияние естественных и возмущающих причин (п. 5.5) на человека и установить, способен ли человек “поставить под угрозу устойчивость социальной системы”.

Эта огромная программа подразумевала решение проблем собственно медицины, социальной гигиены, физиологии, экологии и истории! Впрочем, труды Кетле в основном относились к статистике населения и моральной статистике, включали элементы медицинской статистики и общие, часто наивные и необоснованные социологические рассуждения.

3.2. Средний человек. По замечанию Мейцена (1886, с. 54), Кетле придерживался “почти мистической надежды выявлять законы мирового порядка и истории по статистическим данным” и пытался “установить эту цель в качестве принципа статистики”. Пожалуй так: установить, что это (наряду с решением других проблем социальной физики, см. п. 3.1) и является целью статистики. Для решения указанных целей Кетле и ввел *среднего человека* данной эпохи. Вначале, в 1832 г., он [40, с. 4] ввел это понятие, но не сам термин:

Человек, которого я здесь рассматриваю, аналогичен в обществе центру тяжести тела. Он это среднее, около которого колеблются социальные элементы. Это […] *фиктивное существо*.

Но в том же году Кетле [41, с. 1] добавил: “Если определить среднего человека для некоторой нации, он представит ее тип”, в принципе же он “тип всего рода человеческого”. Средний человек обладает средними чертами во всем (вес, рост, моральные и умственные качества) и в то же время это “тип нашего биологического вида, также и тип прекрасного” [7, с. 38].

Подобные высказывания, не говоря уже о мысли Кетле приложить среднего человека к изучению общества (см. ниже), вызвали разумные возражения. Landau & Lazarsfeld (1978, с. 832) упомянули в этой связи Курно (1843, § 123), Л. А. Бертильона (1876, с. 295) и Фреше (п. 6.1). Курно заметил, что

Когда правила выведения средней применяются к различным частям некоторой сложной системы, […] *средние величины могут оказаться несовместимыми* […].

Бертильон настаивал на том, что средний человек это “тип вульгарности”, но самое едкое высказывание сформулировал Бертран (1888, с. XLIII):

В тело среднего человека бельгийский автор вложил среднюю душу. [Средний человек] *лишен страстей и пороков, он ни безумен, ни мудр, ни невежда, ни ученый* […], *зауряден во всем. После того, как он поедает в течение 38 лет средний паек здорового солдата, ему положено умереть не от старости, а от средней болезни, которую обнаруживает в нем статистика*.

Бертран часто ошибался, видимо угождая своему литературному дарованию: средний человек обладал средними наклонностями к женитьбе и к преступлению.

Кетле [7, с. 35 и 37] попытался опровергнуть пагубный довод Курно путем измерения размеров тела у 30 человек в возрасте 20 лет каждый. Он разбил их на три равночисленные группы таким образом, что средние высоты человека в каждой из них совпадали, и указал, что средние из каждого из остальных измерений также совпадали, притом не только для этих, но и для других, дополнительных групп. Он (с. 37) заключил, что автор "недавно опубликованной замечательной книги по теории вероятностей" ошибался. Кетле не привел своих измерений, но и вообще его опыт "не решил вопроса" (Hankins 1908, с. 71)[3.3].

Но какое среднее определяло среднего человека? Поскольку Кетле сравнил это существо с центром тяжести (см. выше), то видимо имел в виду среднее арифметическое. Вот, однако, его рассуждение [7, с. 45] о росте и весе среднего человека:

Кривая, которая указывает, как население [уж наверное одного пола и из одной и той же возрастной группы] *группируется по своему весу, не более симметрична, чем кривая, указывающая их рост, но она еще* [?] *плавная и может быть установлена по тем же правилам. Группы еще распределены по закону случайных вариаций* [см. п. 5.4], *но их границы неравно удалены от среднего.* […] *Средний человек по весу вероятно насчитывает столько же человек, весящих больше его, сколько тех, кто весит меньше.*

Понятно, пожалуй, лишь последнее предложение. И далее (с. 46): "Средний человек является типом и по росту, и по весу". Среднее по весу было средним арифметическим и "вероятно" медианой, а по росту и тем и другим безоговорочно[3.4]. По меньшей мере в одном случае Кетле [6, с. 216] вспомнил о пуассоновой форме закона больших чисел, хотя только по поводу роста среднего человека, и указал, что броски нескольких монет одной и той же чеканки в вероятностном смысле не отличаются от бросков одной и той же монеты[3.5] и что это будто бы является "первым математическим доказательством, что по крайней мере в смысле роста средний, типичный человек действительно существует".

Кетле ссылался на среднего человека и в моральной статистике и кроме того считал возможным "при определенных обстоятельствах" отождествлять законы развития этого существа с теми же законами для всего рода человеческого [4, т. 2, с. 286]. Он, очевидно, хотел облегчить задачи исторической науки, но его надежды оказались тщетными.

Гальтон (1883, с. 350), см. также Пирсон (1914 – 1930, 1924, с. 297) упомянул среднего человека при введении своих *составных* фотографий уголовников, лиц определенной профессии или национальности. Он, видимо, не знал о планах Guerry выделять при помощи антропометрии маньяков, эпилептиков и глупцов. Кетле

[41, с. 83 – 87] опубликовал письмо Герри, в котором тот высказал свою идею и риторически спрашивал (с. 87): “Кто знает, с чем мы столкнемся?”[3.6]

4. Моральная статистика

Рассуждения Кетле в основном относились здесь к устойчивости [относительных] чисел преступлений, самоубийств и женитьб. Мы почти исключительно рассматриваем первую из этих тем.

4.1. Количество преступлений. Уже в 1829 г. Кетле [39, с. 28 и 35; 15, с. 178] убедил себя в том, что [относительное] количество преступлений было почти постоянным. Затем он уточнил свою идею [41, с. 81; 3, с. 5 – 6; 4, т. 1, с. 10; 6, с. 357] и вот его знаменитое высказывание 1836 г. из [4]:

Есть долг, который уплачивается с ужасающей правильностью, – это долг тюрем, каторги и эшафотов, т. е. тот, к уменьшению которого следовало бы особенно стремиться; и ежегодно числа подтверждают мои предвидения. […] *Есть дань, которую человек уплачивает с большей регулярностью, чем та, которую он должен уплатить природе или государственной казне, – это дань преступлению!* […] *Мы можем заранее вычислить, сколько людей запятнают руки кровью себе подобных, сколько станет подделывателями, сколько – соблазнителями почти так же, как можно заранее вычислить количество имеющих родиться и умереть. Общество включает в себя зародыш всех совершаемых преступлений, равно как и средств, необходимых для их осуществления. Это оно в некотором смысле подготавливает преступления, а виновные являются лишь его исполнителями.*

Всякий социальный строй предполагает определенное количество и определенный порядок преступлений, которые вытекают из его организации как необходимое следствие.

Здесь есть противоречие: число преступлений то более, то менее устойчиво, чем долг природе, а кроме того следовало указывать не “людей” вообще, а взрослых и притом не очень старых.

Ссылаясь на Villermé, который в свою очередь упоминал Наполеона, Кетле [41, с. 18; 4, т. 2, с. 173] заявил, что человек “является следствием своего физического и морального окружения не меньше, чем своей конституции”. Он [6, с. 358; 10, т. 1, с. 425] даже полагал, что существует некоторое наименьшее число преступлений, которое зависит “от самой сущности человека и его повышение является в определенном смысле следствием социального устройства”.

Через несколько лет после его смерти Rehnisch (1876, с. 47 и 52)[4.1] опубликовал уничтожающую критику утверждений Кетле о числе преступлений:

Посмотрим, как реально обстоит дело с этими удивительными постоянством и закономерностью в ряде прославленных образцовых примеров. […]

Кетле безосновательно торопился утверждать возбуждающую ужас точность в повторении чисел.

Кетле, продолжал Рениш (с. 52), убедил себя в постоянстве преступлений (и самоубийств) после изучения официальной французской статистики только лишь за три года. Использованные им данные могли (с. 53) служить только “показанием для дальнейших исследований”**[4.2]**.

Анализируя выводы Кетле, Рениш (с. 101) обнаружил, что тот ошибался при сравнении данных за различные годы**[4.3]**, в частности потому (с. 61), что не учел последствий закона 1832 г. (см. ниже)**[4.4]**. Он привел несколько выдержек из французских годичных отчетов (*Compte général* 1827 – 1900) и мы повторяем их:

1. *Возрастание* […] *числа обвиняемых в преступлениях против личности* [относительно 1825 г.] *особенно проявилось по отношению к обвинениям в изнасиловании*.

Число обвиняемых “неуклонно возрастало в отношении 135 к 100” (ежегодник за 1842 г., с. vi).

2. Снижение числа приговоренных к смертной казни в 1831 – 1835 и 1836 – 1840 гг. по сравнению с 1826 – 1830 гг. (см. там же) произошло ввиду “закона 28 апреля 1832 г.”. При его отсутствии “число деяний, которые Уголовный кодекс 1810 г. квалифицировал как убийства, существенно возросло бы”.

3. *Число самоубийств не переставало ежегодно возрастать с тех пор, как судебная статистика стала их регистрировать, но в 1847 г. возрастание намного превзошло то, которое происходило в предыдущие годы.* […] *В 1847 г. насчитывалось на 545, т. е. примерно на 1/6 больше* [самоубийств], *чем в 1846 г.* (ежегодник за 1847 г., с. xxxviii).

Указанные цифры не относительные, а абсолютные, и всё же легко понять, почему Рениш (с. 60) назвал труды Кетле “поверхностной литературной стряпней”. В математической литературе никто на него не ссылался, но Чупров (1909/1959, с. 213 – 215) описал его статью и на с. 215 заметил, что “Кетле было свойственно заблуждаться”**[4.5]**. Он также указал, что ни Кетле, ни Рениш не ввели никаких количественных критериев устойчивости статистических данных.

Кетле, правда, мог бы при помощи одних и тех же простейших приемов проверить, были ли ряды количеств преступлений действительно столь же устойчивы, как ряды числа рождений или смертей (см. выше его высказывание 1836 г.). И вот позднейшее мнение о том же (Rietz 1924, с. 417 – 418):

Потрясающие в известной степени высказывания [Кетле] […] *захватывали воображение. Но* […] *он часто заявлял об устойчивости, исходя из недостаточных данных. Труды Кетле навлекли на статистику подозрение в шарлатанстве*.

Лишь Лексис (в 1879 г.) попытался установить критерий устойчивости статистических рядов. На Кетле он не сослался, но возможно, что именно необоснованные высказывания о постоянстве чисел преступлений и их последующая критика подвели его к этой цели. Случайно или нет, но он обозначил свой критерий буквой *Q* (первой буквой фамилии Кетле).

Кетле [41, с. 19; 3, с. 12; 4, т. 2, с. 174] предположил, что отношение зарегистрированных преступлений ко всем содеянным постоянно. Он [6, с. 325] понимал, что постоянство может иметь место лишь для данного вида преступлений, что преступления становятся известны сравнительно чаще, чем проступки и что социальные и юридические изменения влекут за собой существенные изменения в судебной статистике.

4.2. Причины преступности. Исходя из здравого смысла, Кетле [3, с. 32; 41, с. 44 и 47; 4, т. 2, с. 210] выделил основные причины преступности, например [3][4.6], "нищету, безделие и невежество" и [7, с. 214] указал на опасность подражательства при безответственном освещении какого-либо преступления в газетах[4.7].

Ему, естественно, пришлось изучать влияние *внешних* условий на преступность, – пола, возраста, образования, времени года (а не трех перечисленных выше), – и он [41, с. 70; 4, т. 2, с. 248] даже предложил эмпирическую формулу для изменения склонности к преступлению с возрастом (п. 5.7) и нарисовал портрет стареющего преступника, переходящего с одного вида преступления к другому[4.8]. И он [6, с. 317] также привел хороший пример ложной корреляции: "Число преступлений находится скорее в прямой, а не в обратной зависимости от числа детей, посещающих школу". Большое число школьников, пояснил он (с. 320), свидетельствует о перенаселенности района.

Landau & Lazarsfeld (1978, с. 830) отметили попытку Кетле [10] выйти "далеко за пределы […] обычной двумерной корреляции"[4.9]. Так, он подразделил преступления некоторых видов в соответствии с полом (или возрастом) и образованием злоумышленников, а в другом примере дополнительно учел типы судов, которые рассматривали соответствующие дела. Авторы заключают:

Эти замечательные предвосхищения современных приемов почти не были замечены современниками Кетле. Лишь недавно социологи переоткрыли и полностью исследовали возможности многомерного анализа.

Но можно указать и более раннее сочинение Кетле [41, с. 66] и Фурье (1821 – 1829, 1821). В Таблице 20 в этом источнике, например, для умерших в 1817 г. даются возраст, пол и семейное положение. И даже труды некоторых ботаников XVIII в. по классификации растений можно рассматривать с точки зрения многомерного анализа (Шейнин 1980, с. 325 – 326).

4.3. Заседатели. Кетле [3, с. 18], см. также [39, с. 28 – 29; 41, с. 25; 3, с. 21 и 27 – 28], заметил, что отношение числа осужденных к числу обвиняемых

Во Франции было намного ниже, чем у нас. Это без сомнения не будет иметь места, по крайней мере в столь ощутимой степени, *поскольку у нас* [по примеру Франции] *были введены присяжные заседатели.*

Он [18, с. 331; 4, т. 2, с. 323] также указал, что французский закон, который “призвал большее число граждан к судопроизводству” в качестве заседателей, привел к смягчению наказаний. Наконец, Кетле [6, с. 334] подтвердил свое предположение (см. выше): процент оправданий в Бельгии удвоился с тех пор, как там был введен институт заседателей.

4.4. Вероятности осуждения. Исходя из французских материалов, Кетле изучил влияние личности подсудимого на вероятность его осуждения, см. Таблицу 1, заглавие которой, впрочем, не вполне соответствовало ее сути: она также содержала строки (3-ю и 12-ю), характеризующие тип вменяемого преступления. Тем не менее, этот тип также как-то связан с личностью обвиняемого и влияет на вероятность осуждения, как сам Кетле [10, т. 1, с. 263] указал в другом сочинении и как о том свидетельствовали эти самые строки.

Таблица 1 (выдержка)

Личность обвиняемого и вероятность его осуждения (Кетле [18, с. 325; 3, с. 20; 4, т. 2, с. 313])

No.	État de l'accusé	Probabilité d'être condamné
1	Ayant une instruction supérieure	0.400
3	Accusé de crimes contre les personnes	0.477
5	Étant femme	0.576
6	Ayant plus de 30 ans	0.586
8	Sans désignation aucune	0.614
9	Étant homme	0.622
10	Ne sachant ni lire ni écrire	0.627
11	Ayant moins de 30 ans	0.630
12	Accusé de crimes contre les propriétés	0.655

Перевод строк

1. Имеет высшее образование
3. Обвиняется в преступлении против личности
5. Является женщиной. 6. Возраст свыше 30 лет
8. Без всяких уточнений. 9. Является мужчиной
10. Не умеет ни читать, ни писать. 11. Возраст менее 30 лет
12. Обвиняется в преступлении против собственности

Конечно, он не мог учесть указанной зависимости[4.10], но ему следовало сказать, что тема его исследования намного сложнее, чем казалась.

Кроме того (Landau & Lazarsfeld 1978, с. 831),

Особо удивительно, что мысль об учете […] *рецидивистов полностью ускользнула от него.* […] *Видимо, эти недостатки*[4.11] […] *были* […] *по меньшей мере частично вызваны несовершенством данных, имевшихся в то время.*

Их оправдывающий вывод неоснователен. Альф. Декандоль (1830, с. 182 – 184) рассматривал этот вопрос, а Guerry (1833, с. 17 и 44) сформулировал некоторые соответствующие выводы, основанные на статистическом материале.

Наконец, Кетле не оценивал надежности своих заключений, ср. п. 5.6, но следует добавить, что ему удалось показать, что личность обвиняемого (в частности, его образование) существенно влияла на вероятность его осуждения. Заметим, что примерно в 1870 г. врачи начали применять упорядоченное изменение показателей для проверки своих выводов в том же порядке, что и Кетле [IV, п. 6.1.2].

4.5. Склонность к преступлению. Это понятие ввел Кетле [41, с. 17; 4, т. 2, с. 171]: "Предполагая, что люди поставлены в аналогичные условия, я называю склонностью к преступлению вероятность […] совершить его", а под *аналогичными условиями* он разумел "в равной мере благоприятные, либо чтобы ввести в искушение, либо для совершения преступления". Он здесь не сослался на причины преступности (п. 4.2), а преступления против личности никак не подходили под его определение.

В других сочинениях Кетле [7, с. 82; 43, с. 20; 10, т. 2, с. 327] обсуждал "видимую" склонность к преступлению, вычисляемую для данной возрастной группы по статистическим данным. И он не преминул заметить, что "истинная" склонность данного лица может существенно отличаться от видимой. Кетле [7, с. 93; 10, т. 2, с. 333] уточнил это замечание, полагая, что определенное число лиц данного пола и возраста соответствует каждому возможному значению вероятности совершить преступление. Эту мысль он пояснил чертежом асимметричной одновершинной кривой, вид которой, очевидно, определялся лишь здравым смыслом.

Кетле [7, с. 77; 43, с. 38] ввел аналогичные понятия видимой и действительной склонностей к женитьбе[4.12], притом соотнес [очевидно, видимую] склонность и к преступлению [41, с. 17 – 20; 7, с. 92], и к женитьбе [7, с. 91] к среднему человеку.

Лица, даже одного и того же пола и принадлежащие к той же самой возрастной группе, никогда не находятся "в аналогичных условиях", однако сама мысль о видимой склонности к преступлению представляется столь же разумной, как и о средней продолжительности жизни[4.13].

Не обращая внимания ни на различие между видимой и действительной склонностями к преступлению, ни на неправомерность приписывания отдельному лицу *среднего* показателя, противники Кетле ополчились на его идеи и Рюмелин (1867/1875, с. 25) ярко выразил их негодование:

Если статистика говорит мне, что я в течение ближайшего года умру с вероятностью 1/49, и что с еще более высокой вероятностью буду оплакивать болезненные пустоты в кругу дорогих мне лиц, то я должен буду смиренно склониться перед этой суровой правдой. Но если она, опираясь на подобные средние числа, захочет мне сказать, что с вероятностью 1 к такому-то числу я [совершу преступление], *то я смогу не колеблясь ответить: сапожник, не суди превыше сапога*!

Физически здоровый человек мог бы с тем же правом не согласиться с выводами таблицы смертности (Чупров 1909/1959, с. 211 – 212). Впоследствии Рюмелин (1875, с. 370) добавил:

Только такие нефилософские умы как Ад. Кетле и Т. Бокль […] *могли высказываться в защиту ныне столь распространенного* [ошибочного] *учения, что факты моральной статистики должны были привести к оспариванию свободной воли человека*.

Оставляя Бокля в стороне, мы замечаем, что Кетле [23, с. 145; 43, с. 5 и 38; 7, с. ix и 65 – 72] не отрицал свободной воли, но разумно полагал, что она действует подобно несущественной случайной причине и потому не ощутима в средних результатах[4.14].

Иное возражение представил Кнапп (1872, с. 101), заявивший, что каждое данное преступление обусловлено своей собственной причиной, так что "нельзя говорить ни о какой склонности" к нему. По существу, он вообще тем самым отрицал статистику[4.15]. Наконец, Чупров (1909/1959, с. 23) четко пояснил доводы сторонников и противников Кетле: "наивное преклонение" сторонников Кетле перед "статистическим законом", слепая вера в устойчивость статистических чисел, отождествление видимых и действительных наклонностей "вызывали на протест". Но возражения не были основаны на теории вероятностей, – напротив, они отвергли этот путь [и статистика оказалась в болоте].

4.6. Женитьбы. Кетле ввел склонности к женитьбе (п. 4.5) и подчеркнул, что данные о женитьбах устойчивы и потому влияние свободной воли в них несущественно. В частности, он [7, с. 68 – 69; 28, с. 455; 33, с. 232] указал, что существуют явные закономерности в возрастах женихов и невест. Поразительным примером он посчитал количества женитьб в Бельгии между мужчинами моложе 30 лет и женщинами в возрасте за 60 лет. Именно, в 1841 – 1845 гг. их было 7, 6, 8, 5 и 5, а всего 31 [23, с. 143][4.16].

Одной из причин интереса Кетле к женитьбам могло быть его изучение статистики внебрачных детей [21, с. 220]. Позднее он [7, с. 169] заметил, что

В Баварии попытались воспрепятствовать опрометчивым бракам. […] *Оказалось* […], *что число внебрачных детей почти сравнялось* [в этой стране] *с числом рожденных в браке*.

Рождение детей вне брака Кетле (с. 204) назвал "истинной социальной язвой"[4.17].

5. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Кетле опубликовал несколько популярных книг, частично или полностью посвященных теории вероятностей. Он также высказал свое мнение о соотношении между ней и статистикой, а в своей практической работе ему пришлось столкнуться с элементами математической статистики, которая еще не существовала как отдельная дисциплина.

Эти элементы мы описываем в пп. 5.2 – 5.7; в п. 2.2 мы уже затронули ее и в п. 4.2 упомянули многомерную статистику.

5.1. Теория вероятностей. Французские ученые, с которыми Кетле встречался в молодости (п. 1.2), без сомнения убеждали его в необходимости подтверждать статистические выводы вероятностными рассуждениями. Во всяком случае, в 1869 г. Кетле [10, т. 1, с. 103] процитировал письмо Фурье, написанное "почти пятьдесят лет назад": "Статистические науки не достигнут истинного прогресса, пока они не начнут ограничиваться тем, что изучено математическими теориями"[5.1]. Он сам (с. 134) правильно указал, что

Теория вероятностей родилась почти в то же время, как и ее младшая сестра, статистика, для которой она стала самой надежной и незаменимой спутницей. Это соответствие совсем не случайно: одна из этих наук в некотором роде спрашивает своим исчислением и согласовывает то, что другая добывает своими наблюдениями и своим опытом.

Там же Кетле (с. 103) сослался и на Пуассона, который

Иногда с суровой и мало успокаивающей насмешкой упоминал в своих письмах статистиков, склонных заменять своими измышлениями истинные принципы науки.

Опять там же Кетле (с. 11) заявил, что в начале XIX в. ученые почувствовали необходимость непосредственно применять теорию вероятностей к "государственным делам" [к статистике населения], но что (с. 107) некоторые трудности

Помешали им продвигаться с необходимой скоростью. Я полагаю […], *что основную причину этого можно приписать недостатку достоверных сведений*[5.2].

Кроме того, он [6, с. 7; 8, с. 10] указал, что "Исчисление вероятностей является только средством, которое должно служить для упорядочения усилий по разработке" [данных][5.3] и что [10, т. 1, с. 133] "Теория вероятностей служит основанием для изучения законов природы"[5.4].

Мы не знаем, кого имел в виду Кетле [35, с. 633 и 634] в конце своей жизни, когда заявил, что

Мало-помалу трудности методов [применяемых в теории вероятностей и в ее приложениях] *и, можно сказать, злоупотребление исчислением и его мало подходящее приложение к коммерческим и политическим делам поубавило пыл мнимых ученых. Наибольшее число этих ложных проповедников науки в конце концов осознали свою беспомощность и видимо охладели один за другим.*

Наука о вероятностях должна поставить себе своей повседневной задачей вновь занять свое место, захваченное у нее теми, кто не понимает всех ее достоинств.

Много хороших слов произнес Кетле о теории вероятностей, но применял ее довольно редко, частично ввиду крупных ошибок в исходных данных (п. 2.2). Возможно, конечно, что в Париже у него не было времени как следует ознакомиться с ней. Но примерно за год до его приезда туда Фурье издал первый том статистических исследований (1821 – 1829, 1821), и мы полагаем, что Кетле обратил внимание именно на него, а не на труды Лапласа (см. ниже)[5.5].

Но во всяком случае он пытался популяризировать теорию вероятностей. Первую книгу [1] по этой теме он написал на основе своих лекций, которые читал в течение пяти лет в Музее Брюсселя[5.6], и в ней он описал закон больших чисел Бернулли, пояснил модное в то время понятие морального ожидания[5.7] и исследование достоверности свидетельских показаний. Изложение материала было элементарным; формул Бернулли он, к примеру, не выписал и ничего не сказал о центральной предельной теореме, которая играла решающую роль в исследованиях Лапласа. Элементарными были и две другие его книги [6; 8][5.8].

5.2. Теория ошибок. Кетле вряд ли ознакомился с *Теорией комбинаций* Гаусса (1823), в которой метод наименьших квадратов обосновывался принципом наименьшей дисперсии (наибольшего веса) и погрешности наблюдений соответственно оценивались выборочной дисперсией. Для второй цели Кетле, как, впрочем, и астрономы и геодезисты почти до нашего времени (Шейнин 1979, с. 39), применял вероятную ошибку и даже неверно считал [8, с. 53], что она практически важнее "средней" (как в то время называли среднюю квадратическую) ошибку. Он привел и другие соображения об оценке надежности наблюдений (см. ниже), но не применил их практически.

1. Обозначим наблюдения через x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ и их среднее арифметическое через $\bar{x}$. Тогда, как Кетле [1, с. 254]

$$g = (1/\sqrt{n})\left[2\left(\frac{x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} + \ldots + x_n^{\ 2}}{n} - \bar{x}^2\right)\right]^{1/2}. \qquad (1)$$

Никаких формул он, однако, не привел и ограничился числовым примером, к тому же совершенно необычным. Он принял, что результаты первой тысячи наблюдений были равны двум ($x_1 = x_2 = \ldots = x_{1000} = 2$), следующих двух тысяч – пяти, и еще одной тысячи – двенадцати. Этот пример (и не выписанную им формулу (1)) Кетле [1, с. iv] нашел у Фурье (1826/1890, с. 532), но можно сомневаться, что по этим данным можно построить разумную кривую плотности. Кетле (с. 151) заявил, что вычислил g в соответствии с "правилом наименьших квадратов", но это утверждение беспочвенно[5.9].

Фурье (1826/1890, с. 541) привел и другую формулу

$$g = (1/n)\ [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2]^{1/2}.$$

Поскольку средняя квадратическая ошибка $\bar{x}$ равна

$$m = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + ... + (x_n - \bar{x})^2}{n(n-1)}} ,$$

то $g \approx m\sqrt{2}$[5.10].

2. Снова без доказательства Кетле [6, с. 398 – 399] привел соотношение между вероятной и средней (в тогдашней терминологии) ошибками, молчаливо предполагая нормальный закон распределения, и неверно повторил формулу Гаусса для вероятных пределов вероятной ошибки.

5.3. Теория средних. Кетле [6, с. 60] утверждал, что теория средних является ветвью теории вероятностей и "служит основой всех наук наблюдения"[5.11]. Начиная с Ламберта, математики и астрономы пытались установить *лучшее* среднее из серии наблюдений, а в середине XIX в. естествоиспытатели, которые изучали средние состояния природы, вышли за пределы теории ошибок. Таким образом, Кетле действительно мог обратить особое внимание на теорию средних, и вот его мысли о ней [6, с. 63, 65 и 67]:

Большинство статистиков, и даже лучших из них, знают лишь весьма смутно, не скажу аналитической теории вероятностей, но ту ее часть, которая занимается оценкой средних.

Выбирая среднее, можно иметь в виду две весьма различные вещи. Можно пытаться определить действительно существующее число; можно, впрочем, вычислять число, которое дает возможно наиболее верную идею о многих различных величинах, выражающих однородные, но различные по размеру вещи.

Это различие столь важно, что […] *я закрепляю термин* <u>*среднее*</u> *за первым случаем и принимаю выражение* <u>*среднее арифметическое*</u> *для второго*.

Тем не менее, добавил Кетле (и повторил это позже [8, с. 49; 35, с. 627 – 628]), среднее арифметическое иногда является "истинным средним", но мысли своей не пояснил.

Ламон (в 1867 г.) и Кёппен (в 1874 г.) заметили, что некоторые средние являются отвлеченными величинами (Шейнин 1984, с. 70 – 72), однако в 1857 г. Давидов (там же) подчеркнул, что при обработке наблюдений отличие между реальными и фиктивными средними существует лишь потому, что свойства уклонений от них различны. Никто из этих трех авторов не сослался на Кетле[5.12].

По сравнению с теорией ошибок теория средних не обладала никакими дополнительными средствами или методами, но при рассмотрении фиктивных средних она оказалась ближе по духу и целям к будущей математической статистике и в конце концов была поглощена ей. Добавим, что теория ошибок (и даже только ее вероятностная ветвь) всё-таки отлична от математической статистики.

5.4. Законы распределения. В истории приложения статистического метода к естествознанию можно выделить переход от изучения средних значений или состояний к установлению плотностей (Шейнин 1990). Перечисляя задачи статистики с точки зрения теории вероятностей, Курно (1843/1970, § 107) упомянул

Установление закона вероятности для величин, предполагаемых данными в бесконечном множестве значений, которые может принимать некоторая переменная под действием случайных причин[5.13].

Но по-настоящему изучение распределений началось с Гальтона (Hilts 1973, с. 208):

Гальтону […] *пришлось сосредоточить свое внимание на статистических уклонениях и изменениях как на чем-то важном независимо ни от чего.* […] *Вместе с трудами Кетле, Лексиса, Эджворта, и, наконец, Пирсона, главное внимание перешло* […] *с параметра на распределение.*

Да, но Лексис здесь не при чем, а про Кетле мы добавим несколько слов. Во-первых, в течение какого-то периода он интересовался различными распределениями и по меньшей мере описал поведение нескольких соответствующих кривых. Во-вторых, применяя биномиальное распределение (вместе с его предельным, т. е. нормальным законом, которым он постоянно пользовался), он вычислил теоретические частости возможных значений соответствующих случайных величин[5.14]. Он, вместе с некоторыми современниками, оказался связующим звеном между Лапласом с одной стороны и Гальтоном и Пирсоном с другой (Шейнин 1984, с. 74 – 75).

Кетле [7, с. 80] заметил, что и для мужчин, и для женщин кривые наклонностей к женитьбе (п. 4.5) для различных возрастов были весьма асимметричны, и, в другом случае, что общее распределение роста для лиц “двух рас”, или обоих полов, были двувершинными [6, с. 143][5.15]. В 1846 г. он (Шейнин 1984, с. 74 – 75) вообще понял, что кривые плотностей “очень часто асимметричны”[5.16] и опубликовал письма, которые в 1845 г. прислал ему Bravais и которые содержали соответствующие примеры из биологии, астрономии и метеорологии. И всё-таки в 1853 г. Кетле (там же) вернулся к традиционным понятиям и по существу заявил, что появление асимметричных распределений вызывается “особыми причинами” и аномалиями. Впрочем, эта точка зрения не помешала ему [10, т. 2, с. 304 и 347] примерно через 16 лет опубликовать графики асимметричных распределений наклонностей к преступлениям[5.17].

Обсуждая биномиальную кривую, Кетле (*Congrès* 1856 – 1874, 1873, с. 139 – 141) заявил, что “Ее также называют кривой Ньютона, как один знакомый выдающийся математик” сказал ему. И он также заявил, что нормальный закон был “одним из самых общих в живой природе”.

Стиглер (1975, с. 334 – 337) описал как Кетле подбирал биномиальное и геометрическое (частный случай отрицательного биномиального) распределения к статистическим данным и заметил у

Кетле метод, “полностью равнозначный современному применению вероятностной бумаги”[5.18].

Специально укажем утверждения Кетле [7, Введение, с. viii] о “законе случайных причин”: это (там же, с. ix, также с. 94 и 140; с. 16)

Общий закон, применимый к отдельным лицам и народам, он господствует над нашей моралью и умственными равно как и физическими качествами.

Общий закон, который господствует над нашей вселенной и видимо предназначен упорядочивать (répandre) *жизнь; всему живому он придает бесконечное разнообразие.* […]

Этот закон, который длительное время не признавался наукой и который всё еще остается бесплодным для практики, – этот закон я называю законом случайных причин.

Однако, при всём разнообразии (с. 17),

У организованных (organisés) *существ все элементы подвержены изменениям около некоторого среднего состояния и* […] *изменения, которые зарождаются под влиянием случайных причин, упорядочены со всей согласованностью и точностью, и могут быть заранее распределены количественно и по порядку величины вплоть до их границ. Всё можно предвидеть, всё законосообразно и только наше незнание заставляет нас верить, что всё отдано на волю случая.*

Да, многочисленные случайные действия могут привести к закономерности, но Кетле вообще отрицал случай и многократно повторял свое утверждение [1, с. 8 и 230; 6, с. 14; 8, с. 101]. Ясно, что, имея в виду живые существа, он отрицал их эволюцию (ср. п. 1.2).

Кетле [8, с. 54 – 55] заявил, что уклонения наблюдений от их среднего следуют закону случайных причин. Отождествлял ли он этот закон с нормальным? Вовсе нет, поскольку указал (там же, с. 57), что его кривая может быть асимметрична. Имел ли он в виду закономерность, которая проявляется в большом числе погрешностей, следующих биномиальному распределению? Нет, потому что в одном случае, рассматривая график числа лиц, обладающих той или иной вероятностью совершить преступление (п. 4.5), он [7, с. 94] заявил, что “эта самая [асимметричная] линия […] принимает форму кривой случайных причин”[5.19].

5.5. Классификация причин. Кетле классифицировал причины таких статистических явлений, как смертность (п. 2.4) и включил подобные исследования в теорию вероятностей [8, с. 58 – 62]. В соответствии с происхождением он [4, т. 1, с. 21; 6, с. 198; 7, с. 21] выделил естественные и возмущающие причины[5.20], а также постоянные, переменные (в частности, периодические) и случайные [21, с. 207; 6, с. 159; 8, с. 58 – 62][5.21]. Последние, как он считал, “проявляют себя лишь по случаю и действуют безразлично в обоих направлениях”.

Кроме того, он [21, с. 207] обсуждал “степень энергии” постоянных и переменных причин, а таинственный закон случайных причин (п. 5.4) не улучшил их классификацию.

Применив устаревшие понятия, Кетле [21, с. 228 – 229] заявил, что постоянные (переменные) причины “имеют за себя определенное (переменное) число шансов”, тогда как “случайные причины, строго говоря, не имеют никаких шансов, а влияют на порядок следования [случайных] событий”. Аналогичное утверждение см. [6, с. 159 – 160].

В другом сочинении, отождествляя случайные и возмущающие причины, Кетле [7, с. 21] заявил, что

Последние действуют как случайные силы. Они оставляют более или менее глубокий отпечаток, но затем стираются и дают природе возможность […] *вновь вступить в свои права*[5.22].

Обсуждая причины, он [21, с. 207 и 217] предложил иное (ср. п. 2.1) определение целей статистики:

Главной целью применения средних является исключение […] *влияния случайных причин и познание таким образом постоянных и переменных причин.* [Статистика] *должна указать средство для установления этих последних причин и измерения степени их воздействия.*

Чаще всего эта последняя цель недостижима и следует ограничиться исследованием [постоянных и переменных] *причин, равно как и их тенденций*[5.23].

Одну из рекомендаций Кетле об изучении переменных причин мы указали в п. 2.2. Хотя его идеи содержали намек на теорию корреляции, он не предложил никаких количественных правил для желаемого, по его мнению, исследования.

Рассмотрим его пример. Если [6, с. 193] не зарегистрировано небольшое число рождений, то ошибка в вычислении соотношения полов новорожденных окажется случайной и не исказит этот показатель [существенно]. Иное дело, если некоторые родители не регистрируют рождений своих сыновей, чтобы избавить их от воинской службы; в этом случае искажение следует отнести “к постоянным причинам, или, скорее, к переменным, потому что оно изменяется с шансами войны и опасности”.

Кнапп (1872, с. 113) возразил против выделения различных классов причин. Он явно ошибался, особенно когда добавил (с. 114), что единственно осмысленным является их подразделение на существенные и несущественные.

5.6. Значимость причин. Изучение вероятностей осуждения (п. 4.4) включало у Кетле некоторые дальнейшие соображения. Обозначим эти вероятности через x_i, $i = 1, 2, …, n$, где символ i указывает на категорию обвиняемых, причем случай $i = 0$ относится к обвиняемым “без всяких уточнений”. Тогда, как Кетле [18, с. 327; 4, т. 2, с. 314 – 315] заявил, отношения

$$\Delta = \frac{x_i - x_0}{x_0}$$

выразят значимость принадлежности обвиняемого к категории *i*.

Yule (1900/1971, с. 30 – 31) высоко оценил это рассуждение и обозначил введенный им в этой работе коэффициент связанности через *Q*. В другом сочинении он (1912/1971, с. 114) разъяснил, что выбрал эту букву в честь Кетле. Он (1900/1971, с. 30) кроме того заметил, что "Кетле, видимо, впервые ввел метод [сериальных шансов] в качестве определенного статистического метода". Впрочем, он мог бы упомянуть и Кёппена (Goodman & Kruskal 1959, с. 133).

5.7. Эмпирические формулы. Кетле [40, с. 22] предложил эмпирическую формулу для роста человека (y) в зависимости от возраста (x)

$$y + \frac{y}{1000(T - y)} = ax + \frac{t + x}{1 + 4x/3}.$$

Здесь T – рост взрослого человека и $t = y(0)$. Позднее Кетле [4, т. 2, с. 31; 10, т. 2, с. 30] исключил второе слагаемое в левой части формулы.

Кетле [41, с. 67] ввел также эмпирическую формулу для наклонности к преступлению (z), снова в зависимости от возраста

$$z = \frac{1 - x}{1 + 2^{18-x}}.$$

Позднее Кетле [4, т. 2, с. 244] без объяснений заменил ($18 - x$) в показателе степени на ($x - 18$). Во всяком случае, в *Социальной физике* [10] подобных формул вообще нет.

Он сравнивал статистические данные с вычисленными по своим формулам, никак не оценивая степень приближения, хотя мог бы применить для этого простейшие средства. Происхождение указанных формул остается неизвестным и Кнапп (1872, с. 105) назвал первую из них "произвольным сборищем бессмысленных постоянных" [и, всё-таки, переменных]. Это утверждение слишком категорично, поскольку эмпирические формулы не обязаны быть осмысленными, а кроме того в то время они не были еще распространены. Но заметим, что Кетле мог бы тем не менее пояснить ход своих рассуждений, как он (Шейнин 1980, с. 327) и сделал при введении новой эмпирической формулы в ботанике.

6. Выводы

6.1. Достижения и недостатки. Кетле (п. 2.1) полагал, что статистика должна собирать, оценивать и применять статистические данные. Это мнение представляется совершенно естественным, но ему пришлось защищать его против утверждений известных ученых и уважаемых научных обществ (пп. 1.1 и 2.1).

Успешно применяя статистический метод в метеорологии и антропометрии, Кетле ничего не сказал о его проникновении в другие отрасли естествознания (п. 1.2), хотя возможно, что к концу жизни он начал понимать статистический метод в несколько более широком смысле (п. 2.1).

Кетле (п. 2.2) был сторонником предварительного исследования данных, но далеко не всегда следовал своему убеждению на практике. Так, его утверждение (п. 4.1) о постоянстве числа преступлений не было основано на должной оценке статистических данных.

Попытки Кетле стандартизировать и придать единообразный вид статистике населения в международном масштабе (п. 2.3) были особо плодотворными. Пирсон (1925; 1934, Введение), который жестко и несправедливо критиковал Якоба Бернулли и Лапласа за недостаточную точность их формул, высоко оценил заслуги Кетле и в этой области, и в “организации официальной статистики Бельгии” (1914 – 1930, 1924, с. 420).

Изучение наклонностей к преступлению и к женитьбе и введение их средних значений (п. 4.5) было методическим новшеством и возбудило интерес общественности к статистике, хотя практически оно вряд ли имело большое значение, тем более, что Кетле упустил некоторые важные моменты. Аналогичное заключение можно сделать и о среднем человеке (п. 3.2): Кетле не продумал как следует это понятие и наивно возлагал на его изучение великие надежды. Тем не менее, последовавшие дискуссии и в этом случае значительно усилили общественный интерес к статистике. Кроме того, средний человек был нужен логически: именно к нему Кетле отнес средние наклонности. И даже сейчас к среднему (правда, в размытом смысле) человеку относят экономические показатели на душу населения[6.1]. Независимо от только что сказанного, введение среднего человека в социологию было аналогично изучению средних значений и условий в естествознании (п. 5.3), хотя о пуассоновой форме закона больших чисел Кетле (п. 3.2) вспомнил только в связи с ростом среднего человека[6.2].

В теории вероятностей он не оставил следа, но разъяснял ее содержание в лекциях (п. 5.1, см. также конец п. 6.2), хотя и не упоминал центральной предельной теоремы. Вряд ли Кетле существенно применял теорию ошибок (пп. 4.1, 5.2, 5.3, 5.5 и 5.7), а поскольку ее вероятностная ветвь носит математический характер, он тем самым упустил возможность поднять научный уровень статистики.

Кетле понимал, что нормальный закон не универсален и при необходимости вводил эмпирические распределения, но еще не изучал их, как это сделал, правда, на популярном уровне, Курно (1843, §§ 31 – 34 .

О представлениях Кетле по поводу действия различных причин следует сказать, что

1. Его понимание случайности было противоречивым, хоть и напоминало неудачное объяснение Пуассона (Прим. 5.13).

2. Он ввел всеобъемлющий и непонятный закон случайных причин (или вариаций) без (вряд ли возможного) объяснения его сущности, но объявил о нем как о великом открытии.

Мы полагаем, что Кетле просто не был в состоянии продумывать свои мысли, и Кнапп (1872, с. 124) вежливо заключил, что у Кетле был “богатый мыслями, но не методический, а потому не философский дух”.

Также не вполне определенно, хоть и весьма положительно высказался Фрейденталь (1975):

Кетле конечно же поставил новые цели и представил науке новые средства, но его философия была довольно тускла, а мысли о сколько-нибудь утонченной теме туманны. […] *Влияние Кетле на идеи XIX в. могут в некотором отношении быть сравнены с влиянием Декарта в XVII в.*

Фрейденталь, однако, не учел, что Кетле понимал статистический метод в ограниченном смысле. Наконец, этот же автор (1966, с. 36), имея в виду в основном антропометрию и замечая (с. 37), что Кетле ввел в нее нормальный закон, решил, что у Кетле было “хорошее математическое чутье”. Мы бы сказали: естественнонаучное чутье.

Более непосредственно считается, что Кетле создал статистику как научную дисциплину. Так,

1. Кнапп (1872, с. 90): “Кетле обновил статистику”.
2. Hankins (1908, с. 41): “Его труды главным образом и привели к представлению о статистике как о методе наблюдения, основанном на перечислении и применимом к любой области социологических исследований”.
3. Кетле (1974, Мемориальный сборник, с. 833): Кетле пытался “преобразовать статистику […] в точный метод наблюдения, измерения, табулирования и сравнения результатов”.
4. Фрейденталь (1966, с. 7): “До Кетле существовали статистические бюро со статистиками, но не было статистики”.
5. Lexis (1877, с. 38): “Во всяком случае, главной заслугой Кетле в области теоретической статистики было то, что он осознал значение типичных средних […] и в то же время доказал, что определенная совокупность измерений, относящихся к человеку, группируется в близком соответствии с математической теорией ошибок”.

Вряд ли можно согласиться с выражением *главная заслуга*, а *близкое соответствие* имело место не с теорией ошибок, а с нормальным законом. Два автора из числа упомянутых выше, не упоминая суровой критики Рениша (п. 4.1), были высокого мнения о моральной статистике у Кетле.

1. Кнапп (1872, с. 91): В моральной статистике заключается “истинная значимость” трудов Кетле.
2. Hankins (1908, с. 60): “Термин, который в немецких университетах обозначал новую дисциплину [государствоведение], приобрел тот научный характер, к которому стремилась школа политической арифметики, в основном […] ввиду добавления к ней [моральной статистики] и последовавших результатов”.

6.2. Кетле и возникновение математической статистики. Труды Кетле содержали элементы математической статистики (пп. 5.2 – 5.7 и 6.1) и Yule, например (п. 5.6), считал его своим предшественником в изучении значимости причин. Намного важнее, однако, что именно сочинения Кетле видимо привели к изучению устойчивости статистических рядов (п. 4.1) и потому к Континентальному направлению статистики (Лексис)[6.3]. В этом смысле действительно можно сказать (Фрейденталь 1966, с. 7), что Кетле был “основателем [одним из основателей] математической статистики”.

В какой-то мере он повлиял на Гальтона. К сказанному в пп. 1.2 и 3.2 добавим, что Гальтон (1869, с. 26) назвал Кетле “Самым большим авторитетом в статистике населения и социальной статистике”. Обсуждая это сочинение, Пирсон (1914 – 1930, 1924, с. 89) заявил, что

В нем мы находим первое непосредственное обращение Гальтона к статистическому методу, а сам текст свидетельствует, что [английский перевод 1849 г. *Писем* [6] Кетле] *впервые ознакомил его* […] *с нормальной кривой.*

Но он (с. 12) оговорился:

Хотя труд Гальтона как бы естественно вытекает из сочинений Кетле, я очень сомневаюсь в том, что он во многом обязан внимательному чтению великого [!] *бельгийского статистика.*

Вряд ли, однако, Гальтон нуждался в чем-то кроме общего впечатления о сущности и пользе статистики. а это он безусловно нашел у Кетле. Во всяком случае, Гальтон (1869, с. 26) утверждал, что *Письма* [6], или точнее, их английский перевод, заслуживают “гораздо большего внимания статистиков, чем [видимо] имеет место”. И вот его позднейшее высказывание 1874 г. (Пирсон 1914 – 1930, 1924, с. 335) о них же: эта книга “возможно более всего подходит не-математическому читателю”[6.4].

Признательность. Б. Брю, У. Краскл, С. М. Стиглер, Г. Фрейденталь и В. Л. Хилтс прислали нам оттиски или ксерокопии своих статей и другие материалы. М. В. Чирикову мы обязаны ценными замечаниями; в частности, ему принадлежит вторая часть Примечания 3.6.

Примечания

1.1. Фурье (как и Лаплас) был членом комиссии по присуждению наград за статистические труды (Delambre 1824, с. LXI – LXVI) и возможно, что именно по этой причине он сам не был награжден.

1.2. Ни выставки, ни описания минералов не относятся ни к статистике, ни даже к табличной статистике.

1.3. Ср. высказывание Фурье (1821 – 1829, 1821, с. iv – v):

Дух рассуждений и предположений, вообще говоря, препятствует истинному прогрессу статистики, которая в первую очередь является наукой наблюдения.

1.4. Guerry (1833), который, видимо, и ввел этот термин, в основном ограничился изучением преступности и был соавтором книги Balbi & Guerry (1829), которую нам не удалось увидеть. Casper (1825) был первым, кто начал статистически изучать самоубийства. С тех пор область моральной статистики значительно расширилась и теперь включает, например, благотворительность и подвижность населения.

1.5. Предшествующих изданий этой книги мы не видели.

1.6. Мы еще несколько раз ссылаемся на этот источник, но сразу признаемся, что не владеем фламандским языком.

1.7. Collard (1928, с. 70) указал, что

Кетле поддерживал научные отношения с международной интеллектуальной элитой. К сожалению, случилось так, что его переписка разошлась по всем уголкам света.

Тем не менее, Wellens-DeDonder (1964) сообщила, что большая часть архива Кетле сохранилась и что среди 2.5 тысяч (!) его корреспондентов были, например, Гаусс, Ампер, Гумбольдт и Гёте.

1.8. В 1869 г. Гальтон (Misiak и др. 1966) впервые применил статистический метод в психологии.

1.9. Так можно было в то время определять всю математику.

1.10. Следует указать, что в многотомном каталоге научной литературы XIX в. *Catalogue of Scientific Papers* Королевского общества за Кетле числится 307 книг и статей, подавляющая часть которых относится к математике и естествознанию, статистических же наименований всего 37 (в нашей Библиографии их 43). Среди первых очень много отчетов об астрономических, геомагнитных и метеорологических наблюдениях.

В 1825 – 1827 гг. Кетле был одним из редакторов, а в 1827 – 1839 гг. – единственным редактором престижного журнала *Correspondance mathématique et physiques.*

1.11. Это в первую очередь относится к пп. 2.1 – 2.3, 3.1, 4.1 и 5.1 – 5.5, в которых содержится ранее неизученный или несистематизированный материал.

1.12. В письме Флоренс Найтингейл 1891 г. Гальтон (Pearson 1914 – 1930, 1924, с. 420) заметил, что

Обещания и надежды Кетле и его успехи в 1835 – 1836 гг. остались в том же состоянии вплоть до последнего издания [*Социальной физики*] *в 1869 г. В течение всех этих 33 лет он не достиг ничего действительно ценного*.

2.1. Ср. мнение Фрейденталя в п. 1.1.

2.2. Кетле мог бы сослаться на Коши (1845/1896, с. 242):

Благоприятные влияния, которые истинные учения, хорошие законы, благоразумные институты наверняка оказывают на отдельного человека и на общество, видны не только по рассуждению и логике, но также и по опыту. Следовательно, статистика предоставляет средство, в некотором роде безошибочное, чтобы судить, верно или ложно учение, разумно оно или порочно, полезен ли институт или вреден для интереса народа и его благополучия. Приходится, быть может, жалеть, что это средство не используется более часто с полной строгостью, которую требуют решение задач. Оно в состоянии проливать яркий *свет на истины, затемненные страстями и должным образом опровергать ошибки*.

2.3. Ср. общие замечания Кетле [39, с. i; 19, с. 27]: статистика может установить “правила поведения для будущего”. Она должна “оценивать степень благосостояния […] населения, его силу, его нужды, и до некоторой степени придти к верным понятиям о его будущем”.

2.4. Он [6, с. 302] хорошо знал, что

Как бы велико ни было число наблюдений, их окажется недостаточно, если имеются причины считать, что на них могли повлиять периодические причины или преобладающая случайная причина.

2.5. Эта точка зрения намного разумнее прежнего требования [6, с. 281] вообще воздерживаться от “внесения в статистику данных, которые не являются совершенно точными”.

2.6. Такого мнения он придерживался издавна. Даже в 1845 г., обсуждая соотношение полов у новорожденных, он [21, с. 231] заявил, что

Теория предоставляет средство оценить значение этого соотношения и вероятность, что его уклонение от истинного соотношения не превзойдет заданного предела. Мы не занимаемся этой оценкой, по крайней мере сейчас.

2.7. Вот выдержка (*Congrès* 1856 – 1874, 1868, с. 231):

Учитывая значение и масштаб статистических проблем, которые находят свою научную основу в математике;и что знаменитые геометры во всех цивилизованных странах применяли исчисление вероятностей к этим проблемам, Конгресс выражает пожелание создать специальную секцию, которая должна будет заниматься вопросами статистики в непосредственной связи с теорией вероятностей.

Это решение не было проведено в жизнь, однако через два года, в 1869 г., очередная сессия Конгресса приняла следующее решение (1870, с. 534): По мнению Конгресса,

1) Во всех статистических исследованиях надлежит знать число наблюдений и качество или суть наблюдаемых фактов. 2) Для обширного ряда [наблюдений] *качественное значение* [его качество] *измеряется вычислением уклонений наблюдений как друг от друга, так и от среднего, выведенного из этого ряда. 3) Желательно вычислять не только средние, но и число колебаний* [число восходящих и нисходящих отрезков ряда?], *чтобы определить среднее уклонение наблюдений от среднего*.

Терминологию и здесь, и вообще на этой сессии (с. 63 след.) было действительно трудно понять. Заметим еще, что в те времена у статистиков оценка точности при помощи дисперсии еще не была в ходу, ср. п. 5.2. Упоминание *колебаний* заслуживает внимания.

2.8. Кетле [21, с. 214] выразил эту мысль еще раньше, а в другом сочинении [1, с. 245] заявил, что "почти бесполезно представлять […] следствия, не проверенные сравнением средних значений".

2.9. "В 1853 г. бельгийское правительство по просьбе Центральной статистической комиссии […] обратилось с призывом ко всем цивилизованным странам" [10, т. 1, с. iii]. Сутью призыва была рекомендация "придавать больше общности и единообразия статистике различных стран" (с. 110).

2.10. Вот выдержка из трудов Конгресса (*Congrès* 1856 – 1874, 1870, с. 542):

Имея в виду успехи науки, равно как ускорение развития народов и содействие расширению их торговых отношений, Конгресс постановил […] *обратиться к Высоким правительствам с призывом 1) Учредить у себя, если этого у них еще нет, однообразную систему мер и весов, соответствующую метрической системе, которая уже принята* [в пяти перечисляемых странах] *и в некоторых других странах* […].

2.11. В XVIII – XIX вв. многие общества по страхованию жизни были не лучше отвратительной фирмы Додсона и Фогга (Ч. Диккенс, *Посмертные записки Пиквикского клуба*, гл. 20). И вот утверждение Мрочека (1934, с. 50), который, правда, забыл о страховании:

Ни акционерные общества, ни банки, ни биржи не нуждались в теории вероятностей. Спрос на нее появился у перечисленных учреждений лишь в XIX в., когда методы открытого грабежа сменились методами научного выигрыша.

2.12. Demonferrand (1838a; 1838b) исследовал надежность официальных французских данных о статистике населения и (1838a, с. 251) выявил "много недостатков". Иногда "сведения какого-то года просто переписывались с небольшими изменениями". Он (с. 261) применил

Простой способ для оценки степени вероятности документов и полученных по ним результатов. Этот способ заимствован из астрономии и состоит в том, чтобы, исходя из приближенных значений, полученных по несовершенным наблюдениям, предсказывать будущие факты и затем сравнивать вычисления с новыми наблюдениями.

Тот же мемуар (Demonferrand 1838a) содержал "весьма обширные" таблицы смертности "учитывающие опасности для основных классов общества" [10, т. 1, с. 299].

2.13. По меньшей мере в одном случае [24, с. 16] исследование было связано с предложением ввести систему национального страхования.

2.14. Позднее Гаусс (Шейнин 1979, с. 60 – 62) использовал в своей переписке данные Кетле о смертности младенцев, о чем последний [32, с. 12; 10, т. 1, с. 302] не преминул сообщить.

2.15. К середине XIX в. социальная гигиена начала всерьез изучать смертность в больницах, казармах и тюрьмах. Симпсон, Пирогов, Флоренс Найтингейл и другие изучали общие причины высокой смертности в хирургических больницах [IV, п. 6.1.2].

3.1. Презрительную ссылку Конта на *простую статистику* (см. выше) можно, видимо, понимать именно в указанном смысле.

3.2. Он сам [39, с. ii] полагал, что "сравнительная статистика […] является для общества почти тем же, чем сравнительная анатомия для животного царства".

3.3. Здесь что-то не так. Кетле [10, 1869/1997, с. 374] заявил, что вес человека пропорционален квадрату его роста. Пусть три человека имеют рост a, $a + \alpha$ и $a - \alpha$ при α намного меньшем, чем a. Тогда их средний рост будет равен a, а средний вес (по Кетле) – ka^2, где k – коэффициент указанной пропорциональности. Но этот вес на самом деле окажется равным $ka^2 + (2/3)k\alpha^2 > ka^2$.

3.4. Но в том же сочинении (с. 307) Кетле не сказал этого прямо:"Рост среднего человека в Бельгии равен 1.684*м* и имеется столько же человек ростом 1.784*м*, сколько других, рост которых равен всего 1.584*м*."

3.5. Это пример самого Пуассона (1837, с. 148).

3.6. Ломброзо высказал те же мысли по отношению к преступникам, однако большинство его выводов ныне отвергнуты (*Enc. Brit*., т. 14, 1965, с. 262; БСЭ, 3-е изд., т. 15, 1974, с. 7). Начиная с Бюффона если не раньше, биологи сопровождали свои сочинения рисунками животных, которые в некоторых случаях вероятно изображали не конкретное, а *среднее* животное данного вида.

4.1. Для нас интересна лишь вторая часть мемуара Рениша. Обещанная третья (видимо, последняя) часть в печати не появилась.

4.2. Ср. мнение Кнаппа (1872, с. 96): "Но удивление по поводу закономерности является не результатом научного исследования, а лишь показанием к нему […]".

4.3. Так (с. 102 и 104), он неверно определил число обвинений и обвиняемых.

4.4. Уже позже Dufau (1840, с. 261) также установил, что этот закон существенно повлиял на судебную статистику.

4.5. В другом сочинении Чупров (1897, с. 406) заметил, что "резкие замечания Рениша внесли немалую смуту в представления о постоянстве, но решить вопроса не могли уже по своей неопределенности".

4.6. В различных сочинениях он указывал различные причины! Он (п. 4.4) также отметил наличие преступников из среднего и высшего слоев общества, но ничего не сказал о складе ума или привычках профессиональных преступников.

4.7. Кетле [27, с. 542] сообщил, что бельгийский министр внутренних дел "задушил при рождении" одно из его первых сочинений [3], он “побоялся вредного воздействия” исследования местных причин преступности на общество. Это же указал Lottin (1912, с. 145). Остается неясным, когда же было подготовлено указанное сочинение.

В 1823 г. отчет русского экономиста и статистика К. Ф. Германа о статистике убийств и самоубийств расстроило российского министра народного просвещения (Птуха 1959, с. 110; Keyfitz 1978, с. 420 – 423).

4.8. Landau & Lazarsfeld (1978, с. 833) одобряюще заметили, что Кетле всегда указывал единственное наблюдение, касающееся населения в целом, а не повторные наблюдения одного и того же лица. Не пытаясь предложить какие-нибудь обобщения, мы напомним, что в статистической механике временные и фазовые средние при определенных условиях считаются равными друг другу.

4.9. Этот термин не следует понимать в его нынешнем количественном смысле.

4.10. Пирсон (1914 – 1930, 1930, т. 3А, с. 1) утверждал, что

Кондорсе часто, а Лаплас иногда, ошибались, потому что идея корреляции была им чужда. Большая часть сочинений Кетле, а также более ранних (и многих современных) антропологов [антропометристов] *бесплодна по схожим причинам.*

Обвинения в адрес Кетле он не уточнил. Введение в математическую статистику теории корреляции было исключительно важно, и Пирсон мог бы добавить, что до Гальтона никто не изучал корреляцию количественно; единственным исключением было исследование Зейделя [IV, пп. 7.4.2 – 7.4.3].

4.11. Эти же авторы обсуждали и введенное Кетле понятие о склонности к преступлению (п. 4.5).

4.12. Во втором случае, при методологическом сравнении склонностей к преступлению (и к женитьбе), Кетле [43, с. 38] неожиданно опроверг сам себя, объяснив заново, почему видимая и действительная склонности не совпадали:

Склонность, установленная по наблюдениям фактов, является лишь видимой и при определенных обстоятельствах может существенно отличаться от действительной. Это имеет место, например, для отравлений, потому что […] *большое число подобных преступлений никогда не становятся известными.*

Иными словами, видимая склонность не является надежным показателем. Добавим, что свободная воля может проявиться внезапно, независимо от видимых склонностей.

4.13. “Таблицы преступности для различных возрастов заслуживают по меньшей мере такого же доверия, как таблицы смертности” [5, с. 14].

Landau & Lazarsfeld (1978, с. 831) полагают, что Кетле “не осознал, что его […] понятие о склонности могло быть столь же разумно применено к изучению физических фактов”, – например, склонности к полноте, как они добавили. Hankins (1908, с. 104 прим.) заметил, что проступки и мелкие преступления выявляются сравнительно реже, чем крупные (см. конец п. 4.1), а тип преступления зависит от возраста преступника (п. 4.2), так что склонности к преступлению для различных возрастных групп трудно сравнивать друг с другом.

4.14. Приведенные выше выдержки относятся к свободе воли также и по отношению к женитьбе (п. 4.6).

4.15. Кнапп (с. 117) также утверждал, что статистика не является бедной родственницей теории вероятностей:

Требуется еще нечто, кроме наполнения лапласовых урн разноцветными шариками, чтобы вытряхнуть из них теоретическую статистику. С приложением к статистике населения дела обстоят досадно, так как здесь отсутствует всякое подобие [требуемых] *условий.*

Основная мысль верна, хотя под условиями Кнапп, видимо, понимал наличие равновозможных случаев. О законе больших чисел он, будучи ярым противником и теории вероятностей, и даже статистики (см. чуть выше в основном тексте), не вспомнил.

4.16. Кетле (с. 144), правда, указал, что общее число женитьб составило 26 (?), но в других сочинениях [31, с. 93; 28, с. 455] привел данные за 1841 – 1845, 1846 – 1850 и 1851 – 1856 гг., – соответственно, 31, 29 и 26. Убывания этих цифр он не комментировал.

Борткевич (1898) пояснил свой закон малых чисел на примерах самоубийств и смертельных несчастных случаев, но не на женитьбах.

4.17. Нетрудно заметить аналогию между этим утверждением и убеждением Кетле (п. 4.1) о том, что ответственность за преступления несет в первую очередь общество.

5.1. Впервые Кетле [14, с. 177] указал это в 1826 г., затем в 1860 г. [28, с. 436], отметив, что письмо было написано "более четверти века назад".

5.2. Ср. позднейшее утверждение Кетле (*Congrès* 1856 – 1874, 1873, с. 139): "Но в ту эпоху [очевидно, в середине века] математики отступились, следствием чего были крупные ошибки в вычислениях". Он мог бы сказать, что математики отступились вообще от теории вероятностей.

5.3. Он добавил еще 13 строк, выразившись в духе Лапласа (1814/1999, с. 863, правый столбец), который заявил, что "Теория вероятностей есть в сущности ни что иное, как здравый смысл, сведенный к исчислению". Лаплас мог бы то же самое сказать о всей математике своего времени.

5.4. Или иначе [1, с. i]: "Исчисление вероятностей […] должно […] послужить основанием при исследованиях во всех областях науки и особенно в науках наблюдения".

5.5. Однако его младший современник Курно (1843) добился успехов в теории. Вот некоторые его достижения: эвристическое определение вероятности и в дискретном, и в непрерывном случаях сразу (§ 18); попытка определить случайное событие как пересечение цепей событий (§ 40); методологическое объяснение понятия плотности (§§ 65 – 66); изучение значимости эмпирических расхождений (§§ 107 – 117); рекомендация пуассоновой формы интегральной предельной теоремы для малых вероятностей (§ 182); попытка оценить взаимосвязь решений судей или заседателей (§§ 206 – 225).

Чупров (1909/1959, с. 30) назвал Курно одним из "оригинальнейших и глубочайших мыслителей XIX века, не оцененного современниками, но всё выше поднимающегося в оценке потомства". Его мнение было безусловно вызвано общим наследием Курно, статистика и экономиста. Мизес (1931, с. 4) считал Курно одним из своих предшественников; в первом издании книги (1928 г.) этого утверждения не было.

5.6. Кетле оказался первым, читавшим лекции по теории вероятностей в Бельгии. Mansion (1905, с. 3) заявил, что "мало таких стран […], в которых исчисление вероятностей занимает столь значительное место в системе образования, как в Бельгии", и приписал глубокое уважение к ней в этой стране продолжительному влиянию Кетле.

5.7. В этой связи он (с. 94) упомянул Бернулли, и читатели несомненно ошибочно приписали моральное ожидание Якобу (а не Даниилу) Бернулли.

5.8. Первая из них включала математические примечания, но ее математический уровень не был высоким; впрочем, см. конец п. 6.2.

5.9. В других сочинениях, обсуждая надежность статистических наблюдений на элементарном уровне, Кетле [18, с. 330; 4, т. 2, с. 322] повторил свою ошибочную ссылку на метод наименьших квадратов.

5.10. Кетле не повторил утверждения Фурье (с. 543) о том, что "утроенное *g* является пределом наибольших ошибок". Это высказывание не согласуется с правилом *трех сигма*, которое было надолго принято в теории ошибок с конца XIX в.

5.11. В другом сочинении он (п. 5.1) высказался таким же образом по поводу теории вероятностей вообще!

5.12. Давидов также утверждал, что "учение о средних величинах должно занимать самое почетное место в различных отраслях человеческого познания".

5.13. Курно, видимо, не воспринял эвристического определения случайной величины (Poisson 1837, с. 140 – 141). Пуассон (там же, с. 80) неудачно объяснил [случайное] явление существованием "ансамблем причин, которые сочетаются [при его] появлении […] не влияя на величину его шанса".

5.14. И потому Кетле [4, т. 2, с. 308; 6, с. 147; 7, с. 27] нужно было определять крайние значения исследуемых им (случайных) величин.

5.15. L. A. Bertillon (1876, с. 289) установил, что распределение роста новобранцев в некотором департаменте Франции имело две моды. Не ссылаясь на Кетле, он заключил, что "департамент […] должен был быть заселен двумя типами [народностей] почти одной и той же численности, заметно отличавшимися по росту". На самом деле выявленное обстоятельство возникло из-за неверной обработки результатов измерений, см. письмо Чупрова Маркову 1916 г. № 72 (Ондар 1977).

5.16. Кетле [6, с. 182] даже решил, что "иногда шансы не подчиняются никакому заметному закону, и кривая возможностей может принимать наиболее капризную форму”. Возможно, что он упустил случай выделить *хаотичную* случайность, не обладающую никаким законом распределения.

5.17. Кетле построил графики в правой системе прямоугольных координат, хотя иногда [30, с. 3] пользовался в аналогичных случаях левой системой.

5.18. Определяя “истинное типичное направление” горной цепи по направлению ее отдельных хребтов, математик и астроном Spottiswoode (1861, с. 149) сравнил соответствующие уклонения с теми, которые изучались в “проблемах артиллерийской стрельбы”. Он упоминал теорию ошибок, а не теорию средних (п. 5.3) и применял среднюю квадратическую и вероятную ошибки для оценки точности своих выводов. По его мнению (с. 154), решение его задачи поможет

Геологу и философу физических наук установить надежные основания для поиска какой-то общей причины, которая вызвала их [хребтов] *сдвиг. Тем самым исчисление вероятностей* […] *может* […] *служить философу физических наук как путеводное и контролирующее начало*.

Он (с. 152) сослался на Кетле без упоминания какой-либо конкретной работы, но, видимо, имея в виду применение биномиальных распределений. Возможно, что он первым применил вероятностные представления в физической географии.

5.19. Хуже того, Кетле [7, с. 27 и 45] ввел и *закон случайных вариаций*; впрочем, вряд ли он различал эти два термина друг от друга. В первом случае он заметил (ср. Прим. 5.14), что этот новый закон позволяет вычислять

Заранее, когда известно среднее и оба крайних члена, как население разбивается по отношению к отдельным лицам, имеющим определенный вес или определенную силу.

5.20. Вначале Кетле [4; 6] приписал возмущающие причины (например, вызывающие чрезмерную смертность в крупных городах) действию человека, но затем [7] отождествил их со случайными (см. ниже). Кетле также различал естественные и возмущающие причины в своей *Социальной физике* (п. 3.1).

5.21. Он ввел переменные и случайные причины еще в 1836 г. [4, т. 2, с. 336].

5.22. Уже Адансон (Шейнин 1980, с. 334) в 1772 г. оставил аналогичное утверждение о вариациях растений.

5.23. Курно (1843, § 103) еще до Кетле [21] связал задачи статистики с выявлением “числовых соотношений, существенно очищенных от случайных искажений и показывающих наличие закономерных причин”.

6.1. Фреше (1949) попытался восстановить в правах среднего человека, или, точнее, заменить его *типичным человеком*, – определенным лицом, которое, в общем. находится ближе всего к среднему.

6.2. Он упомянул это понятие только в связи с ростом среднего человека. Весьма уместно привести высказывание Чупрова (1909/1959, с. 227):

С нивелирующими тенденциями той упрощенной теории статистической закономерности, которую исповедывали кетлетисты, обобщенная схема Пуассона приканчивает бесповоротно.

6.3. Но заметим, что Пуассон (Шейнин 1978, § 5.2) и Бьенеме (Heyde & Seneta 1977, с. 49) были предшественниками этого направления.

6.4. В 1850 г. Дарвин (1887/1897, т. 1, с. 344) также ссылался на английский перевод этого сочинения, а Максвелл, как известно, в 1860 г. эвристически вывел нормальный закон вслед за Дж. Гершелем, который привел его в своей рецензии на *Письма* [6]. Наконец, в 1867 г. Кетле [9а, с. 655] сообщил о прежнем (и не осуществленном) намерении немецкого астронома Шумахера перевести это сочинение на немецкий язык.

Библиография
A. Quetelet

1. *Instructions populaires sur le calcul des probabilités*. Bruxelles, 1828.

2. *Recherches sur la reproduction et la mortalité de l'homme.* Bruxelles, 1832. Соавтор Ed. Smits.

3. *Statistique des tribunaux de la Belgique.* Bruxelles, 1833. Соавтор Ed. Smits.

4. *Sur l'homme*, tt. 1 – 2. Bruxelles, 1836. [*Человек и развитие его способностей или опыт общественной физики*. СПб, 1865.]

5. *Études sur l'homme.* Bruxelles, 1842.

6. *Lettres* […] *sur la théorie des probabilités*. Bruxelles, 1846.

7. *Du système social*. Paris, 1848. [*Социальная система и законы, ей управляющие.* СПб, 1866.]

8. *Théorie des probabilités*. Bruxelles, 1853.

9. *Statistique internationale (population).* Bruxelles, 1865. Соавтор X. Heuschling.

9a. *Sciences mathématiques et physiques au commencement du XIX^e^ siècle.* Bruxelles, 1867.

10. *Physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles, 1869 [1997]. [*Социальная физика*, тт. 1 – 2. Киев, 1911 – 1913.]

11. *Congrès international de statistique, 1853 – 1872.* Bruxelles, 1873.

12. *Annuaire de l'observatoire Royal*, 11^e^ année, 1844 (1843).

13. Tables de mortalité. *Dict. l'écon. polit.*, t. 2. Paris, 1873, pp. 700 – 710.

Correspondance mathématiques et physiques

14. À M. Villermé, t. 2, 1826, pp. 170 – 178.

15. Du nombre des crimes et des délits dans les provinces du Brabant méridional, t. 5, 1829, pp. 177 – 187.

16. De l'influence des saisons sur les facultés de l'homme, t. 7, 1832, pp. 130 – 135.

17. Population de la Belgique, там же, с. 208 – 210.
18. Sur la possibilité de mesurer l'influence des causes, там же, с. 321 – 348.

Bulletin Commission Centrale de Statistique [Belgique]

19. Sur le recensement de la population de Bruxelles, t. 1, 1843, pp. 27 – 164.
20. Sur la répartition du contingent des communes, там же, с. 345 – 382.
21. Sur l'appréciation des documents statistiques, t. 2, 1845, pp. 205 – 286.
22. Sur les anciens recensements de la population belge, t. 3, 1847, pp. 1 – 26.
23. De l'influence du libre arbitre de l'homme sur les faits sociaux, там же, с. 135 – 156.
24. Nouvelle tables du mortalité pour la Belgique, t. 4, 1851, pp. 1 – 22.
25. Продолжение. Там же, с. 71 – 92.
26. Sur la tables de mortalité et de population, t. 5, 1853, pp. 1 – 24.
27. Notice sur M. E. Smits, там же, с. 533 – 544.
28. De la statistique, t. 8, 1860, pp. 433 – 467, 496.
29. Table de mortalité, там же, с. 469 – 477.
30. Tables de mortalité, t. 13, 1872. Отдельная пагинация, 39с.

Bulletin Académie Royal Sciences, Lettres et Beaux-Arts Belgique, sér. 2

31. Sur la constance dans le nombre des mariages, t. 5, 1858, pp. 89 – 94.
32. Sur la mortalité pendant la première enfance, t. 17, 1864, pp. 9 – 16.
33. Sur l'âge et l'état civil des marées, t. 25, 1868, pp. 227 – 246.
34. Des lois concernant le développement de l'homme, t. 29, 1870, pp. 669 – 680.
35. Unité de l'espèce humaine, t. 34, 1872, pp. 623 – 635.
36. Sur le calcul des probabilités appliquée à la science de l'homme, t. 36, 1873, pp. 19 – 32.

Mémoires Académie Royal Sciences, Lettres et Beaux-Arts Belgiques

37. Mémoire sur les lois des naissances et de la mortalité à Bruxelles, t. 3, 1826, pp. 495 – 512.
38. Recherches sur la population, t. 4, 1827, pp. 115 – 165, 167 – 174.
39. Recherches statistiques sur le Royaume des Pays-Bas, t. 5, 1829. Отдельная пагинация, vi + 55с.
40. Recherches sur la loi de la croissance de l'homme, t. 7, 1832. Отдельная пагинация, 32с.
41. Recherches sur le penchant au crime, там же. Отдельная пагинация, 87с.
42. Sur l'influence des saisons sur la mortalité, t. 11, 1838. Отдельная пагинация, 32с.
43. Sur la statistique morale, t. 21, 1848. Отдельная пагинация, 68с.
[Quetelet A.] (1974), *Mémorial.* Bruxelles.

Другие авторы

Гнеденко Б. В., Шейнин О. Б. (1978), Теория вероятностей. Глава в книге *Математика XIX века*. Редакторы А. Н. Колмогоров, А. П. Юшкевич. М., с. 184 – 240.

Мрочек В. Р. (1934), Возникновение и развитие теории вероятностей. *Тр. Инст. истории естествознания и техники*, сер. 1, вып. 2, с. 45 – 60.
Райхесберг Н. М. (1894), *А. Кетле.* СПб.
--- (1898), Статистика и наука об обществе. СПб.
Чупров А. А. (1897), Нравственная статистика. *Энц. словарь Брокгауза и Ефрона*, т. 21, с. 403 – 408.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1978), Poisson's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 18, pp. 245 – 300.
--- (1979), Gauss and the theory of errors. Там же, т. 20, с. 21 – 72.
--- (1980), On the history of the statistical method in biology. Там же, т. 22, с. 323 – 371.
--- (1984), On the history of the statistical method in meteorology. Там же, т. 31, с. 53 – 95.
--- (1990), К истории статистического метода в естествознании. *Историко-Математич. Исследования*, вып. 32 – 33, с. 384 – 408.
--- (2007), True value of a measured constant and the theory of errors. *Hist. Scientiarum*, vol. 17, pp. 38 – 48.
Balbi A., Guerry A. M. (1829), *Statistique comparée.* Paris.
Bertillon L. A. (1876), La théorie des moyennes en statistique. *J. Soc. Stat. Paris*, t. 17, pp. 265 – 271, 286 – 308. Опубл. также как Moyenne в *Dict. Enc. Sci. Méd.*, t. 62. Paris, 1876, pp. 296 – 324.
Bertrand J. (1888), *Calcul des probabilités.* Paris. Второе издание, практически совпадающее с первым, 1907. Перепечатки: Нью-Йорк, 1970 и 1972.
Bortkiewicz L. von (1898), *Das Gesetz der kleinen Zahlen*. Leipzig.
Casper J. L. (1825), *Beiträge zur medizinischen Statistik*, Bd. 1. Berlin.
Cauchy A. L. (1845), Sur les secours que les sciences du calcul peuvent fournir aux sciences physiques ou même aux sciences morales. *Oeuvr. Compl.*, sér. 1, t. 9, Paris, 1896, pp. 240 – 252.
Collard A. (1928), La correspondance scientifique d'Adolphe Quetelet. *Ciel et terre*, 44e année, pp. 65 – 74.
Comte A. (1839), *Cours de philosophie positive*, t. 4. Paris, 1908.
--- (1973), *Correspondance générale*, t. 1. Paris – La Haye.
Condorcet M. J. A. N. Caritat de (1805), *Elémens du calcul des probabilités.* В книге автора *Sur les éléctions et autres textes.* Paris, 1986, pp. 483 – 623.
Congrès (1856 – 1874), *Congrès international de statistique. Compte rendu de la … session*. Ссылки в тексте на сессии в Лондоне (1860), Флоренции (1867), Гааге (1869) и Петербурге (1872). Их труды были опубликованы соответственно в 1861, 1868, 1870 – 1873 гг., не считая флорентийской, о которой нам известно по изданию *Extrait du C. r., Solutions arrêtées dans la session …*
Cournot O., Курно А. А. (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей*. М., 1970.
Darwin C. (1868), *The Variation of Animals and Plants under Domestication*, vol. 1. London, 1885. [Изменения животных и растений в домашнем состоянии. М. – Л., 1941.]
--- (1887), *Life and Letters*, vols 1 – 2. New York, 1897. [New York, 1969.]

DeCandolle Alph. (1830), Considérations sur la statistique des délits. *Bibl. Univ*., Cl. Sci. et arts, t. 43 (1), année 15, pp. 159 – 186.
--- (1833), Revue des progrès de la statistique. Там же, Cl. Littérature, t. 52 (1), année 18, pp. 333 – 354.
Delambre J. B. J. (1819), Analyse des travaux de l'Académie pendant l'année 1817, partie math. *Mém. Acad. Roy. Sci. de l'Inst. de France*, t. 2 за 1817 г., с. I – LXXII отдела Hist. de l'Acad.
--- (1824), То же название, за 1819 г. Там же, т. 4 за 1819 – 1820 гг., с. I – LXXIX того же отдела.
Demonferrand F. (1838a), Essai sur les lois de la population et de la mortalité en France. *J. École Roy. Polyt.*, 16, No. 26, pp. 249 – 309.
--- (1838b), Sur la rectification de quelques documents relatifs à la statistique. Там же, No. 27, pp. 75 – 84.
Dufau P. A. (1840), *Traité de statistique.* Paris.
Fourier J. B. J., редактор (1821 – 1829), *Recherches statistiques sur la ville de Paris et de département de la Seine*, tt. 1 – 4. Paris.
--- (1826), Sur les résultats moyens. *Oeuvr*., t. 2. Paris, 1890, pp. 525 – 545.
[France, Ministère de la justice], *Compte général de l'administration de la justice criminelle en France.* Paris, 1827 – 1900 за 1825 – 1897.
Fréchet M. (1949), Réhabilitation de la notion statistique de l'homme moyen. В книге автора *Les mathématiques et le concret*. Paris, 1955, pp. 317 – 341.
Freudenthal H. (1966), De eerste ontmoeting tussen de wiskunde en de sociale wetenschappen. *Verh. Knkl. Vlaamse Acad. Wetenschappen, Letteren en schone kunsten van Belg*., Kl. Wetenschappen, Jg. 28, No. 88. Отдельная пагинация.
--- (1975), Quetelet. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 11. New York, pp. 236 – 238.
Galton F. (1869), *Hereditary Genius*. New York – London, 1978. [*Наследственность таланта.* СПб, 1875.]
--- (1883), *Inquiries into Human Faculty*. London, 1951.
Gauss C. F., Гаусс К. Ф. (1816, нем.), Определение точности наблюдений. В книге автора *Избр. геод. соч*., т. 1. М., 1957, с. 121 – 128.
--- (1823, латин.), Теория комбинации наблюдений и т. д. Там же, с. 17 – 57.
Goodman L. A., Kruskal W. H. (1959), Measures of association for cross classifications. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 54, No. 285, p. 123 – 163.
Graunt J. (1662, англ.; перепечатка: Балтимора, 1939), Естественные и политические наблюдения над бюллетенями смертности. В книге Граунт Дж., Галлей Э. (2005), *Начала статистики населения, медицинской статистики и математики страхового дела.* Берлин, с. 5 – 105. Книга также в интернете: www.sheynin.de.
Guerry A. M. (1833), *Essai sur la statistique morale de la France*. Paris.
Hankins F. H. (1908), *Quetelet as Statistician*. New York.
Heyde C. C., Seneta E. (1977), *I. J. Bienaymé*. New York.

Hilts V. L. (1973), Statistics and social science. В книге *Foundations of Scientific Method in the 19th Century*. Редакторы R. N. Giere, R. S. Westfall. Bloomington – London, pp. 206 – 233.

Kant I., Кант И. (1763, нем.), Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes. *Ges. Schriften*, Bd. 2. Berlin, 1912, pp. 63 – 163. [Единственное возможное основание для доказательства бытия Бога. *Соч.*, т. 1. М., 1963, с. 393 – 508.]

Keyfitz N. (1978), Government statistics. В книге Kruskal, Tanur (1978, vol. 1, pp. 413 – 425).

Knapp G. F. (1871), Bericht über die Schriften Quetelet's zur Socialstatistik. *Jahrb. Nationalökonomie u. Statistik*, Bd. 17, pp. 167 – 174, 342 – 358, 427 – 445.

--- (1872), Quetelet als Theoretiker. Там же, Bd. 18, pp. 89 – 124. Также в книге автора *Ausgew. Werke*, Bd. 1. München – Berlin, 1925, pp. 17 – 53.

Kruskal W. H., Tanur Judith, **редакторы** (1978), *International Enc. of Statistics*, vols 1 – 2. New York – London.

Landau D., Lazarsfeld P. F. (1978), Quetelet. В книге Kruskal, Tanur (1978, vol. 2, pp. 824 – 834).

Laplace P. S., Лаплас П. С. (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия.* М., с. 834 – 863.

--- (1819), Sur la suppression de la loterie. *Oeuvr. Compl.*, t. 14. Paris, 1912, pp. 375 – 378.

Lazarsfeld P. F. (1961), Notes on the history of quantification in sociology. *Isis*, vol. 52, pp. 277 – 333. Также в книге Kendall, Plackett (1977, pp. 213 – 269).

Lexis W. (1877), *Zur Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft*. Freiburg i/B.

Lottin J. (1912), *Quetelet – statisticien et sociologue*. Louvain – Paris.

Mansion P. (1905), Sur la portée objective du calcul des probabilités. *Mathesis*, sér. 3, t. 4, Suppl., 64 pp.

Meitzen A. (1886), *Geschichte, Theorie und Technik der Statistik*. Berlin.

Mises R. von (1931), *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretische Physik.* Leipzig – Wien.

Misiak H., Sexton Virginia S. (1966), *History of Psychology*. New York – London, 1968.

Mouat F. J. (1885), History of the Statistical Society of London. В книге *Jubilee Volume of the Stat. Soc. London*, pp. 14 – 71.

Pearson K. (1914 – 1930), *Life, Letters and Labours of F. Galton*, vols 1 – 3, 3A. Cambridge.

--- (1925), James Bernoulli's theorem. *Biometrika*, vol. 17, pp. 201 – 210.

--- (1934), *Tables of the Incomplete Beta-Function*. Cambridge. [Cambridge, 1968.]

Pilet P.E. (1971), Candolle, Alph. De. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 3. New York, pp. 42 – 43.

Poisson S.-D. (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements.* Paris [Paris, 2003].

Reichesberg N. (1899), *Der berühmte Statistiker Adolf Quetelet*. Bern. Перепечатка старательной, но поверхностной статьи в *Z. f. Schweiz. Statistiker*, Bd. 32, 1896, pp. 418 – 460.
Rehnisch E. (1876), Zur Orientierung über die Untersuchungen und Ergebnisse der Moralstatistik. *Z. Philosophie u. phil. Kritik*, Bd. 69, pp. 43 – 115. Вторая часть статьи.
Rietz H. L. (1924), On certain topics in the mathematical theory of statistics. *Bull. Amer. Math. Soc*., vol. 30, pp. 417 – 453.
Rümelin F. (1867, дата предисловия), Über den Begriff eines socialen Gesetzes. В книге автора *Reden und Aufsätze*. Freiburg i/B – Tübingen, 1875, pp. 1 – 31.
--- (1875), Moralstatistik und Willenfreiheit. Там же, с. 370 – 377.
Sarton G. (1935), Preface (Quetelet). *Isis*, vol. 23. Также в книге автора *On the History of Science*. Cambridge (Mass.), 1962, pp. 229 – 242.
Spottiswoode W. (1861), On typical mountain ranges. *J. Roy. Geogr. Soc.*, vol. 31, pp. 149 – 154.
Stigler S. M. (1975), The transition from point to distribution estimation. *Bull. Intern. Stat. Inst.*, vol. 46, No. 2, pp. 332 – 340.
Süssmilch J. P. (1765), *Die göttliche Ordnung*. Berlin. Третье изд.
Waxweiler É. (1905), Quetelet. *Biogr. Nat. Belg.*, t. 18, pp. 477 – 494.
Wellens-DeDonder Liliane (1964), La correspondance d’Adolphe Quetelet. *Arch. et bibl. Belg*., t. 35, pp. 49 – 66.
Woolhouse W. S. B. (1873), On the philosophy of statistics. *J. Inst. Actuaries and Assurance Mag.*, vol. 17, pp. 37 – 56.
Yule G. U. (1900), On the association of attributes in statistics. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A194, pp. 257 – 319. Также в книге автора *Statistical Papers*. London, 1971; pp. 7 – 69.
--- (1912), On the methods of measuring association between two attributes. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 75, pp. 579 – 642. Также в книге автора, с. 107 – 169.

XIV. Н. И. Пирогов как статистик

1. Введение

Данная статья является коренной переработкой, но никак не переводом нашей одноименной статьи в *Historia Scientiarum*, vol. 10, 2001, pp. 213 – 225.

Николай Иванович Пирогов (1810 – 1881) был основателем современной военной хирургии и одним из основателей хирургии вообще (и недаром членом-корреспондентом Академии наук), выдающимся воспитателем, общественным деятелем и, в 1854 – 1855 гг., активным участником Севастопольской обороны. Значительная часть его трудов появилась на немецком языке (иногда почти одновременно, а иногда позже), а одна книга [2] – на русском и на французском языках (практически одновременно), так что он несомненно был хорошо известен в Европе. Мы обсуждаем его сочинения с точки зрения статистики. Из предшествующей литературы о нем можно назвать только одну, притом очень короткую заметку Белицкой (1950), нашу собственную заметку (1995) и гораздо более общую статью об истории статистического метода в медицине [IV]. В последней, в частности, описывается проникновение этого метода в хирургию и некоторые важные обстоятельства, о которых идет речь и здесь.

Одним из простейших вариантов статистического метода в медицине был так называемый *количественный метод* и теперь мы лишь укажем, что Пирогов [1, с. 125; 3, с. 5] заметил, что он применялся в хирургии задолго до своего признанного появления в 1825 г.

Свое отношение к статистике Пирогов выразил очень четко: он [7, с. 19] считал себя "ревностным сторонником" рациональной статистики, а ее приложение к хирургии признавал "несомненным прогрессом". И более определенно [3, с. 4]:

Приложение статистики для определения диагностической важности симптомов и достоинств операций можно […] *рассматривать как важное приобретение новейшей хирургии.*

Впрочем, как показано в нашем основном тексте, Пирогов прекрасно представлял себе громадные затруднения при применении статистики в военных условиях. И вот его второе общее заключение, которое мы приводим уже здесь [7, 1864, с. 5; 1865 – 1866, с. 20]: "Истинный прогресс медицины зависит намного больше от изыскания таких мероприятий, которые предохраняют человеческий организм от страданий" и "Я верю в гигиену. Вот где заключается истинный прогресс нашей науки. Будущее принадлежит медицине предохранительной".

Мы понимаем эти утверждения в первую очередь как веру в необходимость заботы об условиях жизни солдата, что в большой степени облегчит его судьбу в случае болезни или ранения.

2. Общие соображения о статистике

Пирогов неоднократно указывал, что данные медицинской статистики противоречивы и ненадежны.

2.1. Счастье в медицине. В своей ранней работе он [5, с. 153] даже рассуждал о "так называемом счастье в хирургии и медицине" и заявил, что

Есть люди, всегда получающие хорошие карты: что бы там ни говорили о значении теории вероятных чисел, еще отнюдь неизвестно, равномерно ли сгруппированы две части больных, на которые, допустим, разделено довольно большое число их, и будет ли число счастливых случаев одно и то же на обеих сторонах.

И далее: опыт показывает, что счастье

Наблюдается вообще, но редко в виде постоянного явления, в виде же периодического – встречается в практике каждого врача. […] *Нередко в какое-либо время встречаются только лишь благоприятные случаи.*

Теория вероятностей (теория вероятных чисел – неграмотный перевод с немецкого), а точнее теория серий вполне может объяснить эти успехи. Пирогов не привел никаких чисел, и можно лишь добавить, что серии неблагоприятных случаев могут быть вызваны госпитализмом, см. п. 2.2.

В следующей публикации Пирогов [6, несколько начальных страниц] упомянул причины, влияющие на течение хирургических болезней и мы рассмотрим некоторые из них.

2.2. Госпитализм. Это явление Пирогов действительно упомянул в указанном сочинении [6, с. 205], но подробнее сообщил о нем в предыдущем [2, с. 192]:

Я убедился из опыта, как различны результаты операций, произведенных в небольших клиниках, от тех, которые дают операции в больших госпиталях […] *и даже* […] *в различных госпиталях одного и того же города, произведенных по-видимому при условиях совершенно одинаковых.*

Важным условием успеха или неуспеха, продолжал он (с. 193), является *госпитальная конституция*, т. е. *следствие устройства госпиталя, его расположения, местности, и, наконец, нередко* […] *следствие известных болезней, пользуемых в том или другом госпитале.*

В другом месте Пирогов [7, с. 404] назвал пиемию одной из основных причин смертности в госпиталях.

2.3. Опыт хирурга. Врачами Пирогов считал, разумеется, только обученных специалистов, а не лекарей. Придавая исключительное значение опыту для отдельных случаев, Пирогов [6, с. 204] уточнял:

Действия же врачей, различные способы лечения, техническое искусство играют такую второстепенную роль, что производят только одни, едва заметные в целой массе, колебания […] *итогов. Искусство, опытность и знание врача* […] *обнаруживается слишком отдельно* […] *оно теряется и делается едва заметным для целой массы случаев, потому что внешние условия* […] *никогда не остаются одними и теми же на продолжительное время.*

И на с. 207: “наблюдением целой массы случаев смиряешься, видя определенные искусству границы”.

2.4. Индивидуальность больного. Эту причину Пирогов обсуждал неоднократно, не забывая ее психологической стороны (и действий врачей, и администрации больниц). Сюда же мы отнесем “угнетающую бедность” тех, кто больше всех “подвержен наружным насилиям” [6, с. 206]. Вот примеры.

Имея в виду [6, с. 205]

Злоупотребления, небрежность, оплошность, недоразумения, встречающиеся всегда и везде в исполнении врачебных предписаний – со стороны аптекаря, дежурных врачей, фельдшеров и прислуги – недоверчивость, упрямство, непослушание и притворство самих *больных, то нетрудно понять, как много ограничено и зависимо влияние действий врача на исход болезней.*

Но вместе с тем [5, с. 154]

Можно допустить, что предписание врача, к которому питают доверие, должно оказывать громадное нравственное влияние на больного.

Индивидуальность

Важна для врача не потому, чтобы он должен был на ней основывать свои действия в каждом отдельном случае, но потому, что она, заменяя цифрой шаткие понятия о <u>*часто, редко и иногда*</u> *встречающемся, дает ему более точные понятия о натуре болезни и о действительности употребленных им средств. Как для мореплавателя знание корабля* […] *и самого себя важнее всех статистических данных об угрожающей ему опасности, так и для врача* […] *знание индивидуальности больного и собственный опыт руководствуют вернее всех статистических исследований; а с другой стороны, как агент страхового общества не иначе действует, как соображаясь с вероятностью того или иного события по статистическим данным, так и для врача нет другой, более верной основы для предположений и действий в обшей массе случаев* [6, с. 207].

Начало этого высказывания быть может и не совсем верно. И вот схожее утверждение [7, с. 402]:

Чем громаднее цифра одинаких [!] *случаев, тем более исчезает* [тем более] *уменьшает*[ся] *применимость медицинской статистики в каждом отдельном случае*.

Пирогов [6, с. 206] также подробно описал весьма различные манеры поведения больных, преувеличивающих или не замечающих особенностей в ходе своей болезни. Он неоднократно упоминал индивидуальность и в своем фундаментальном труде [7], например (с. 404):

Известный процент раненых умирает от госпитальной нечистоты и кровотечений вследствие испуга и душевного волнения; этот процент, пожалуй, определим и статистически, но это для нас не важно. Мы все знаем, что с принятием хороших административных мер можно устранить такие случайности.

Оттуда же мы укажем: Индивидуальность больного – “камень преткновения медицины” (с. 399). В частности, важны возраст и национальность раненых (с. 405). Подробно развив эту мысль на следующей странице, Пирогов (с. 207) дополнительно называет конституцию человека. И вот вывод (с. 20); “Без учения об индивидуальности (еще вовсе не существующего) невозможен и истинный прогресс врачебной статистики”.

Тот же вывод в других сочинениях [7, с. 20; 10, с. 320]: “Мы еще далеко не отучились отвлекать болезни от больных и операции от оперированных” [не научились лечить больного, а не болезнь] и “Цифра только тогда будет иметь важное практическое значение, когда ей на помощь явится индивидуализирование – новая, еще не початая отрасль знания”. Здесь он, однако, не упустил случая заметить, что статистика, “основанная на цифре”, служит средством против предубеждений.

Статистика “послужит основанием учения об индивидуальности, пока еще не существующего”, если статистические данные “раздроблять” на небольшие группы [7, с. 400]. О группировке данных Пирогов рассуждал неоднократно.

По крайней мере в начале своей деятельности Пирогов [3, с. 5] выразился более определенно: сами индивидуальные особенности “подвластны […] статистическим выводам” и

Только статистическими соображениями можно определить степень влияния индивидуальности больного на ход и лечение его болезни.

И тут же (с. 6) признание, которое он позднее быть может сопроводил бы соответствующей оговоркой: применение статистического метода

Совершенно согласно с духом хирургии, потому что болезни, входящие в область этой науки, несравненно менее зависят от индивидуальных влияний и видоизменений.

2.5. Погоня за благами за счет больных. “Вопиющее несовершенство в устройстве огромных госпиталей” [6, с. 206] уже свидетельствовало о рутине и нежелании вдаваться в суть лечебного процесса. Но это только цветочки. Есть способ фальсификации статистики, указывал Пирогов [5, с. 156],

которым без стыда пользовались знаменитейшие […] *врачи. Это – удалять из госпиталя больных в сомнительных случаях по возможности скорее после операции.* […] *Тут же наблюдаются* […] *случаи, когда больным, находящимся под сомнением, отказывают в приеме в госпиталь.*

Утверждение подобного же рода см. [5, с. 153]. Но вот четкая мысль о статистике [7, с. 401]: она

Тогда только может быть верной, когда делается без задней мысли и не служит интересам наблюдателя или других лиц. Но […] *статистика, имеющая целью определение смертности и преимуществ какого-либо способа лечения, и делается чаще всего с задней мыслью; ее заставляют обыкновенно доказывать только то, что администратору и врачу хотелось доказать. Подчиненные*

[…], *стараясь подслужиться, допускают нарочно ошибки и неточности* […].

И вот обобщение [10, с. 320]:

В бытность мою за границей я достаточно убедился, что научная истина далеко не есть главная цель знаменитых клиницистов и хирургов. […] *Нередко принимались меры в знаменитых клинических заведениях не для открытия, а для затемнения научной истины. Было везде заметно старание продать* [подать?] *товар лицом*.

Пирогов ничего не сообщил о российских врачах, но сам он "удивлял современников тем, что никогда не замалчивал своих ошибок, а всегда сам публиковал о них […]" (Райков 1961, с. 214).

Пирогов указал и, мы бы сказали, сопутствующие причины, иногда вредящие больным [5, с. 154; 10, с. 319]:

Хирурги […], *оперирующие даже в сомнительных случаях, далеко не всегда делают это из любви к человечеству, а иногда из тщеславия или из чистого интереса к науке.* […] *Во всяком случае, даже самый тщеславный человек при таком условии не имеет в виду вреда больному.*

Собственная совесть, другого средства нет, должна решать для истинно честного хирурга вопрос об операции […]. *Но* […] *не всегда можно полагаться и на собственную совесть. Научные, не имеющие ничего общего с нравственностью занятия, пристрастие и любовь к своему искусству действуют и на совесть, склоняя ее* […] *на свою сторону.*

Пирогов [5, с. 152] указал еще одно обстоятельство, возможно противоречащее интересам больного:

Требование счастливого результата операций могло бы […] *принести пагубный вред и потому, что побуждало бы* [врачей] *скрывать истинную историю болезни и заставляло бы* […] *выписывать больных возможно скорее, как бы излеченных*.

2.6. Ненадежность статистических данных. Особые трудности в военное время. Вот завет Пирогова [4, с. 382]:

Главное, считайте на бумаге, не надейтесь на свою память, сравнивайте успехи счастливых и несчастливых врачей, если возможно при равной обстановке и потом уже оценивайте результаты. Отбросьте бабьи толки, департаментские отчеты [!], *хвастливые рассказы энтузиастов, шарлатанов и слепорожденных, – спокойно следите за судьбой раненых*, […] *из операционной комнаты в больничную палату, из палаты в гангренозное отделение, а оттуда в покойницкую – это единственный путь к истине*.

О счастье в медицине Пирогов упоминал лишь в начале своей деятельности, см. п. 2.1. И далее [7, с. 20]:

При малейшем недосмотре, неточности и произволе [на статистические данные] *можно гораздо меньше положиться, чем на те данные, которые основаны на одном общем впечатлении, остающемся в нас после простого, но трезвого наблюдения случаев. Вот это-то впечатление я и передаю в моей книге за неимением неоспоримо рациональных статистических данных.* [В 1849 г.] *я* […] *не знал еще всех ложных путей, на которые иногда ведет цифра*.

О *ложных путях* см. п. 5 (цифра в военно хирургической статистике отражает и перенесенные лишения).

Особо ненадежна военно хирургическая статистика. С ее цифрами [9, с. 322] "надо обращаться крайне осторожно и не спеша". И вот по меньшей мере две причины для осторожности в военных условиях [7, с. 401 и 405]:

1. *Ведение списков* […] *сопряжено еще с большими трудностями и самые грубые ошибки вкрадываются тут легко.* […] *Можно, например*, […] *смешать двух однофамильцев* […].

Особый случай представляла форма отчетности, которая [9, с. 323 – 324 и 344 – 345] подчас давала повод к произвольному сочетанию статистических данных.

2. *Плоха и неверна та хирургическая статистика, которая* [не указывает фазу войны]. *Смертность в войсках увеличивается по мере истощения сил* […]. *Если* […] *выведут без разбора общий итог* […], *то получат самое неверное понятие о степени опасности каждой операции*.

2.7. Расхождение между эмпирическими данными. Пусть (в простейшем случае) в двух сериях, состоящих из одного и того же числа испытаний частости наблюдаемого события не совпали. Случайно ли расхождение? Такова стандартная задача математической статистики, которую перед ее решением следует еще уточнить. В 1840 г. Гаварре [, п. 4.3.1] сформулировал и решил ее для случая большого числа испытаний в своем руководстве по медицинской статистике.

Пирогов вряд ли был знаком с подобной литературой (он вообще так и не сослался ни на одного статистика), и его попытку как-то совладать с указанной задачей нельзя признать удачной. Вот его рассуждение [7, с. 399 – 400]. Ввиду индивидуальности пациентов в приложении статистики к медицине существуют "едва преодолимые трудности", см. также п. 2.4. Если разделить раненых на две группы, то "самая малая цифра смертности будет в той кучке [группе], где случайно соберутся одни легкие раны". Если подразделить раненых в более мелкие группы, то "статистическая верность” уменьшится, зато результат “выиграет в практической его применимости”.

Но вот разделение на группы не должно быть случайным! Если перемешаны белые и черные шары [взятые в одном и том же числе], то “случай никогда их не распределит поровну равномерными кучками”. И вдобавок еще и неверная оговорка: если число шаров не бесконечно.

Подобное утверждение мы находим и в другом сочинении [10, с. 320]. Полагая даже, по контексту, что приводимые им числа верны, он не берется судить, целесообразна ли операция, от которой умирает 50% пациентов, если при отказе от нее погибнет 60%.

Пирогов [7, с. 404] ставит и общий вопрос, – тот самый, который решал Гаварре, правда, лишь при указанном выше ограничении:

Задача статистики и будет вычислить цифру самой случайности, т. е. показать, что она не так случайна. Тогда статистика послужит основанием наших действий.

В первоначальном немецком издании книги эта фраза имела иное звучание (1864, с. 692):

Статистические исследования переводят самое случайное в определенную закономерную форму и […] *случайное тем самым перестает быть чистым случаем.* […] *Первая задача статистики состоит в том, чтобы извлечь и численно установить более часто встречающееся, постоянное.*

И здесь уместно вспомнить признание Пирогова [10, с. 153] о его отношении к математике:

Едва ли у меня нет математической жилки, но она, мне кажется, развивалась медленно, с годами, и когда мне захотелось, и даже очень, знать математику, было уже поздно.

2.8. Организация военно-медицинской службы. Известно (БСЭ, 3-е изд., т. 19, 1975, с. 557), что Пирогов высказывался за единство эвакуации и лечения раненых и больных, за сортировку раненых и организовал уход за ранеными силами сестер милосердия. И вот его мысли и высказывания об организационной стороне военно-медицинской службы, т. е. о выборе числа госпиталей различных типов, их расположения и распределения медицинского персонала (см. также п. 2.4). Этой стороне дела он посвятил часть своих сочинений [8, §§ 3 и 5; 9, часть 1-я и гл. 4 части 2-й].

Он [11, с. 490] разумно заметил, что должное управление военным госпиталем несравненно важнее искусства врача и [11, с. 439] даже сформулировал весьма общее утверждение:

Что преимущественно влияет на успех лечения или уменьшение смертности в войсках? Для масс в терапии и хирургии без хорошей *администрации и в мирное время мало проку, а в таких катастрофах, как война, и подавно*.

Поскольку [9, с. 92] контингенты раненых и больных подвержены “периодическим колебаниям”,

Каждый в. в. [военно-временный] *госпиталь и лазарет должен быть всегда наготове принять втрое большее против штата мест число больных или раненых*. […] *Держать всегда наготове* […] *достаточное число помещений, госпитального персонала и пр., нисколько не затрудняя движения армии, а еще более всё предусмотреть и сделать верный, хотя и приблизительный расчет, основанный на одних законах вероятности, – для этого нужны гений и опытность*.

Классические законы вероятности здесь недостаточны, нужно *исследование операций*.

3. Ампутации

3.1. Ампутации или сберегательное лечение? Этот вопрос Пирогов [7, с. 403] считал самым важным:

Современная статистика хочет узнать только одно в огнестрельных переломах: который из двух способов […] *сохраняет более жизней*?

И в то же время (там же)

При неопределенности степени риска в обоих способах лечения хирургическая статистика постоянно колеблется между двумя крайностями: то она кладет слишком мало риска на счет ампутации, то слишком много на счет сберегательного лечения.

Обе крайности (но не самой статистики, а ее истолкования) действовали в одном и том же направлении. Неудивительно (там же), что

До сих пор ампутируют во всех возможных случаях, а для сберегательного лечения оставляют или безнадежных, или относительно легко раненых. При такой обстановке о правильном сравнении результатов […], *конечно, не может быть и речи.* [И] *упускается из вида* […] *кто и при каких условиях лечил раненого или ампутированного.* […] *Отделение ампутированных поручается обыкновенно опытному хирургу, а отделение со сложными переломами – новичку*.

Безусловность ампутаций была признана “старой школой” (там же):

Старая школа, преувеличивавшая цену жизни без члена, слишком низко ценила сохранение члена, тогда как для иного раненого он *так же дорог, как и самая жизнь. Эта школа* […] *предписывала ампутировать раненых и без их согласия. Опасность жизни. соединенную с операцией, она ни во что не ставила* […], *а мы живем теперь в переходное время – начала прежней школы, господствовавшие еще в первые десятилетия нашего века, потрясены статистикой*,

которая, однако, не установила новых начал, потому что нет единообразных исходных данных. Пирогов действительно был против ампутации без согласия пациента, но пришел к этому выводу не сразу [10, с. 319].

Итак, сравнение результатов ампутаций и сберегательного лечения исключительно затруднено, притом и в будущем вряд ли можно надеяться на лучшее "пока рациональная статистика – в моем смысле – останется в военной практике несбыточным желанием" [7, с. 407]. И Пирогов (там же) перечислил 11 условий, "не достающие теперь хирургической статистике, чтобы быть рациональной", но вряд ли достижимые в своей совокупности.

Мало того: в том же сочинении (с. 402 и 405) он указал еще два условия. В первом случае Пирогов заметил, что

Род и натура прошедшего повреждения отзываются на всяком способе лечения. Профаны судят о результатах, не обращая внимания на то, что предшествовало лечению. Врачи же поддерживают эту иллюзию.

И, кроме того, без указания времени смерти хирургическая статистика "плоха и неверна", потому что "солдат в начале войны не тот же, как в конце", см. также ниже из того же сочинения и п. 5. Наконец [9, с. 89], ввиду различия условий эвакуации раненых и их содержания в разных госпиталях "малый процент смертности в военное время не означает еще успеха лечения". Иначе говоря, исключительно важно разумное управление военно-медицинской службой.

3.2. Ранние или поздние ампутации? Ясно, что во втором случае временно применяется сберегательное лечение [7, с. 438]: "Откуда бы взяться поздним ампутациям, если бы не пробовали сохранить поврежденные члены?"

"Не более, чем 35 лет назад" ранние ампутации считались безусловно благоприятнее, свидетельствовал Пирогов [8, с. 452], а лет за семь до этого заметил [7, с. 399], что "Есть […] другая […] казуистическая [в данном случае: особая] и осязательная выгода на стороне ранней ампутации", а именно, существенное облегчение эвакуации раненых, а также "неимение достаточного числа врачей и недостаток средств для сберегательного лечения".

На с. 406 он добавил, что необходимость ранних ампутаций не может быть исследована "пока влияние транспорта [раненых со сложными переломами] не определено статистически".

Пирогов (с. 473 – 474) сформулировал свои выводы, которые разнились друг от друга в зависимости от характера и места ранения, но один из его девяти пунктов имел отношение к индивидуальности ампутируемого: “Меньшая смертность во многих поздних операциях объясняется отчасти и тем, что они делаются над ранеными более живучими”.

Но и эти выводы еще не исчерпывали дела. Следовало еще учитывать, что ранние ампутации не всегда выполнялись “рано” [7, с. 438] и что [9, с. 315]

Общая статистика первичных ампутаций […] *не имеет прочного фундамента.* […] *Чересчур различные условия делят всю массу фактов на слишком мелкие и одна с другой слишком не сходные группы, не допускающие правильных заключений* […].

И всё-таки *масса фактов* должна быть велика. Пирогов [6, с. 204] возможно имел это в виду, упоминая наблюдения, проведенные “в течение не слишком долгого срока времени” и явно указал на это обстоятельство в другом случае [9, с. 316]: “Противоречия и непоследовательности наших статистических сведений об ампутациях неизбежны, как скоро мы начнем судить по миниатюрным данным”.

Но и тут, как он добавил, необходимо подразделять данные на группы, причем [7, с. 400] “ставить ограниченные и более определенные” вопросы, “а для ответов увеличить число групп и по необходимости раздроблять число последних”.

Кроме того, статистические данные должны быть сравнимы [7, с. 399]; статистически основывать действия хирургов нельзя будет “пока военно-хирургические статистики не начнут действовать по определенному и для всех одному и тому же плану”. Эту мысль Пирогов повторял неоднократно и даже мечтал о едином международном “плане” и о каком-то явно невозможном объединении военных хирургов всех противоборствующих стран.

Он [6, с. 207; 9, с. 379] выразил и другое, также едва достижимое пожелание:

В такой науке, как хирургия, нет более верного средства для суждения о значительности той или другой болезни и о пользе того или другого способа лечения, как статистика, но такая, которая составлена из результатов наблюдений, сделанных в массе, с верным значением местности [с верным знанием; или, с верным учетом], *различных внешних условий и, сколько можно, индивидуальности больных.*

Если мы хотим решить статистикой вековые вопросы полевой хирургии, то […] *необходим* […] *особенный институт специалистов, обязанных присутствовать лично на перевязочных пунктах и в госпиталях.*

4. Процент смертности

Этот естественный, казалось бы, показатель Пирогов вовсе не считал универсальным, хоть и поставил его во главу угла (начало п. 3.1). Условия сбора “рациональной” статистики были настолько неблагоприятны, что на самом деле он не мог на нем основываться; об этом см. тот же п. 3.1 и его высказывание [7, с. 20]: “В

Крымскую войну” он “узнал их [“ложные пути” цифры, см. п. 2.6] поближе. На войне

не до верных статистических выводов о цифре смертности каждого повреждения или каждой операции, где раненый и больной подвергается лишениям, невыносимым и для здорового. Тут цифра […] *определит степень опасности не ран и операций, а лишений всякого рода*.

Мы начнем с темы предыдущего п. 3. Целесообразность консервативного лечения раненых, указал он [9, с. 376], зависит от того,

Будет ли минимум смертности в сберегательном лечении […] *плюс известный процент смертности от вторичных ампутаций* [после некоторого сберегательного лечения] *равняться минимуму смертности первичных ампутаций.*

Лет на 15 раньше Пирогов [7, с. 404] несколько точнее заявил, что

Плюс 3 смертности [ее превышение на 3%] *на стороне выжидания не унизит его преимущества в глазах человека, знакомого с делом; он отнесет этот плюс на счет индивидуальности и случайных обстоятельств, влияющих неминуемо при ограниченном или среднем числе наблюдаемых случаев, и примет его только тогда в соображение, когда та же цифра окажется постоянной в возможно большей массе наблюдений.*

Но опишем теперь утверждения Пирогова в хронологическом порядке. Вначале он [6, с. 204]

Невольно пришел […] *к убеждению, что каждая болезнь и каждая хирургическая операция имеет свой итог неудач, свой итог смертности, зависящей от непостоянно действующих на различные болезни внешних условий, от натуры самой болезни, индивидуальности или* [?] *личности больных и от свойств травматического насилия, соединенных с каждой операцией.*

И более четко на с. 206: “Только в некоторых хирургических болезнях смертность определяется довольно постоянной цифрой”. Но в 1855 г. Пирогов [4, с. 328] заявил, что процент смертности постоянен не только в любой “повальной” болезни, но также при массовых “значительных” операциях. То же самое он [7, с. 19] утверждал позднее по поводу “всех травматических повреждений, операций и патологических процессов”. Заметим, однако, что в конце XVIII в. статистические данные показали, что смертность от оспенных эпидемий вовсе не оставалась постоянной.

Начиная с 1860-х годов Пирогов тем не менее начал применять более мелкие подразделения при сборе статистики ампутаций. В соответствии с его новым мнением [7, с. 439; 9, с. 316] смертность следовало подсчитывать отдельно для ампутаций каждой трети каждого члена, хотя в то же время [8, с. 455] считал, что процент смертности при огнестрельных переломах бедра, равно как и при его ампутации устойчив. В конце концов Пирогов [9, с. 89] прямо заявил, что перемещения крупных контингентов раненых и больных и их качественные различия не позволяют считать процент смертности критерием работы госпиталей.

Кажется до 1879 г. Пирогов имел в виду средний процент смертности, но затем он (см. начало этого пункта), хотя и не всегда, начал в явной форме упоминать минимальную смертность или [9, с. 219] "более или менее колеблющийся, но всё-таки определенный минимум смертности". Можно бы сказать, что среднее значение случайной величины более надежно, чем минимальное, но вряд ли это будет здесь уместно.

В самом начале своей деятельности Пирогов изучал влияние анестезии на пациентов и заметил [2, с. 192; 3, с. 7 – 8], что в некоторых случаях она увеличивает смертность (ввиду бронхита, возникавшего в те времена от наркоза). Он, правда, усомнился в точности собранных им данных, а затем "сравнительная статистика" доказала ему, что "после 600 разных операций, произведенных с помощью эфира и хлороформа, смертность была нисколько не больше обыкновенной". О расширении контингента оперируемых, ставшим при этом возможным, Пирогов здесь не упомянул.

5. Война это травматическая эпидемия

Так заявил Пирогов [9, с. 220], и вот несколько высказываний из того же источника (с. 222).

Но что [...] *ставит войну в разряд повальных болезней, это ее почти неминуемые следствия, – развитие зараз настоящих*, [...] – *эпидемий.* [...] *И рассадником к развитию и распространению этих зараз служит не столько оружие и одиночный травматизм, сколько именно травматизм коллективный* [...], *т. е. сумма разного рода насилий и лишений, поражающих массы скученных людей.* [...] *Во всякой войне цифра болезненности растет по мере продолжения войны*.

И на с. 439:

У солдата же, истощенного бивуаками, маршами, бессонными ночами, недостатком пищи и душевными волнениями, рана вследствие сопровождающего ее воспаления является новым источником изнурения. От этого и результаты лечения в конце войны всегда хуже, чем в начале.

6. Выводы

Пирогов применял (частично собранные им самим), или по меньшей мере усиленно пытался применять статистику для решения важнейших вопросов военной хирургии, но объективные условия военного времени не позволяли считать ее достоверной.

Представляется, что при этом, а не только для организации работы военно-медицинской службы (п. 2.8), нужны были “гений и опытность”. И Пирогов по необходимости, как мы бы сказали, главным образом руководствовался своим общим статистическим впечатлением (п. 2.6).

Мысли Пирогова о стандартизации медицинской статистики (конец п. 3.2) были созвучны усилиям Кетле [XIII, п. 2.3] стандартизовать статистику населения вообще и инициативе Флоренс Найтингейл [IV, п. 6.1.2] по стандартизации отчетности хирургических госпиталей. Впрочем, в первую очередь она известна организацией службы сестер милосердия (по другую сторону фронта Крымской войны) и, – мы не поясняем ничего также известного, – спасением жизни тысяч английских раненых. Очень возможно, что Пирогов в этом смысле добился еще бóльшего успеха.

Пирогов не был знаком с математической статистикой и допустил несколько ошибок теоретического характера (см., например, п. 2.7), которые, однако, не повредили его практической деятельности, а его отношение к этическим проблемам медицины (п. 2.5) заслуживают особого упоминания. Вспомним Эйнштейна (его письмо статистику Э. Ю. Гумбелю 1933 г., Архив Эйнштейна в Еврейском университете, Иерусалим, шифр 38615): “Достойные черты характера столь же ценны, как научные работы”.

Библиография
Н. И. Пирогов

1 (1849), О применении статистики, физики и фармакологии к хирургии в последние три года. *Протоколы и труды Русск. хирургич. общ. Пирогова* за 1882 – 1883 гг., 1883, с. 125 – 134. Публикация Н. Здекауера.

2 (1849), *Отчет о путешествии по Кавказу. Собр. соч*., т. 3, с. 63 – 388. Одновременно опубликованный франц. вариант: СПб, 1849.

3 (1849), Об успехах хирургии в течение последнего пятилетия. *Зап. по части врачебн. наук Мед.-хирургич. акад*., год 7-й, кн. 4, ч. 1, с. 1 – 27.

4 (1850 – 1855), *Севастопольские письма. Собр. соч*., т. 8, с. 313 – 403.

5 (1854), О трудностях распознавания хирургических болезней и о счастье в хирургии и т. д. *Собр. соч*., т. 4, с. 151 – 199. Позднейший нем. вариант: Лейпциг, 1854.

6 (1854), Отчет о произведенных хирургических операциях с сент. 1852 по сент. 1853 года. Там же, с. 203 – 241. Позднейший нем. вариант: Лейпциг, 1854.

7 (1855 – 1856), *Начала общей военно-полевой хирургии. Собр. соч*., т. 5 (весь том), т. 6, с. 55 – 309. Ссылки только на т. 5. Исходный нем. вариант: Лейпциг, 1864.

8 (1871), *Отчет о посещении военно-санитарных учреждений в Германии, Лотарингии и Эльзасе в 1870 г. Собр. соч*., т. 7, с. 415 – 489. Позднейший немецкий вариант: Лейпциг, 1871.

9 (1879), *Военно-врачебное дело и частная помощь на театре войны в Болгарии и в тылу действующей армии в 1877 – 1878 гг. Собр. соч*., т. 7, с. 15 – 410. Нем. вариант: Лейпциг, 1882.
10 (1884 – 1885), *Вопросы жизни. Дневник старого врача. Собр. соч.*, т. 8, с. 69 – 352. Нем. вариант: Штутгарт, 1894.
11 (1950), *Севастопольские письма и воспоминания.* М.
12 (1959 – 1961), *Собрание сочинений*, тт. 3 – 8. М. – Л.
Другие авторы
Белицкая Е. А. (1950), Вопросы военно-медицинской статистики в трудах Н. И. Пирогова. *Военно-медицинск. Ж.*, № 3, с. 57 – 61.
Райков Б. Е. (1961), *К. Бэр.* М.
Шейнин О. Б. (1995), Н. И. Пирогов как статистик. *Изв. Петерб. унив. экон. и финансов*, № 3 – 4, с. 144 – 151.

XV. Д. И. Менделеев и математическая обработка наблюдений в естествознании

Mendeleev and the mathematical treatment of observations in natural sciences
Historia Mathematica, vol. 23, 1996, pp. 54 – 67

Крупнейший химик Дмитрий Иванович Менделеев (1834 – 1907) отбрасывал сомнительные эксперименты и высказывался против чрезмерного накопления наблюдений. Он стремился исключать систематические ошибки и предложил простой критерий *стройности* наблюдений. Современная статистика признала стройность как симметрию соответствующей функции плотности и независимо ввела количественную меру асимметрии, отвечающую идее Менделеева. Менделеев ошибался при оценке надежности своих наблюдений и вряд ли был знаком со вторым гауссовым обоснованием метода наименьших квадратов (МНКв). Исследование его работ проливает свет на уровень статистических знаний в естествознании второй половины XIX в. за пределами астрономии и геодезии.

1. Введение

Менделеев был крупным метрологом, в 1893 – 1907 гг. – ученым хранителем Главной палаты мер и весов России. Мы описываем его высказывания о планировании, отборе и обработке наблюдений, т. е. о проблемах, которые неизбежно встречались и в химии, и в метрологии[1]. В п. 2 мы кратко напоминаем о классической теории ошибок; п. 3 посвящен общему положению с обработкой наблюдений в естественных науках в конце XIX в. В пп. 4 – 7 мы исследуем некоторые проблемы, которые пришлось решать Менделееву и формулируем наши выводы в п. 8.

Заметим, что в пп. 4 и 5 мы обсуждаем идеи Менделеева, относящиеся к детерминированной теории ошибок, – к планированию измерений и предварительному исследованию полученных результатов. В наше время первая тема включена в теорию планирования эксперимента и ни одна из них не обходится без вероятностных представлений.

Менделеев был исключительно разносторонним ученым и в частности он изучал статистику населения и промышленности. Это обстоятельство придало широту его взглядам на статистику и на ее роль в метеорологии. Ее возможности он считал по существу безграничными и вот его примечательное высказывание [12, с. 54]:

Грубую прозу статистики они [поэты] *когда-нибудь облекут в стихи, потому что цифрами открывается сила, власть, людские слабости, пути истории и много других* […] *сторон мира*.

Заметим, что Менделеев верно представлял себе положение в метеорологии. Указав на господствующую "собирательную" школу метеорологов, которой нужны "одни числа и числа", и которая не шла дальше составления карт изолиний метеорологических элементов [7, с. 267], Менделеев [10, с. 527] вместе с тем увидел и зарождение новой метеорологии, которая на основании статистических данных начала "понемногу обладать, синтезировать, предсказывать", т. е. открывать силу цифр (см. выше). Он, правда, не заметил, что введение изолиний в метеорологию было прекрасным ранним примером предварительного исследования данных[2].

2. Теория ошибок. Ее основная задача

Она состояла в уравнивании непосредственных измерений x_1, x_2, …, x_n, т. е. в выводе из них некоторого окончательного значения для измеренной константы и в оценке его надежности. В более общей формулировке задача заключалась в уравнивании косвенных измерений, т. е. выводе из уравнений

$$a_ix + b_iy + c_iz + \ldots + l_i = 0, \; i = 1, 2, \ldots, n \qquad (1)$$

с теоретически известными коэффициентами и измеренными свободными членами некоторых окончательных значений $x, y, z, \ldots$ и в оценке их надежности. Число измерений обычно превышало число неизвестных, система (1) оказывалась физически несовместной (линейная зависимость еще не была введена в математику) и решением системы приходилось считать любой набор $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z},...$ определяемый каким-либо дополнительным условием и приводящий к достаточно малым остаточным свободным членам v_i. Линейность систем (1) не была ограничительной, поскольку приближенные значения неизвестных были известны. МНКв не был исключением: он означал выполнение условия

$$\sum v_i^2 \equiv [vv] = \min,$$

где минимум отыскивался среди всех возможных наборов $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z},...$ В дальнейшем мы будем пользоваться обозначениями Гаусса типа $[vv]$, см. выше, и

$$[ab] = a_1b_1 + a_2b_2 + \ldots + a_nb_n.$$

В 1805 г. Лежандр первым опубликовал качественное (и не вполне удачное) обоснование принципа наименьших квадратов, Гаусс же в

1809 г. предложил математическое рассуждение, приводящее к нему, а в 1823 г. дал свое второе обоснование. С другой стороны, Лаплас, начиная с 1810 г., разрабатывал МНКв, исходя из нестрого доказанной им центральной предельной теоремы и потому предполагал большое число наблюдений. Исключительно интересные теоретически, его результаты поэтому не имели большого практического значения.

В 1809 г. Гаусс предположил, что ошибки наблюдения имеют одновершинную и дифференцируемую плотность распределения $\varphi(x)$ и что арифметическое среднее $\bar{x}$ наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ неизвестной постоянной A должно считаться ее наилучшей оценкой при дополнительном условии

$$\varphi(\bar{x} - x_1)\varphi(\bar{x} - x_2) \ldots \varphi(\bar{x} - x_n) = \max. \qquad (2)$$

Он доказал, что $\varphi(x)$ является нормальным законом (позднейший термин), после чего немедленно вывел принцип наименьших квадратов. Условие (2) *наибольшего правдоподобия* впервые предложил Ламберт в 1760 г. и его же применил Даниил Бернулли в 1778 г.

Для случая одной неизвестной принцип наименьших квадратов свелся к выбору среднего арифметического, которое таким образом совпало с оценкой наибольшего правдоподобия.

Постулат среднего арифметического не был самоочевидным, принцип наибольшего правдоподобия представлялся недостаточно надежным, а исключительность нормального распределения (которое обычно действительно имело место с хорошим приближением) выглядела странной. Неудивительно, что Гаусс отказался от своего первого обоснования и заново вывел принцип наименьших квадратов, исходя из условия наибольшего веса (наименьшей дисперсии[3]). Если случайную ошибку измерения обозначить через ξ, ее значения через ε_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ и ее плотность через $\psi(x)$, то выборочная дисперсия ошибки будет равна $[\varepsilon\varepsilon]/n$. Величины ε_i неизвестны и их приходится заменять уклонениями $\bar{x} - x_i = v_i$ и выборочная дисперсия оказывается равной $[vv]/(n-1)$, а корень квадратный из этого выражения будет средней квадратической ошибкой σ величины ξ.

Выборочная дисперсия не зависит от закона распределения $\psi(x)$, однако, пожалуй до конца XIX в. в ходу оказалась в основном другая мера точности, вероятная ошибка ρ, определяемая из уравнения

$$\int_{-\rho}^{\rho} \psi(x)dx = 1/2.$$

Она крайне привлекательна, но, в отличие от σ зависит от закона распределения, о чем на практике очень часто забывали или, точнее, молчаливо допускали, что $\psi(x)$ является нормальным законом. Для этого случая

$$\rho = 0.477/h,$$

притом $\hat{h}$, выборочная оценка h, равна [15, § 3]

$$\hat{h} = \sqrt{\frac{n-1}{2[vv]}}$$

и потому r, выборочная оценка ρ, оказывается равной

$$r = 0.477\sqrt{\frac{2[vv]}{n-1}} = 0.675\sigma.$$

3. Естествознании в середине XIX в.

С нашей точки зрения его положение плохо изучено. Естествоиспытатели часто не были знакомы со вторым гауссовым обоснованием МНКв (пп. 3.2 – 3.3) и не всегда применяли вероятностные методы (п. 3.1), тогда как соображения Менделеева о стройности наблюдений (п. 6) приводили его к позднейшим стохастическим идеям.

3.1. “Лучшие” наблюдения и отказ от вероятностных соображений. Начиная с Птолемея, естествоиспытатели представляли результаты своих наблюдений в законченном виде без указаний собственно наблюдений или способов их обработки. Даже Кеплер [30, с. 334], уравнивая наблюдения Тихо Браге, ограничился замечанием, что исправлял (точнее, искажал) их небольшими произвольными поправками. Это, кстати, видимо означало, что он применял элементы метода статистических испытаний (Монте Карло).

Древние астрономы, а затем и физики (и, возможно, химики) нового времени иногда выбирали *лучшие* наблюдения, используя остальные лишь для грубого контроля. Тем самым их метод обработки оказывался по меньшей мере частично субъективным. Вот, к примеру, высказывание Бойля [26, с. 376]:

Эксперименты надлежит оценивать по их значимости, а не по количеству. […] *Один-единственный эксперимент* […] *тоже может заслуживать целого трактата.* […] *Как одна из* […] *крупных восточных жемчужин* […] *может стоить больше очень большого числа тех мелких, которые приходится покупать на унции.*

В 1756 г. Симпсон нарушил древнюю традицию, доказав, что для дискретных равномерного и треугольного распределений, а в 1757 г. – и для непрерывного треугольного распределения, среднее арифметическое в вероятностном смысле предпочтительнее отдельного наблюдения. Его целью было [34, с. 82] опровержение

Некоторых весьма известных лиц, которые полагали и даже публично заявляли, что на одно тщательное наблюдение можно положиться так же, как и на среднее из очень большого их числа.

Но принцип выбора наилучшего наблюдения не был оставлен. Джоуль [29] определил 5 значений механического эквивалента теплоты и отбросил 4 из них. Оставленное определение соответствовало сразу двум условиям: оно было выведено из наибольшего числа наблюдений и коэффициент при неизвестном был в нем наибольшим, так что ошибка определения делилась на наибольшее число[4].

Отличие между астрономией и геодезией с одной стороны и другими ветвями естествознания недавно подчеркнул (и, косвенно, защищал описанную выше практику) один современный автор [31, с. 283]:

Теория ошибок вначале применялась [в астрономии и геодезии] *к большому числу повторных измерений одного и того же простого количества, как, например, отсчета угла при наблюдении телескопом или теодолитом, что не имело отношения к небольшому числу сложных измерений атомных весов или удельной теплоемкости*.

Можно предположить, что автор в глаза не видел теодолита и уж, конечно, не присутствовал при измерении углов. Отличие между отраслями науки если и было, то гораздо более тонкое. В астрономии и геодезии разрабатывались и совершенствовались методы наблюдения, а инструменты неизменно юстировались; в *простые количества* вводились несколько поправок, но остаточные систематические ошибки, например. вызванные горизонтальной рефракцией, были не менее вредны, чем примеси в образцах в химии[5], притом же каждое *сложное измерение* в физике и химии, видимо, состояло из многих *простых* (как у Джоуля). Заметим, впрочем, что триангуляция в данном районе прокладывается только один раз, тогда как константы в физике и химии (и астрономии!) определяют в нескольких местах и возможно на протяжении многих лет.

Так доверяться ли вероятностному подходу или останавливаться на лучшем наблюдении? Ответ не всегда ясен. Естествоиспытателю следует выбрать вторую возможность, если (и только если?) есть основание подозревать в наблюдениях крупные остаточные систематические ошибки.

3.2. Оценка надежности измерений. Для этой цели применяли среднюю квадратическую и вероятную ошибки (п. 2), однако физики и химики часто использовали более сомнительные меры, именно

$$x_n - x_1,\ x_n - \bar{x},\ \bar{x} - x_1, \qquad (3)$$

где x_1 и x_n – крайние наблюдения ($x_n > x_1$) или

$$(x_n - x_1)/\bar{x},\ (x_n - \bar{x})/\bar{x},\ (\bar{x} - x_1)/\bar{x}. \qquad (4)$$

Так, в 1798 г. Кавендиш [27, с. 284] применял и (3) и (4), в 1830 г. Айвори [20, с. 179] использовал частные, а Мендоза [31, с. 292] назвал соответствующие физические мемуары 1842 и 1877 гг. Он (с.

294) также процитировал мемуар Рэлея 1883 г. (“степень согласия чисел указывает на успешность наблюдений”), полагая, что тот использовал какие-то иные статистики, в чем мы, однако, не убеждены. Упомянутые выше меры точности зависят от возможной отбраковки крайних наблюдений, а кроме того они, вообще говоря, возрастают с числом наблюдений.

3.3. Нормальный закон. Многие естествоиспытатели, которым следовало бы ознакомиться с классическими работами Гаусса, вряд ли знали о них. В 1826 – 1830 гг. Айвори [20] опубликовал несколько статей об уравнивании маятниковых наблюдений и лишь в процессе своей работы овладел началами МНКв.

Помимо неумения должным образом оценивать точность наблюдений и окончательных результатов, естествоиспытатели очень часто ошибочно считали нормальный закон всеобщим, и тому были причины. Во-первых, учебники и руководства (в основном написанные астрономами и геодезистами) обычно избегали упоминать второе, гораздо более сложное гауссово обоснование МНКв. Во-вторых, экспоненциальная функция отрицательного квадрата была математически удобна и более или менее соответствовала ошибкам наблюдений. В третьих, нормальный закон стал особо известен в естествознании после 1860 г., когда его нестрого вывел Максвелл. Немедленным следствием этого ошибочного мнения и было убеждение в безоговорочной верности формулы для вероятной ошибки (п. 2).

4. Среднее арифметическое и медиана

Два простых примера позволяют понять как Менделеев обрабатывал прямые наблюдения. Оценивая объем вывоза нефти из США в 1870 – 1874 гг., он [8, с. 156] заявил:

Чтобы судить о мере погрешности печатных данных по статистике нефти […] *я имел только один путь: сличать между собой возможно большее число оригинальных, самостоятельно добытых данных. Если нет повода предпочесть один ряд данных другому*, […] *должно взять среднее из всех* […] *чисел и принять его за истинное, но не за свободное от погрешности*.

Много раньше у Менделеева [1, с. 181] даже проскользнула мысль о том, что среднее принимается и при неизвестной надежности отдельных результатов. Это мнение он [13, с. 159] повторил в 1895 г.:

Из разнообразных определений можно, а иногда и должно брать среднее только тогда, когда относительное достоинство определений или совершенно неизвестно или ничем ясно не определяется[6].

В [1] и [13] Менделеев имел дело с физическими измерениями, а не с вывозом нефти, и его приверженность к среднему выглядит странно. Впрочем, по меньшей мере один раз он [6, с. 209] благоприятно отозвался о рекомендации Этьена (видимо, о мемуаре [23] – своей ссылки он не разъяснил). Этьен пытался доказать, что медиана всегда предпочтительнее среднего арифметического, но Менделеев не указал, что это мнение неверно.

В другом примере, исследуя влияние удобрения на урожайность, он [3, с. 101] указал, что

Среднее число из данных, полученных при разных условиях, при разных методах и лицах, говорит мало и всегда менее вероятно, чем результат, добытый по точным методам и привычными лицами[7].

Под *разными* Менделеев, видимо, понимал плохо изученные методы, приводящие к сомнительным результатам. Его мнение таким образом не оставалось постоянным.

5. Отбор наблюдений и теория планирования эксперимента

Менделеев [13, с. 159] категорически отрицал какое-либо применение сомнительных наблюдений:

Когда же одно из чисел представляет заведомо больше гарантий точности, чем другие, оно одно должно быть взято, оставляя безо всякого внимания числа, заведомо представляющие или худшие условия опыта и наблюдения, или какие-либо поводы к сомнению.

И всё-таки в одном случае он [11, с. 458] придал меньший вес некоторым данным не только потому, что они были выведены из меньшего числа наблюдений (это было бы вполне понятно), но и ввиду “меньшей их стройности”, см. п. 6. Но даже в этом труде он (с. 82) ясно выразил свое отрицательное мнение о сомнительных данных:

Разбор данных и выбор из них достоверных требуют столько труда и времени, что выгоднее сделать новые наблюдения. Но, вводя новые ряды чисел, подобные, как бы случайные наблюдения не только не дают ничего нового, а лишь запутывают отыскание действительности. До тех пор, пока из массы наблюдений не будут исключены ясной критической оценкой негодные к выводу данные, нельзя надеяться добраться до действительности[8].

Какие же наблюдения *случайны*? Мы можем только предположить, что ответ на этот вопрос содержится в следующей ниже выдержке.

Менделеев отбрасывал наблюдения, которые “идут неправильно”, недостаточно точно описаны или мало надежны. Исключение уклоняющихся наблюдений – особо тонкая операция. В письме Ольберсу 3 мая 1827 г. Гаусс (с. 152 – 153 тома 8 его *Werke*) указал, что “без обширного знания предмета исключение всегда сомнительно, особенно если число наблюдений не очень велико”. С тех пор появилось немало статистических правил отбраковки, и некоторые из них могли быть известны Менделееву. Но [24, с. 360] “основная проблема […] остается всё той же: что такое уклоняющееся наблюдение, и как мы должны поступить с ним”.

Поскольку Менделеев требовал точного описания исходных данных и их исследования, он, видимо, думал и о самой трудной задаче объединения результатов, добытых разными лицами[9].

Неудивительно, что он предпочитал подбирать наблюдения по принципу *лучше меньше, да лучше*. Вот, действительно, его утверждение [4, с. 144] об определении эмпирического соотношения между плотностью газа и его давлением, т. е. об уточнении закона Бойля – Мариотта:

Я предпочитаю сделать немногие, но точные и повторенные определения при нескольких значительно разнящихся давлениях, чтобы по возможности не прибегать к способу наименьших квадратов. […] *Умножение числа наблюдений при разнообразных давлениях, близких друг к другу, представляет не только много затруднения для исследования, но и увеличивает погрешности вывода.*

Недостаток знания степени точности наблюдений составляет главнейшую причину того, что из множества существующих ныне наблюдений над сжимаемостью газов нельзя еще вывести точных чисел, предел погрешности которых был бы известен[10].

В первой половине этого отрывка Менделеев, очевидно, имел в виду утомительность вычислений, основная же его рекомендация относилась к близким друг к другу давлениям (p). Он быть может полагал, что влияние систематических ошибок существенно зависит от значений p и старался по возможности исключить их. И конечно же *разнящиеся* давления были необходимы, чтобы избежать экстраполяции результатов.

Вот аналогичный пример. Био [25, с. 16 – 17] заметил, что до уравнивания маятниковых наблюдений станции с примерно равными широтами могут быть заменены единой фиктивной станцией. Это верно, потому что и период колебаний маятника заданной длины, и длина маятника при заданном периоде зависят только от широты места. И всё-таки, если станции действительно близки друг к другу (т. е. если их долготы тоже примерно совпадают), то все наблюдения могут быть искажены примерно одной и той же местной аномалией силы тяжести, так что вес фиктивной станции в этом случае нельзя считать равным сумме весов объединяемых станций.

6. Стройные наблюдения

Менделеев [11, с. 209] назвал наблюдения стройными, если их медиана совпадала со средним арифметическим. Впрочем, он добавил, что предпочитает иное определение стройности ряда, а именно совпадение среднего из его средней части ($\bar{x}_2$) со средним из двух остальных его третей ($\bar{x}_1$ и $\bar{x}_3$)[11]. Он, однако, указал, что Главная палата мер и весов придерживается "обычных методов Гаусса", т. е., очевидно, совсем не применяет медианы.

Менделеев не разъяснил, как следует поступать, если наблюдения не являются стройными; тем не менее, в одном, видимо, подобном случае он (начало п. 5) придал им меньший вес. На той же с. 209 (см. выше) Менделеев выразил удовлетворение стройностью полученных наблюдений, но ошибся в теоретических вопросах (и допустил несколько элементарных ошибок в последующих вычислениях):

Вероятный вывод […] *здесь совершенно согласен с арифметическим средним, а это указывает, что погрешности следуют определенному закону, принятому гауссовской теорией вероятностей, т. е. что наблюдения не содержат крупных случайных уклонений, а определяются неизбежными погрешностями наблюдений*.

Во-первых, *вероятный вывод* это нечеткая, а потому неудачная замена термина *медиана*. Во-вторых, совпадение медианы со средним арифметическим вовсе не свидетельствует о наличии нормального закона, притом гауссовская теория ошибок (а не вероятностей) в своем окончательном варианте 1823 г. не опиралась на его реализацию. Наконец, нормальное распределение всё же допускает существование крупных погрешностей (с низкой вероятностью). Зато верна неявная предпосылка Менделеева: в некотором определенном смысле и независимо от гауссовского обоснования МНКв случай нормального распределения ошибок является наилучшим.

Исключительно интересно, что понятие о стройности наблюдений принимается математической статистикой за одну из мер асимметрии распределения [35, с. 161]. Она равна дроби

3(Средн. арифм. – Медиана)/Стандартное уклонение.

Таким образом, совпадение медианы со средним арифметическим приводило к симметрии[12]. Более того (там же, с. 117), соотношение

Мода = Средн. арифм. – 3 (Средн. арифм. – Медиана)

“для умеренно асимметричных распределений имеет место с удивительной степенью точности ”.

7. Меры точности наблюдений

По меньшей мере дважды Менделеев [2, с. 46; 5, с. 312, прим. 2] использовал вероятную ошибку для определения максимально допустимых уклонений наблюдений от среднего или разностей двух средних. Поскольку, как он решил в первом случае, полученное им значение удельного веса некоторого вещества отличалось от выведенного другим исследователем больше, чем на сумму вероятных ошибок того и другого среднего, следовало заключить, что его предшественник имел дело с менее чистым веществом. По сути дела, Менделеев неверно посчитал, что погрешности измерений относительно среднего не могут превышать вероятной ошибки последнего.

То же рассуждение имело место во втором источнике: если (в несколько иных обозначениях) среднее арифметическое из n наблюдений y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, обозначено через $\bar{y}$ и $z_i = \bar{y} - y_i$, то вероятная погрешность среднего будет равна

$$r = 0.675\sqrt{\frac{z_1{}^2 + z_2{}^2 + \ldots + z_n{}^2}{n(n-1)}},$$

а “истинное” значение измеряемой постоянной окажется в интервале [$\bar{y} - r$; $\bar{y} + r$]. На самом деле указанное выражение для r имеет место только для нормального распределения ошибок наблюдений, а предельно допустимая погрешность величины $\bar{y}$ обычно принималась равной $3r/0.675$ (*правило трех сигма*).

Здесь же Менделеев привел без обоснования приближенное выражение для вероятной погрешности

$$r = 1.196 \frac{\sum |\varepsilon_i| / n}{\sqrt{2n - 0.86}}. \qquad (5)$$

Он таким образом воспользовался так называемой средней ошибкой наблюдения

$$\theta = \sum|\varepsilon_i|/n = \sum|y - y_i|/n,$$

где y – *истинное* значение неизвестной постоянной. При нормальном распределении погрешностей наблюдений

$$\theta = \sigma\sqrt{2/\pi},$$

где σ – их средняя квадратическая ошибка и $r = 0.84535 \ldots \theta$ (Гаусс [15, §§ 4 и 6]). Хотя $1.196\sqrt{2} = 0.84535$ и хотя соотношение Гаусса следует в данном случае видоизменить, учитывая не *истинные* уклонения $|y - y_i|$, а вероятнейшие $|\bar{y} - y_i|$ [33], формула (5) ошибочна даже для нормального распределения. И совершенно непонятно как она оказалась в работе Менделеева.

Применение им удвоенной вероятной ошибки в качестве критерия допустимого эмпирического отличия (см. выше) можно оправдать. Марков [17, с. 21], сославшись на устное замечание Ф. А. Бредихина, заявил:

Правило Ф. А. Бредихина, что «для признания реальности величины вычисленной требуется, чтобы она по крайней мере в два раза превосходила свою вероятную погрешность», мне очень нравится. Я не знаю только, кто установил такое правило и признают ли его все опытные вычислители.

Мало того: в 1897 г. Ньюком [22, с. 150] также придерживался того же критерия, который, стало быть, получил в то время распространение.

8. Выводы

Как правило, ни физики, ни химики конца XIX в. не были знакомы со вторым гауссовским обоснованием МНКв[13]. Это можно объяснить тем, что многие из них предпочитали выбирать *лучшее* наблюдение, а не доверяться вероятностным соображениям. В свою очередь, подобное поведение было, видимо, вызвано наличием невыявленных систематических ошибок.

При уравнивании прямых наблюдений Менделеев не всегда правильно предпочитал среднее арифметическое медиане, а при оценке точности наблюдений иногда неверно (или сомнительным образом) применял вероятную ошибку. С другой стороны, он выразил разумную мысль о необходимости основываться на надежных материалах и избегать ненужных или даже неблагоприятных для дела накопления большого числа наблюдений. Он планировал свои опыты и требовал их точного описания и предварительного исследования. Очень интересны его соображения о необходимости получать наблюдения с симметричными плотностями, и здесь он предвосхитил некоторые математико-статистические идеи. Впрочем, он мог бы указать, что, например, в метеорологии приходилось иметь дело и с асимметричными распределениями.

Примечания

1. Можно добавить и физику, потому что некоторые труды Менделеева (например, [2]) были по меньшей мере близки к этой науке.

2. Их ввел Гумбольдт в 1817 г. [19, § 4.1] и тем самым выделил климатологию из метеорологии. Он вообще обусловил изучение естественных явлений установлением соответствующих средних значений или состояний.

3. Мы пользуемся современными терминами дисперсия, случайная величина. Гаусс рассматривал случайные ошибки (а не случайные величины вообще), называя их irregulares или fortuiti.

4. Джоуль возможно заранее выбрал *лучший* опыт и соответственно определил число наблюдений в нем. Мы вычислили механический эквивалент теплоты с учетом всех пяти опытов, но от этого его значение не изменилось существенно.

5. В метрологии добиваются однообразия внешних условий, в геодезии же, ввиду неизбежных метеорологических изменений со временем, стремятся проводить измерения при существенно различных условиях, что позволяет значительно ослабить систематические влияния. Кроме того, наличие избыточных наблюдений в цепи триангуляции позволяет выявлять и в некоторой степени исключать остаточные систематические ошибки.

6. В таких случаях следует выбирать медиану; Колмогоров [16], например, именно это и советовал.

7. В соответствии со вторым и окончательным вариантом гауссовской теории ошибок 1823 г. следовало стремиться к наиболее надежным (с наименьшей дисперсией), а не к вероятнейшим результатам, как это имело место в 1809 г. Заметим, что мемуар Менделеева [3] содержал рекомендации (правда, не систематизированные), относящиеся к предыстории планирования эксперимента.

8. Последнюю фразу Менделеев [, с. 362] употребил и раньше, назвав данные *негодными*.

9. См. Мендоза [31, с. 290 и 291]: сравнение данных, полученных в различных лабораториях, началось [по-настоящему] в 1880-е годы;

систематические ошибки в физике существенно осложняли подобные сравнения в течение “большой части” XIX в.

10. Менделеев [5, с. 256] по существу повторил это высказывание. Основной мерой точности сейчас является, конечно, дисперсия, а не предельная ошибка.

11. Романовский [18] связал стройность ряда наблюдений с тем, насколько разности $\overline{x}_2 - \overline{x}_1$ и $\overline{x}_3 - \overline{x}_2$ обусловлены плотностью распределения погрешностей наблюдений. Все его рассуждения были навеяны указанными выше соображениями Менделеева.

12. Асимметрия может вынудить наблюдателя отбросить большую часть крайних наблюдений. Метеоролог конца XIX в. утверждал [32, с. 32], что асимметрия плотностей исключает возможность приложения теории ошибок в метеорологии.

13. Даже в середине XX в. было замечено [28, с. 24], что это обоснование видимо практически не известно

Почти никому из специалистов, применяющих метод наименьших квадратов, кроме овладевших повышенным курсом математической статистики.

Признательность. Мы благодарны рецензентам, которые рекомендовали переделать первый вариант статьи. Проф. Р. Кук прислал нам некоторые исторические замечания, а проф. Карен Паршалл помогла подкрепить наши доводы. В весьма несовершенном виде эта статья появилась в *Историко-математических исследованиях* (вып. 35, 1994, с. 56 – 64), но только потому, что вопреки нашей просьбе ее рукопись не была каким-то образом изъята.

Библиография

Д. И. Менделеев

1 (1856) Удельные объемы. *Соч.*, т. 1, с. 139 – 311.

2 (1860) О сцеплении некоторых жидкостей. *Соч.*, т. 5, с. 40 – 55.

3 (1872) Отчет об опытах 1867 и 1869 гг. *Соч.*, т. 16, с. 99 – 113.

4 (1872) О сжимаемости газов. *Соч.*, т. 6, с. 128 – 171.

5 (1875) Об упругости газов. Там же, с. 221 – 589.

6 (1875) Ход работ по возобновлению прототипов или образцовых мер длины и веса. *Временник Гл. палаты мер и весов*, ч. 2, с. 157 – 185. *Соч.*, т. 22, с. 175 – 213.

7 (1876) О температурах атмосферных слоев. *Соч.*, т. 7, с. 241 – 269.

8 (1877) Нефтяная промышленность в Северо-Американском штате Пенсильвания и на Кавказе. *Соч.*, т. 10, с. 17 – 244.

9 (1884) Зависимость удельного веса растворов от состава и температуры. *Соч.*, т. 4, с. 279 – 383.

10 (1885) Записка об ученых трудах А. И. Воейкова. *Соч.*, т. 25, с. 526 – 531.

11 (1887) Исследование водных растворов по удельному весу. *Соч.*, т. 3, с. 3 – 468.

12 (1888) Будущая сила, покоящаяся на берегах Донца. *Соч.*, т. 11, с. 53 – 207.

13 (1895) О весе определенного объема воды. *Соч*., т. 22, с. 105 – 171.
14 (1934 – 1952), *Сочинения*, тт. 1 – 25. Москва – Ленинград.
Другие авторы
15. Гаусс К. Ф. (1816, нем.), Определение точности наблюдений. В книге автора *Способ наименьших квадратов*. М., 1957, с. 121 – 128.
16. Колмогоров А. Н. (1931), Метод медианы в теории ошибок. *Математич. сб*., т. 38, № 3 – 4, с. 47 – 49.
17. Прения (1903), *Прения между академиками в заседаниях 1-го Отделения Академии наук*. СПб.
18. Романовский В. И. (1955), Об одном статистическом критерии Д. И. Менделеева. *Тр. Инст. математики и механики АН УзССР*, т. 15, с. 31 – 40.
19. Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1984), On the history of the statistical method in meteorology. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 31, pp. 53 – 95.
20. --- (1994), Ivory's treatment of pendulum observations. *Hist. Math.*, vol. 21, pp. 174 – 184.
21. --- (1994), Gauss and geodetic observations. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 46, pp. 253 – 283.
22. --- (2002), Newcomb as a statistician. *Historia Scientiarum*, vol. 12, pp. 142 – 167.
23. Этьен (1890, франц.), Исследование ошибок наблюдений. *Артилл. Ж*., 1895, № 8, с. 703 – 723.
24. Barnett V., Lewis T. (1984), *Outliers in Statistical Data.* Chichester.
25. Biot J. P. (1829), Sur la figure de la terre. *Mém. Acad. Sci. Paris*, t. 8, pp. 1 – 56.
26. Boyle R. (1772), A Physico-chymical essay. *Works*, vol. 1. Sterling, Virginia, 1999, pp. 359 – 376.
27. Cavendish H. (1798), To determine the density of the Earth. *Scient. Papers*, vol. 2. Cambridge, 1921, pp. 249 – 286.
28. Eisenhart C. (1964), The meaning of *least* in least squares. *J. Washington Acad. Sci*., vol. 54, pp. 24 – 33.
29. Joule J. P. (1850), On the mechanical equivalent of heat. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, pp. 61 – 82.
30. Kepler J. (1609, латин.), *New Astronomy*. Cambridge, 1992.
31. Mendoza E. (1991), Physics, chemistry and the theory of errors. *Archives Intern. Hist. Sci*., t. 41, pp. 282 – 306.
32. Meyer Hugo (1891), *Anleitung zur Bearbeitung meteorologischer Beobachtungen*. Berlin.
33. Peters C. A. F. (1856), Über die Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers einer Beobachtung. *Astron. Nachr.*, Bd. 44, pp. 29 – 32.
34. Simpson T. (1756), On the advantage of taking the mean of a number of observations. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 49, pp. 82 – 93. Перевод: О пользе выбора среднего из нескольких наблюдений. В книге *Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Составитель О. Б. Шейнин. Берлин, 2006, с. 115 – 129. Также www.sheynin.de
35. Yule G. U., Kendall M. G. (1958), *Introduction to the Theory of Statistics*. London. 14-е изд.

XVI. Иоганн Грегор Мендель

Родился 22 июля 1822 г., умер 6 января 1884 г.

Johann Gregor Mendel
Statisticians of the Centuries
Редакторы C. C. Heyde, E. Seneta
New York, 2001, pp. 190 – 193

Мендель родился в Хейнцендорфе (Австрия), ныне Гинчице, Чешская Республика, в семье немецкого крестьянина[1]. В 1834 г., будучи способным учеником в своей деревенской школе, он перешел в местную гимназию, причем с 1838 г. ему пришлось содержать себя частными уроками. В 1840 г. он закончил гимназию, а в 1843 г., пережив душевное потрясение, вызванное тяжелыми материальными условиями и неопределенностью будущего, Мендель закончил двухлетний курс в Философском институте г. Ольмюц. Среди прочих дисциплин он изучал там математику (с элементами комбинаторики) и физику и мог бы теперь поступать в университет. Вместо этого он в том же году постригся в монахи в Брюнне (Брно) и тем самым освободился от материальных затруднений и обеспечил себе условия для дальнейшего изучения наук. В соответствии с традициями, он добавил имя Грегор к своему имени Иоганн, полученному при крещении.

В 1848 г. Мендель стал духовником, но его чувствительная натура мешала ему исполнять свои обязанности, и в 1849 г. прелат назначил его вспомогательным преподавателем математики, а также греческого и латинского языков в местной гимназии.

В 1850 г., нервный и не имевший университетского образования, Мендель провалился на экзамене по подготовленности к преподаванию, монастырю же посоветовали отправить его в Венский университет. Там он действительно обучался в 1851 – 1853 гг. математике и естественным наукам и в 1854 г. был назначен вспомогательным учителем физики, зоологии и ботаники в реальном училище в Брюнне, продолжая, впрочем, исполнять некоторые монастырские обязанности.

В 1856 г. он снова провалился на таком же экзамене, на этот раз только ввиду плохого здоровья, но остался весьма уважаемым (хотя и по-прежнему вспомогательным) учителем. В 1868 г. Мендель был избран прелатом и преподавать больше не смог. Умер он от нефрита, осложненного гипертрофией сердца.

Мендель придерживался либеральных взглядов и в 1848 г. присоединился к петиции о предоставлении гражданских прав членам религиозных орденов. С 1875 г. до самой смерти он протестовал против несправедливого, по его мнению, церковного налога.

Мендель неизменно участвовал в местных сельскохозяйственных мероприятиях. Очень ценились его советы по выращиванию различных культур (разновидности которых, полученные им, оставались в окрестных местностях многие десятилетия) и фруктовых деревьев, равно как и по пчеловодству. В этом последнем занятии он также добился практических результатов, но не смог обобщить свою теорию на животное царство.

Мендель был активным членом нескольких провинциальных и национальных сельскохозяйственных обществ и членом-учредителем Австрийского метеорологического общества. Метеорологическими наблюдениями он начал заниматься в 1857 г. и старался организовать передачу прогнозов погоды для крестьян, а в 1871 г. правильно объяснил происхождение смерчей. Впрочем, его публикация об этом длительное время оставалась незамеченной.

Между 1856 и 1863 годами Мендель изучал постоянство признаков при гибридизации гороха, вначале на 34, затем на отобранных им 22 его разновидностях. Он неизменно исследовал большое количество растений, чтобы исключить "случайные влияния" и тщательно планировал, а затем описывал свои опыты[2].

В 1900-е и, окончательно, в 1930-е годы труд Менделя был признан исходным пунктом генетики. Он также был одним из первых, кто применил статистический метод, алгебраические обозначения и элементы комбинаторики в биологии. Гумбольдт, в начале XIX в., положил начало другой ветви биологии (ботаники), – географии растений, существенно зависящей от статистики. Другим предшественником Менделя был Альфонс Декандоль (также в географии растений) и даже Мопертюи (Glass 1959).

Мендель, разумеется, не мог в должной мере представить себе все стороны своих открытий, но он обосновал существование дискретных факторов наследственности (генов, а также аллелей и гамет, как все они были позднее названы) и обнаружил принципы их случайного расщепления и комбинирования. Он стремился достичь практических результатов, но вполне мог иметь в виду и одновременное изучение наследственности. Теперь нам известно, что особи одного и того же вида обычно обладают различными наборами генов, так что их потомки являются (внутривидовыми) гибридами. Опыты Менделя с гибридизацией являлись в этой связи решающими.

После ознакомления (не позднее 1863 г.) с *Происхождением видов* Дарвина Мендель заявил в 1866 г., что исследования, подобные его собственным, важны "для истории эволюции органических форм". Действительно, сам Дарвин чувствовал, что не смог в достаточной степени объяснить эволюцию, а Мендель заявил, что в дарвинизме чего-то не хватает.

Дарвин не знал о Менделе, и вряд ли смог бы понять своего современника. Он никогда не пользовался математическим языком и даже равнобедренные треугольники называл *удлиненными*. И вообще по меньшей мере до начала XX в. биологи не оценили работы Менделя; неудивительно, что все его посмертные рукописи, остававшиеся в монастыре, были сожжены.

Биометрики также не признавали Менделя; даже в 1930 г. Пирсон считал его теорию в основном не доказанной. Они, биометрики, были заинтересованы в измерении корреляции между родителями и потомками по отношению к какому-либо количественному признаку, а не в изучении теории наследственности. Впрочем Magnello (1998) утверждает, что в 1909 г. Пирсон предложил синтез биометрии и менделизма. Она не сослалась на Edwards (1994), который обнаружил рукопись Фишера примерно 1946 г., заявившего, что Пирсон не представлял себе значения теории Менделя.

Позднее, в 1926 г., Бернштейн доказал, что в широких предположениях закон наследственности количественных признаков Гальтона является следствием законов Менделя (Колмогоров 1938).

Объективность опытов Менделя, на которых он основал свои выводы, оспаривалась. Фишер (1936) заключил, что Мендель правильно описал их, но что полученные результаты были пристрастными; Ван дер Варден (1968) заявил, что Мендель следовал путем последовательного анализа, что таким образом мнение Фишера было лишь частично верным и что Мендель честно все описал. Позднейшие авторы заметили, что некоторые биологические факты (например, прорастание лишь части семян) еще более оправдывали Менделя. Кроме того, косвенные свидетельства, включая его наблюдения в метеорологии, доказывали, что он весьма тщательно описывал свои наблюдения.

К 1935 г. Советский Союз стал ведущим центром менделизма, затем, однако, менделизм был объявлен идеалистической наукой, противоречащей диалектическому материализму, и выкорчеван. Даже Колмогорова критиковали за (неявную) защиту принципов менделизма. Положение изменилось лишь в 1960-е годы.

Примечания

1. Это указал Алоис Шиндлер, племянник Менделя, в своей памятной речи 1902 г. Внук А. Ш., доктор-инженер Вальтер Манн, сообщил нам, что и он сам, и его родственники были в 1946 г. вместе со всеми остальными немцами изгнаны из тогдашней Чехословакии. См. об этом Шейнин (2007, с. 12 – 13). В том же источнике мы поместили перевод речи А. Ш.

2. Мы не включили в перевод описания законов Менделя, которое можно найти во многих источниках.

Библиография

Mendel J. G., Мендель И. Г.

(1866, нем.), Опыты над растительными гибридами. В книге автора (1965, с. 9 – 46).

(1905, нем.), Письма Менделя К. Нэгели 1866 – 1873 гг. Там же, с. 57 – 93.

(1965), *Опыты над растительными гибридами.* М.

Другие авторы

Колмогоров А. Н. (1938), Теория вероятностей и ее применения. В сборнике *Математика и естествознание в СССР.* М., с. 51 – 61.

Четвериков С. С. (1926), О некоторых моментах эволюционного процесса с точки зрения современной генетики. *Ж. экспер. биологии*, сер. А, вып. 1.

Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1980), On the history of the statistical method in biology. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 22, pp. 323 – 371.

--- (2001), Статистика и идеология в СССР. *Историко-математич. исследования*, вып. 6 (41), с. 179 – 198. Текст произвольно сокращен кем-то. Полностью статью см. в сборнике *Российская и европейская*

экономическая мысль: опыт Санкт-Петербурга. Редактор И. И. Елисеева. СПб, 2006, с. 97 – 119.
--- (2007), *Третья хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин. Также www.sheynin.de
De Beer G. (1964, 1966), Mendel, Darwin and Fisher. *Notes and Records Roy. Soc. London*, vol. 19, pp. 192 – 225; vol. 21, pp. 64 – 71.
Edwards A. W. F. (1994), R. A. Fisher on Karl Pearson. *Notes and Records Roy. Soc. London*, vol. 48, pp. 97 – 106.
Fisher R. A. (1930), *The Genetical Theory of Natural Selection*. Oxford.
--- (1936), Has Mendel's work been rediscovered? *Annals of Science*, vol. 1, pp. 115 – 137.
Glass B. (1959), Maupertuis. В книге *Forerunners of Darwin: 1745 – 1859.* Редакторы B. Glass и др. Baltimore, pp. 51 – 83.
Iltis H. B. (1924, нем.), *Life of Mendel.* New York.
Jakubicek M., Kubicek M. (1965), *Bibliographia Mendeliana*. Brno. Дополнения к библиографии (первый автор): 1970 – за 1965 – 1969 гг. и 1976 – за 1970 – 1974 гг.
Krizenecky J., редактор (1965), *G. J. Mendel.* Leipzig. В книгу включены: автобиография Менделя (1850, опубл. 1928), переписка Менделя с родственниками и иными лицами и речь Алоиса Шиндлера, напечатанная частным образом в самом начале XX в. Перевод речи: Шейнин (2007, с. 129 – 144).
Mackenzie D. A. (1981), *Statistics in Britain, 1865 – 1930*. Edinburgh.
Magnello M. E. (1998), Karl Pearson's mathematization of inheritance from ancestral heredity to Mendelian genetics (1895 – 1909). *Annals of Science*, vol. 55, pp. 35 – 94.
Orel V. (1996), *Gregor Mendel.* Oxford.
Van der Waerden B. L. (1968), Mendel's experiments. *Centaurus*, vol. 12, pp. 275 – 288.

XVII. Марков: достойные черты характера столь же важны как и научные достижения

Markov: integrity is just as important as scientific merits
Intern. Z. f. Geschichte und Ethik der Naturwissenschaften, Technik und Medizin (NTM), Bd. 15, 2007, pp. 289 – 294

Марков родился 150 лет назад. Многие комментаторы описывали его жизнь и труды, но особые качества его личности известны меньше. Мы описываем эту сторону его жизни и отмечаем, что в известной степени его характер повлиял на его работу. А. А. Чупров, которого мы упоминаем в основном тексте, был крупнейшим русским статистиком. В мае 1917 г. он выехал на короткое время за рубеж, но возвращаться уже не захотел и почти всю свою дальнейшую жизнь (он умер в 1926 г.) провел в Германии. Многие свои труды он опубликовал на немецком языке.

1. Общие сведения

Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922), один из наиболее известных учеников П. Л. Чебышева, был выдающимся математиком, профессором Петербургского университета с 1886 по

1905 гг. (доцентом с 1880 г.) и членом Петербургской академии наук с 1886 г. Он оставил важнейшее наследие в теории чисел и особенно в теории вероятностей, в которой был первым, начавшим изучать зависимые переменные и, в частности, *цепи Маркова*. Его главные мемуары собраны в его *Избранных трудах* (1951), а его руководство по теории вероятностей выдержало 4 издания (1900 – 1924; последнее – посмертное), причем второе было в 1912 г. переведено на немецкий.

О жизни и творчестве Маркова см. Марков-младший (1951), Гнеденко и Шейнин (1978), Гродзенский (1987), Sheynin (1989), и Seneta (2001). Эти ссылки и некоторые другие, см. ниже, свидетельствуют, что наша нынешняя заметка это компиляция, важная, поскольку описывает крупного ученого.

Марков обоснованно относился к Карлу Пирсону, главе тогдашней английской биометрической школы, весьма критически и Чупров (с которым Марков переписывался в 1910 – 1917 гг.) настойчиво, хотя, к сожалению, и без особого успеха, пытался убедить его в научной значимости биометрической школы. Здесь поучительно сослаться на письмо немецкого статистика Г. Больмана (его дата неизвестна) Чупрову, который Чупров цитировал в своем собственном позднейшем письме примерно 1924 г. (Шейнин 1990, с. 46):

В конце Вашей статьи [Чупров (1918 – 1919)] *меня очень озадачило Ваше заступничество за Пирсона, поскольку очень многое в его подходах мне не представлялось серьезным. ... Тем лучше было бы всё-таки подвести под часть его работ научно-оправданное основание. Я рад изучить мотивы, которые приводят Вас к Вашей точке зрения.*

Марков относился к Пирсону, можно сказать, с презрением. Характерец был у Маркова не легче, чем у Пирсона и малейших противоречий он также не переносил. Можете себе представить, как он воспринимал мои настойчивые указания на крупное научное значение трудов Пирсона.

В сочетании с исключительно неблагоприятными условиями жизни и научной работы в России с 1914 г. непреклонность Маркова привела к тому, что он по существу не признал появившегося в то время нового течения в зарождавшейся математической статистике. Так, он ни разу не сослался на других выдающихся английских статистиков, Г. Юла и У. С. Госсета (псевдоним: Стьюдент), работы которых, кстати, были лишены пирсоновских пороков.

Та же непреклонность заметна в отказе Маркова от указаний на возможное приложение его *цепей* в естествознании, хотя, например, он мог бы гораздо проще обосновать равномерность распределения астероидов вдоль эклиптики, чем это сделал А. Пуанкаре в своем знаменитом примере на “равномерную” случайность. По существу Марков объяснил свое поведение в письме Чупрову 1910 г. (Ондар 1977, письмо № 44): “Я ни на шаг не выйду из той области, где компетентность моя не может подлежать сомнению”. Колмогоров (1947, с. 59) заметил, что отсутствие естественнонаучных примеров у Маркова было вызвано отставанием российской науки в статистической физике, но думается, что это лишь частичное объяснение.

Таким же образом Марков выказывал свою непоколебимость по отношению к социально-политическим условиям жизни, см. п. 2. Неудивительно, что пресса прозвала его “боевым академиком” (Некрасов 1916, с. 9) и “Неистовым Андреем” (Neyman 1986, с. 486).

2. Отношение Маркова к социально-политическим условиям жизни

2.1. Письма в газеты. Гродзенский (1987) опубликовал около 20 писем Маркова 1904 – 1915 гг. в газеты, посвященные жгучим вопросам. Он разыскал их в двух архивах и заметил (с. 100), что “многие из них” так и не появились в то время в свет ввиду своей остроты, но, к сожалению, не выяснил, которые именно. Мы лишь укажем, что в декабре 1904 г. Марков косвенно обвинил монархию в неименуемо грядущем проигрыше русско-японской войны (Гродзенский 1987, с. 94).

Известны и три опубликованных письма Маркова о среднем и высшем образовании (Шейнин 1993). В одном из них, в 1915 г., он (с. 200 – 201) протестовал против того, что “семинаристам разрешено поступать на физико-математические факультеты без особого испытания”:

Такое положение нельзя считать нормальным. .... своим воспитанием [семинаристы] *приучаются к особому образу суждений. Они должны подчинять свой разум указаниям святых отцов и заменять его текстами из священного писания. Семинарская мудрость может быть очень глубокой, ... но она далека от реальной науки.*

2.2. Отношение Маркова к религии. Частично оно было отражено выше. В 1901 г. Лев Толстой был отлучен от православной церкви и в течение последних дней его жизни, в 1910 г., Святейший Синод отказался вернуть его “в лоно церкви” (Аноним 1910), так что в 1912 г. этот эпизод не мог быть забыт.

Да, в 1912 г. Марков (Емелях 1954, с. 400 – 401 и 408) подал прошение в Синод, ходатайствуя о своем собственном отлучении. Он указал, что “не сочувству[ет] всем [никаким] религиям, которые, подобно православию, поддерживаются огнем и мечом и сами служат им” и сослался на свое руководство по теории вероятностей: “Ясно, что к рассказам о невероятных событиях, будто бы происшедших в давно минувшее время, следует относиться с крайним сомнением”. Его ходатайство было отклонено; Синод постановил считать Маркова “отпавшим от святой церкви”.

Особо отметим споры Маркова с П. А. Некрасовым, талантливым математиком, который примерно с 1900 г. как-то преобразился: он начал подчинять свои теоретико-вероятностные труды религии и мелкой философии (Sheynin 2003). Это обстоятельство оказалось одной причиной, ввиду которой Марков яростно нападал на Некрасова. И, хоть Марков и не мог этого знать, в письме П. А. Флоренскому 1916 г.Некрасов (Шейнин 1993, с. 196) указал, что сочинения Маркова (и других) "ясно говорят о распутье, на которое толкает нас немецко-еврейская культура и литература". Это высказывание (в котором *еврейская* в результате опечатки превратилось в *европейская*) можно лишь частично оправдать тогдашней мировой войной. Флоренский был религиозным философом и математиком, погибшим в Гулаге, и в последние годы поднятым в России на щит, однако приведенное утверждение бросает на него сильную тень: вряд ли Некрасов стал бы так писать идеологическому противнику.

И, кроме того, Марков полностью отрицал теоретико-вероятностное творчество Некрасова ввиду невообразимого многословия, непонятных, бессмысленных и часто ошибочных высказываний последнего. Неудивительно, что именно Марков в основном провалил поддержанное Некрасовым (в ту пору руководящим чиновником Министерства народного просвещения) предложение о введении теории вероятностей в среднюю школу: уж наверное Некрасов направил бы ее на подтверждение религиозных истин и укрепление монархии.

2.3. Борьба против антисемитизма. В 1905 г. Совет Петербургского университета постановил ходатайствовать о допущении всех абитуриентов-евреев вне зависимости от процентной нормы (3%). Марков и еще один член Совета предложили решить вопрос явочным порядком, но Совет с этим не согласился и Марков ушел с поста члена Комиссии Совета (*Журналы* 1906).

В 1907 г. студенты Военно-медицинской Академии выгнали из аудитории нескольких членов черносотенного Союза русского народа. Марков публично похвалил студентов, которые затем выразили ему свою благодарность. Гродзенский (1987, с. 96), который сообщил об этом, не указал, вернулись ли черносотенцы в Академию или нет.

В 1913 г. некто Жовтис держал приемный экзамен по математике в Харьковском технологическом институте. Его попросили решить уравнение 10-й степени, чего он, разумеется, сделать не смог. Жовтис описал этот эпизод в местной газете, а Марков, узнавши об этом, написал письмо в (другую) газету и назвал экзамен издевательством (Гродзенский 19867, с. 102 – 104).

В том же 1913-м году слушалось печально известное дело Бейлиса, облыжно обвиненного в ритуальном убийстве русского мальчика, т. е. своего рода русское дело Дрейфуса. Бейлиса оправдали, но и до, и в течение процесса в стране развернулась антисемитская кампания, поддержанная в самих верхах. Марков, наряду со многими другими общественными деятелями, решительно протестовал против процесса. Он также послал открытое письмо предводителю крайне правых в Гос. Думе, обвиняя того в организации этой кампании (там же, с. 104 – 105).

Нелишне добавить, что около 1870 г. студенту Чебышева, Либману Израелевичу Липману, со-изобретателю механизма для преобразования кругового движения в прямолинейное, по ходатайству нескольких профессоров Петербургского университета и в первую очередь Чебышева, разрешили проживать в Петербурге и держать магистерский экзамен (Прудников 1964, с. 84). О дальнейшей судьбе Липмана ничего не известно.

2.4. Другие эпизоды. В 1902 г. Академия наук избрала Горького своим почетным членом, но ввиду политических причин Президент академии отметил выборы по требованию Николая II. Марков (безуспешно) протестовал против этой отмены и в то время, и в более благоприятных условиях в 1905 г. Горький стал почетным членом Академии лишь в 1917 г. (Марков-младший 1951, с. 604 – 606). В последние годы своей жизни он ревностно защищал сталинизм, но это уже другая история.

В 1903 г. Марков заявил, что не желает быть награжденным орденами (там же, с. 606 – 607), а в 1907 г. отказался участвовать в выборах в III Гос. Думу, поскольку ее созыв был “соединен с нарушением закона” (там же). В 1908 г. Марков отказался выполнять официальное требование присматривать за политическим поведением студентов (там же, с. 608), а в 1910 г. протестовал против исключения студентов из университета за участие в неофициальных сходках (Гродзенский 1987, с. 48).

В 1912 г. Марков отказался участвовать в комиссии Академии наук по проведению торжеств по случаю трехсотлетия дома Романовых (там же, с. 88), но организовал торжественное собрание Академии в честь двухсотлетия закона больших чисел; Марков-младший (1951, с. 610) утверждает, что его отец считал это мероприятие “противовесом” первому.

2.5. Последний протест. В 1921 г. 15 профессоров Петроградского университета подписали заявление, основным требованием которого было отбирать абитуриентов по знаниям, а не по классовым или политическим основаниям, причем Марков подписался первым (Гродзенский 1987, с. 137). Подобные протесты были бы уместны на протяжении почти всего советского периода русской истории. Ничего больше об общественно-политической деятельности Маркова после 1917 г. не известно, но его собственная жизнь была несомненно тяжелой; в 1921 г. у него даже не было обуви (там же, с. 136).

Мы закончим выдержкой из письма 1933 г. Эйнштейна статистику Э. Ю. Гумбелю (Архив Эйнштейна, Еврейский университет в Иерусалиме, №38615): “Достойные черты характера столь же ценны, как научные”.

Признательность. Письма Некрасова Флоренскому, одно из которых цитировано в п. 2.2, хранятся в семье Флоренского, а ознакомил меня с ними проф. С. С. Демидов (Москва).

Библиография

Аноним (1910), Священный Синод и Л. Н. Толстой. Газета *Речь,* 8 ноября, с. 3.

Гнеденко Б. В., Шейнин О. Б. (1978), Теория вероятностей. Глава в книге *Математика XIX в.*, т. 1. М., с. 184 – 240.
Гродзенский С. Я. (1987), *А. А. Марков.* М.
Емелях Л. И. (1954), Дело об отлучении от церкви академика А. А. Маркова. *Вопр. истории религии и атеизма*, т. 2, с. 397 – 411.
Журналы (1906), Журналы заседаний Совета Петербургского университета № 61 за 1905 г. Петербург.
Колмогоров А. Н. (1947), Роль русской науки в развитии теории вероятностей. *Уч. зап. МГУ,* № 91, с. 53 – 64.
Марков А. А. (1951), *Избранные труды.* Без места.
Марков А. А., младший (1951), Биография А. А. Маркова-старшего. В книге Марков (1951, с. 599 – 613).
Некрасов П. А. (1916), *Средняя школа, математика и научная подготовка учителей*. Петроград.
Ондар Х. О., редактор (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова.* М.
Прудников В. Е. (1964), *П. Л. Чебышев, ученый и педагог.* М.
Чупров А. А. (1918 – 1919, нем.), К теории стабильности статистических рядов. Русск. перевод в книге Четвериков Н. С., составитель (1968), *О теории дисперсии.* М., с. 138 – 224.
Шейнин О. Б. (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка.* М.
--- (1993), Публикации А. А. Маркова в газете *День*, 1914 – 1915. *Историко-математич. исследования*, т. 34, с. 194 – 206.
Neyman J. (1978), Рецензия на Ондар (1977). *Hist. Math*., vol. 5, pp. 485 – 486.
Seneta E. (2001), A. A. Markov. В книге *Statisticians of the Centuries*. Редакторы Heyde C. C., Seneta E. New York, pp. 243 – 247.
Sheynin O. B. (1989), Markov's work on probability. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 39, pp. 337 – 377; vol. 40, p. 387.
--- (2003), Nekrasov's work on probability: the background. Там же, vol. 57, pp. 337 – 353.

XVIII. Раннее обнаружение солнечных пятен

Journal, vol. 99, No. 3, 2005, p. 83

Солнечные пятна были открыты в 1611 – 1612 гг. несколькими учеными (Гумбольдт 1845 – 1862, т. 2, с. 324 – 325), в том числе Д. Фабрициусом (1546 – 1617), Шейнером (Scheiner) и Галилеем, – в этом порядке. Более всех известен Галилей, который смог отделить периодическое вращение пятен вместе с диском Солнца от их собственных перемещений и тем самым определить период обращения Солнца около своей оси. Впрочем, Гумбольдт указывает, что более точно этот период установил Штейнер в 1630 г. Точных ссылок он, к сожалению, не привел.

Гумбольдт (1845 – 1862, т. 4, с. 64 прим.) кроме того предположил, что пятна могли быть замечены намного раньше:

Не только возможно, но даже весьма вероятно, что в таких областях, где Солнце затемнено в течение многих месяцев, как на побережье Перу во время garua, даже нецивилизованные народы могли видеть солнечные пятна невооруженным глазом.

Он, однако, добавил, что подобных сведений нет даже “в религиозных мифах поклонения Солнцу”.

И вот неожиданное подтверждение предположения Гумбольдта. Великий путешественник Марко Поло (прим. 1254 – 1324) описал свою беседу с астрономом Jamal-ud-Din, персом, и подчиненными ему китайскими астрономами. Они обнаружили солнечные пятна (и, видимо, неоднократно наблюдали их) когда “пыль пустыни затемняло Солнце”. Книга Марко Поло, который никак не комментировал сообщение своих собеседников, появилась в 1319 г. и в ее более всего известном английском варианте (Yule и др., 1975), снабженном весьма обширными комментариями, этого эпизода (как и вообще доброй трети повествования) нет, но мы нашли его в другом переводе (Jennings 1985, p. 648).

Беседа Поло с астрономами состоялась в последней четверти XIII в. где-то вблизи нынешнего китайского города Тяньцзинь.

Библиография

Humboldt A. (1845 – 1862), *Kosmos*, Bde 1 – 5. Stuttgart. Ссылки в тексте на английский перевод (Нью-Йорк, т. 2, 1850 и т. 4, 1858).

Jennings G. (1985), *The Journeyer.* London.

Yule H. и др. (1975), *The Book of Ser Marko Polo*, vols 1 – 2. Amsterdam.